

# Formelsammlung: Thermo- und Fluidodynamik 1

## 1 Physikalische Konstanten & wichtige Tabellenwerte

Universelle Gaskonstante

$$\mathfrak{R} = 8.31451 \frac{J}{mol K}$$

### 1.1 Stoffdaten

		$M \left[ \frac{g}{mol} \right]$	$R_{Spez} \left[ \frac{J}{kg K} \right]$	$f [-]$
Ammoniak	$NH_3$	17.03	488.23	6
Argon	$Ar$	39.94	208.17	3
Helium	$He$	4	2078.63	3
Kohlenmonoxid	$CO$	28.01	296.84	
Kohlendioxid	$CO_2$	44.01	188.92	
Krypton	$Kr$	83.8	99.2	3
Luft		27.97	287	5
Methan	$CH_4$	16.04	518.36	
Neon	$Ne$	20.18	412.02	3
Stickstoff	$N_2$	28.02	296.95	5
Sauerstoff	$O_2$	32	259.83	5
Wasserdampf	$H_2O$	18.02	461.4	
Wasserstoff	$H_2$	2.02	4157.26	
Xenon	$Xe$	131.3	63.33	3

## 1.2 Periodensystem der Elemente

I												III						IV	V	VI	VII	VIII
1 H 1,008																						2 He 4,00
3 Li 6,94	4 Be 9,01											5 B 10,82	6 C 12,01	7 N 14,01	8 O 16,00	9 F 19,00	10 Ne 20,18					
11 Na 22,99	12 Mg 24,32											13 Al 26,98	14 Si 28,09	15 P 30,97	16 S 32,07	17 Cl 35,46	18 Ar 39,94					
19 K 39,10	20 Ca 40,08	21 Sc 44,96	22 Ti 47,90	23 V 50,95	24 Cr 52,01	25 Mn 54,94	26 Fe 55,85	27 Co 58,94	28 Ni 58,71	29 Cu 63,54	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,60	33 As 74,92	34 Se 78,96	35 Br 79,92	36 Kr 83,80					
37 Rb 85,48	38 Sr 87,63	39 Y 88,91	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 95,94	43 Tc (99)	44 Ru 101,1	45 Rh 102,9	46 Pd 106,4	47 Ag 107,87	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 121,8	52 Te 127,6	53 I 126,9	54 Xe 131,3					
55 Cs 132,9	56 Ba 137,4	57-71 Lantheta nide	72 Hf 178,5	73 Ta 180,9	74 W 183,9	75 Re 186,2	76 Os 190,2	77 Ir 192,2	78 Pt 195,1	79 Au 197,0	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po (210)	85 At* (210)	86 Rn 222					
87 Fr* (223)	88 Ra 226	89 Ac 227	90 Th 232	91 Pa 231	92 U 238,1	93 Np* (237)	94 Pu* (244)	95 Am* (243)	96 Cm* (247)	97 Bk* (247)	98 Cf* (251)	99 Es* (254)	100 Fm* (257)	101 Md* (258)	102 No* (259)	103 Lr* (260)						

## 2 Systembezeichnungen

### 2.1 Spezielle Systeme

	$\dot{m} \left[ \frac{kg}{s} \right]$	$\dot{W} \left[ kW = \frac{kJ}{s} \right]$ $W [kJ]$	$\dot{Q} \left[ kW = \frac{kJ}{s} \right]$ $Q [kJ]$	Beispiele
Offen	$\neq 0$	Beliebig	Beliebig	Wärmetauscher, Kompressor, Gasturbine
Geschlossen	0	Beliebig	Beliebig	Heizkreislauf, geschlossener Kühlschrank
Adiabat	beliebig	Beliebig	$= 0$	Drossel, Kompression in einem Turbokompressor
Nicht adiabat	beliebig	Beliebig	$\neq 0$	Bettflasche
Abgeschlossen	$= 0$	$= 0$	$= 0$	Ideale Thermosflasche, chemische Reaktion im Verbrennungsmotor

Sonderfall: Offenes System mit stationärem Fließprozess  $\dot{m} = const$

### 2.2 Begriffe

<b>Homogen</b>	Einheitliche Zusammensetzung und Phase, z.B Rauchgas in einem Kamin
<b>Heterogen</b>	Räumliche unterscheidbare Zusammensetzung und/oder Phase, z.B Kondensattropfen in Luft
<b>Diabat</b>	Austausch von thermischer Energie möglich
<b>Adiabat</b>	Es wird keine thermische Energie mit der Umgebung ausgetauscht

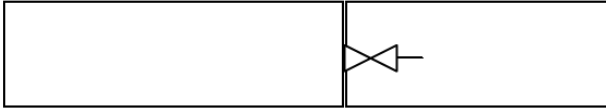
## 3 Grundlagen

### 3.1 Repetition aus der Physik

<b>Volumenstrom</b>	$\dot{V} = A w = \frac{V}{t}$	$w$ Geschwindigkeit [m/s]
<b>Massenstrom</b>	$\dot{m} = \dot{V} \rho = A w \rho$	$A$ Leitungsquerschnitt [m <sup>2</sup> ]
<b>Kontinuitäts-gleichung</b>	$A_1 w_1 = A_2 w_2$ , resp. $A_1 w_1 = n A_2 w_2$ $\dot{V} = const$	$z$ Höhe [m]
<b>Ausfluss aus Gefässen</b>	$w_\omega = \sqrt{w_\alpha^2 - 2 g (z_\alpha - z_\omega)}$ $w_\omega = \sqrt{2 g (z_\alpha - z_\omega)}$ , für $A_\alpha \gg A_\omega$	$n$ Anz. Rohraufteilungen [-]
<b>Torricelli-Formel</b>	$w_\omega = \sqrt{\frac{2 g (z_\alpha - z_\omega)}{1 - \left(\frac{d_\omega}{d_\alpha}\right)^4}}$	
<b>Energie</b>	$E_{Kin} = \frac{1}{2} m w^2$	
<b>Barometrische Höhenformel</b>	$p_h = p_0 e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}$	$p_0 = 1.013 \text{ bar}$ $\rho_0 = 1.1885 \text{ kg/m}^3$

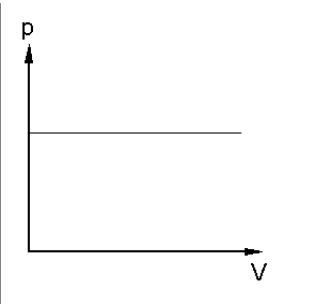
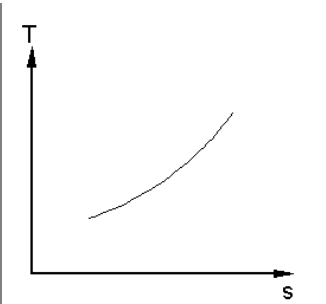
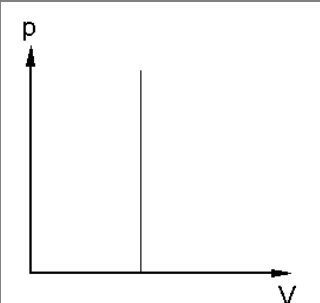
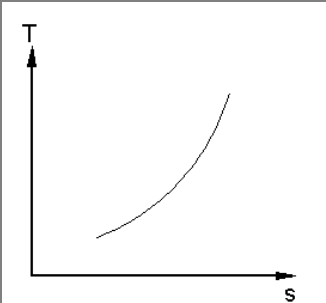
### 3.2 Grundlagen der Thermo- & Fluidodynamik

<b>Dichte von Gasen</b>	$\rho = f(p, T) = \frac{p}{R_{Spez} T} = \frac{p M}{\mathfrak{R} T}$		
<b>Gasgleichung</b>	$pV = n\mathfrak{R}T$	$pV = mR_{Spez}T$	
<b>Druckflaschen (n Abfüllvorgänge)</b>	$p_{Behälter} V_{Behälter} n = \Delta p_{Flasche} V_{Flasche}$		
<b>Spezielle Gaskonstante</b>	$R_{Spez} = \frac{\mathfrak{R}}{M} = \left[ \frac{J}{kg K} \right]$	z.B: $M_{CO_2} = 12 \frac{g}{mol} + 2 * 16 \frac{g}{mol}$	
<b>Beschreibung von Gasgemischen</b>	<b>Massenanteil <math>w_i</math>:</b> $w_i = \frac{m_i}{\sum m_i}$ $\sum w_i = 1$	<b>Molanteil <math>y_i</math>:</b> $y_i = \frac{n_i}{\sum n_i}$ $\sum y_i = 1$	<b>Volumenanteil <math>\varepsilon_i</math>:</b> $\varepsilon_i = \frac{V_i}{\sum V_i}$ $\sum \varepsilon_i = 1$
	Ideales Gas: Molanteil $m_i =$ Volumenanteil $\varepsilon_i$ Normalfall: Massenanteil $w_i \neq$ Molanteil $y_i$		

<b>Spezielle Gaskontante für Gasgemische</b>	$R_{Spez} = \sum R_i w_i$		$pV_{Tot} = m_{Gem} R_{Gem} T$	
<b>Partialdrücke</b>	$p_i = \frac{m_i R_i T}{V_{Tot}} = \frac{n_i \mathcal{R} T}{V_{Tot}}$	$\sum p_i = p_{Tot}$	$n_i = \frac{m_i}{M_i}$	
<b>Mischen von Gasen (Behälter mit Mischventil)</b>	$p_{Gemisch} = \frac{\sum p_i V_i}{\sum V_i}$ 			
<b>Wichtige Grössen</b>	<b>Innere Energie:</b> $U = c_v m T$		<b>Enthalpie:</b> $H = U + pV = c_p m T$	
	<b>!!! Tabellenwerte für <math>c_v</math> und <math>c_p</math> beziehen sich auf 20°C !!!</b>			
<b>Spezifische Grössen</b>	<b>Spez. Volumen <math>v</math>:</b> $v = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} = \left[ \frac{m^3}{kg} \right]$		<b>Spez. Molares Volumen:</b> $\tilde{v} = \frac{V}{6.02 * 10^{23}} = \left[ \frac{m^3}{mol} \right]$	
	<b>Spez. Innere Energie <math>u</math>:</b> $u = \frac{U}{m} = c_v T = \left[ \frac{J}{kg} \right]$ $u = \frac{f}{2} RT \leftarrow \text{vermeiden}$ <i>besser <math>\Delta u = f(\Delta T)</math></i>		<b>Spez. Enthalpie:</b> $h = \frac{H}{m} = c_p T = \left[ \frac{J}{kg} \right]$ $h = u + pv = \left( \frac{f}{2} + 1 \right) RT$ <i>besser <math>\Delta h = f(\Delta T)</math></i>	
	<b>Spez. Kinetische Energie <math>e_{kin}</math>:</b> $e_{kin} = \frac{E_{kin}}{m} = \left[ \frac{Nm}{kg} \right]$			
<b>Kalorische Zustandsgleichung</b>	$\Delta u = u_\omega - u_\alpha = c_v(v, T)(T_\omega - T_\alpha) = \frac{f(T)}{2} R(T_\omega - T_\alpha)$			
	$\Delta h = h_\omega - h_\alpha = c_p(p, T)(T_\omega - T_\alpha) = \left( \frac{f(T)}{2} + 1 \right) R(T_\omega - T_\alpha)$			
<b>Zugeführte Energie</b>	$Q_{Zu} = \sum \frac{f(T)}{2} R_i \Delta T m_i$			
<b>Realer Freiheitsgrad</b>	$\overline{f_{real}} = 2 \left( \frac{\Delta h}{R_{spez} * \Delta T} - 1 \right)$		$\Delta h$ aus Wärmetlas Tabellen lesen	

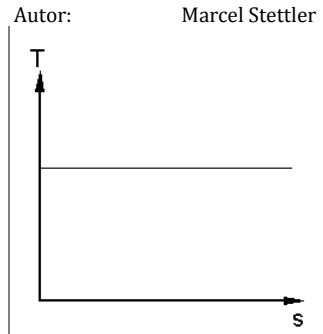
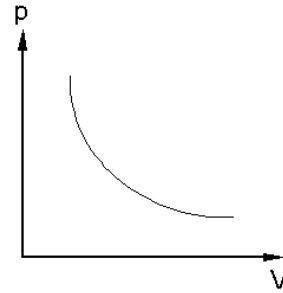
<b>Spezifische Wärmekapazität</b>	$c_v(T) = \frac{f(T)}{2} R$ $v = \text{const}$	$c_p(T) = \left( \frac{f(T)}{2} + 1 \right) R$ $p = \text{const}$
	Ideales Gas: $c_p(T) - c_v(T) = R$	
<b>Isentropenexponent</b>	$\kappa = \frac{c_p}{c_v} = \frac{f + 2}{f}$	
<b>Realgasfaktor</b>	$z = z(p, T) = \frac{pv}{RT} = \frac{pvM}{\mathfrak{R}T}$	Ideales Gas: $z = 1$ Reales Gas: $z \neq 1$
<b>Diverse Ströme</b>	Enthalpiestrom: $P = \dot{H} = \dot{m} h$	Energiestrom: $P = \dot{E}_{Kin} = \frac{1}{2} \dot{m} w^2$

### 3.3 Zustandsänderungen

<b>Isobar:</b> ( $p_\omega = p_\alpha$ )	$\frac{V_\omega}{T_\omega} = \frac{V_\alpha}{T_\alpha}$		
	Offenes System: $w_{\alpha \rightarrow \omega} = 0$	Geschlossener System: $w_{\alpha \rightarrow \omega} = R_{Spez} (T_\alpha - T_\omega)$	
<b>Isochor:</b> ( $V_\omega = V_\alpha$ )	$\frac{p_\omega}{p_\alpha} = \frac{T_\omega}{T_\alpha}$		
	Offenes System:	Geschlossener System: $w_{\alpha \rightarrow \omega} = R_{Spez} (T_\omega - T_\alpha)$	

**Isotherm:**  
 $(T_\omega = T_\alpha)$

$$\frac{V_\alpha}{V_\omega} = \frac{p_\omega}{p_\alpha}$$



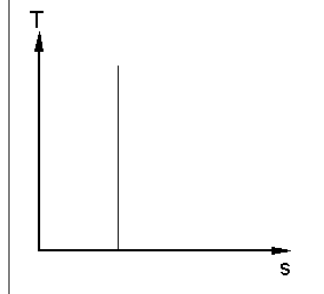
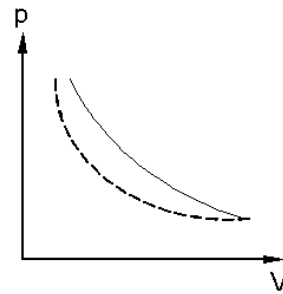
Offenes System:

$$w_{\alpha \rightarrow \omega} = R_{Spez} T \ln \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)$$

Geschlossenes System:

$$w_{\alpha \rightarrow \omega} = -R_{Spez} T \ln \left( \frac{v_\omega}{v_\alpha} \right)$$

**Isentrop (adiabat/reibungsfrei):**  
 $(S_\omega = S_\alpha)$



$$\frac{p_\omega}{p_\alpha} = \left( \frac{v_\omega}{v_\alpha} \right)^{-\kappa} = \left( \frac{\rho_\omega}{\rho_\alpha} \right)^\kappa = \left( \frac{T_\omega}{T_\alpha} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$\frac{v_\omega}{v_\alpha} = \left( \frac{\rho_\omega}{\rho_\alpha} \right)^{-1} = \left( \frac{T_\omega}{T_\alpha} \right)^{-\left( \frac{1}{\kappa-1} \right)} = \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

$$\frac{\rho_\omega}{\rho_\alpha} = \left( \frac{T_\omega}{T_\alpha} \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} = \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left( \frac{v_\omega}{v_\alpha} \right)^{-1}$$

$$\frac{T_\omega}{T_\alpha} = \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left( \frac{v_\omega}{v_\alpha} \right)^{-(\kappa-1)} = \left( \frac{\rho_\omega}{\rho_\alpha} \right)^{\kappa-1}$$

Offenes System:

$$w_{\alpha \rightarrow \omega} = R T_\alpha \frac{\kappa}{\kappa-1} \left[ \left( \frac{T_\omega}{T_\alpha} \right) - 1 \right]$$

$$q_{\alpha \rightarrow \omega} = 0$$

Geschlossenes System:

$$w_{\alpha \rightarrow \omega} = R T_\alpha \frac{1}{\kappa-1} \left[ \left( \frac{T_\omega}{T_\alpha} \right) - 1 \right]$$

**Isenthalp:**  
 $(H_\omega = H_\alpha)$

$$pV^\kappa = const$$

$$dH = \delta Q + V dp = 0$$

**Wirkungsgrad Kreisprozess**

$$\eta = \frac{Q_{zu} - Q_{ab}}{Q_{zu}} = \frac{q_{zu} - q_{ab}}{q_{zu}}$$

## 4 Thermo- & Fluidodynamik

### 4.1 1. Hauptsatz - Energieerhaltungssatz

Geschlossenes System	$\Delta U_{System} = U_{\omega} - U_{\alpha}$	<i>U</i> Innere Energie [J] <i>m</i> Masse [kg]
Offenes System	$\frac{\partial}{\partial t} \sum E = \sum \dot{E}_{zu} - \sum \dot{E}_{ab}$	<i>u</i> Spez. Innere Energie [ $\frac{J}{kg}$ ] <i>g</i> Erdbeschleunigung [ $\frac{m}{s^2}$ ]
Energie im System	$\sum E = \sum E_{therm} + E_{Pot} + E_{Kin}$ $= \sum \left[ m \left( u + g \Delta z + \frac{w^2}{2} \right) \right]$	$\Delta z$ Höhenunterschied [m]
Konvektiver Energiefluss	$\dot{E}_{konv} = \dot{m} \left( u + \frac{w^2}{2} \right)$	
Allgemeine Formulierung des 1. Hauptsatzes für offene Systeme	$\frac{\partial}{\partial t} \sum \left[ m \left( u + g \Delta z + \frac{w^2}{2} \right) \right] =$ $\underbrace{\sum_{A_b} \dot{W}_K}_{\text{Kolben}} + \underbrace{\sum_{A_w} \dot{W}_w}_{\text{Welle}} + \underbrace{\sum_V \dot{W}_g}_{\Delta z} + \underbrace{\sum_A \dot{Q}}_{\text{Wärme}} + \sum_{A_m} \left[ \dot{m} \left( h + \frac{w^2}{2} \right) \right]$ <p> <i>A<sub>b</sub></i>: Bewegte Systemgrenze (Kolbenleistung)  <i>A<sub>w</sub></i>: Welle durch Systemgrenze (Wellenleistung)  <i>V</i>: Systemvolumen (Höhenunterschiede)  <i>A<sub>m</sub></i>: Massedurchströmte Systemgrenze         </p>	
Bernoulli Formel (Allgemein)	$\frac{w_{\alpha}^2}{2} + \frac{1}{\rho_{\alpha}} p_{\alpha} + g z_{\alpha} + u_{\alpha} + e_{Quelle} = \frac{w_{\omega}^2}{2} + \frac{1}{\rho_{\omega}} p_{\omega} + g z_{\omega} + u_{\omega} + e_{Senke}$	
Bernoulli Formel (Energieform)	$\frac{w_{\alpha}^2}{2} + \frac{1}{\rho} p_{\alpha} + g z_{\alpha} + u_{\alpha} + \Delta e_{Pumpe} = \frac{w_{\omega}^2}{2} + \frac{1}{\rho} p_{\omega} + g z_{\omega} + u_{\omega} + \Delta e_{Verlust}$	
Bernoulli Formel (Druckform)	$\rho \frac{w_{\alpha}^2}{2} + p_{\alpha} + \rho g z_{\alpha} + \Delta p_{Pumpe} = \rho \frac{w_{\omega}^2}{2} + p_{\omega} + \rho g z_{\omega} + \Delta p_{Verlust}$	
Bernoulli Formel (Höhenform)	$\frac{w_{\alpha}^2}{2g} + \frac{1}{\rho g} p_{\alpha} + z_{\alpha} + \Delta H_{Pumpe, zu} = \frac{w_{\omega}^2}{2g} + \frac{1}{\rho g} p_{\omega} + z_{\omega} + \Delta H_{Verlust}$	



## 4.2 Berechnungen für Wasserkraftwerke

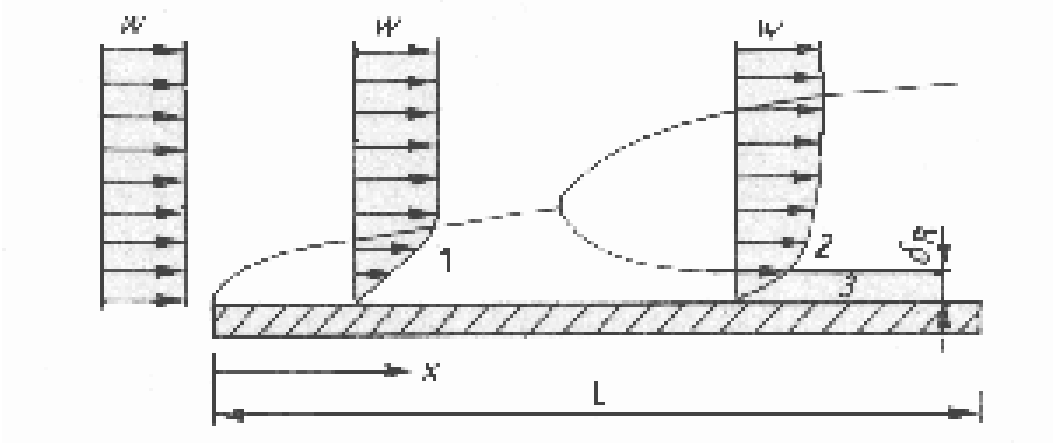
Wasserstrahl in Düse	$g \Delta z \eta_h = \frac{w_{Strahl}^2}{2}$	$\eta_h$ Hydr. Wirkungsgrad [-]
Kraft des Wasserstrahls (Impulssatz)	$F = \rho A w_{Strahl}^2$	$P$ Leistung [W]
Drehmoment auf Turbine	$M = n F = n \rho \frac{d_{Strahl}^2 \pi}{4} w_{Strahl}^2 r$	$n$ Anzahl Düsen [-]
Leistung des Wasserkraftwerks	$P = \dot{E} = \dot{W} = \frac{1}{2} \dot{m} * w_{Strahl}^2$ $P = \frac{1}{2} * \rho \frac{d^2 \pi}{4} w_{Strahl} * w_{Strahl}^2$ $P = \frac{\rho d^2 \pi w_{Strahl}^3}{8}$	$r$ Radius Turbine [m] $w$ Geschwindigkeit [m/s] $\rho$ Dichte des Fluids [kg/m <sup>3</sup> ] $g$ Erdbeschleunigung [m/s <sup>2</sup> ] $z$ Höhe [m] $\lambda$ Rohrreibungszahl [-] $\zeta$ Druckverlustbeiwert [-]
Leistung (inkl. Druckverlust)	$w_\omega = \sqrt{2 \left( g(z_\alpha - z_\omega) - \frac{1}{\rho} \left( \underbrace{\sum \lambda_i \frac{\rho}{2} w_i^2 \frac{l_i}{d_i}}_{\text{Gerade Rohrstücke}} + \underbrace{\sum \zeta_i \frac{\rho}{2} w_i^2}_{\text{Formstücke}} \right) \right)}$ $P = n * \dot{W} = n * \dot{m} \frac{w_\omega^2}{2} = n * \rho * \frac{d_{Strahl}^2 \pi}{4} * \frac{w_\omega^3}{2}$	
Druckverlust in geradem Rohrstück	$\Delta p_L = \lambda \frac{\rho}{2} w^2 \frac{L}{d}$	$\lambda$ Rohrreibungszahl [-]
Druckverlust in Formstück	$\Delta p_L = \zeta \frac{\rho}{2} w^2$	$d$ Rohrdurchmesser [m] $k$ Absolute Rauheit [m] $\nu$ Kinematische Viskosität [m <sup>2</sup> /s]
Reynoldszahl	$Re = \frac{wd}{\nu}$	
Rohrreibungszahl (laminarer Bereich)	$\lambda = \frac{64}{Re}$	
Rohrreibungszahl (turbulenter Bereich)	Hydraulisch glatt (Prandtl): $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10}(Re \sqrt{\lambda}) - 0.8$	Hydraulisch rau (Nikuradse): $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log_{10} \left( \frac{3.71d}{k} \right)$
	Für $Re < 10^5$ (Blasius): $\lambda = \frac{0.3164}{Re^{0.24}}$	Übergangsbereich (Colebrook): $\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left( \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3.71d} \right)$

<b>Pumpenleistung</b>	$P = \Delta e \dot{m}$ $\Delta e_{Tot} = \Delta e_{Pot} + \Delta e_{Leitung} = \Delta e_{Pot} + \frac{\Delta p_L}{\rho}$		
<b>Spezifische Leistungen</b>	$e_{Pot} = g \Delta z$	$e_{Hydr} = \frac{1}{2} w_{\omega,real}^2$	$e_{Verlust} = \frac{1}{\rho} \Delta p_{Verlust}$
	$\eta_{Hydr} = \frac{e_{Hydr}}{e_{Pot}} = \frac{e_{Pot} - e_{Verlust}}{e_{Pot}}$		
<b>Erwärmung des Wassers</b>	$E = \frac{1}{2} m w^2 \Leftrightarrow \frac{E}{m} = e = \frac{1}{2} w^2$ $\Delta e = \frac{1}{2} (w_{th}^2 - w_{eff}^2) = c_p \Delta T$		

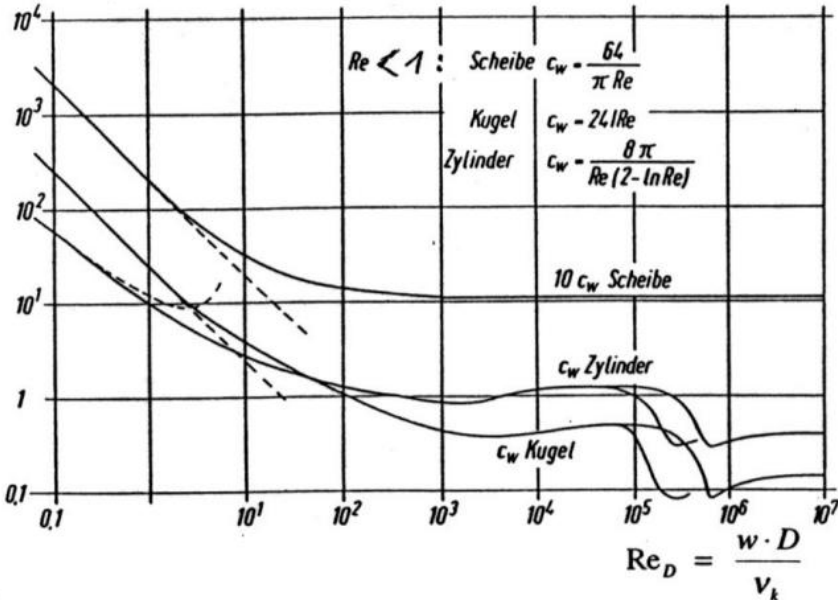
### 4.3 Berechnungen für Kompressoren

<b>Kompressionsleistung</b>	$P = \dot{m} w$	$P$ Leistung [W]
<b>Isotherme Kompression (diabate Wand)</b>	$w = R_{Spez} T_\alpha \ln \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)$	$w$ Spez. Arbeit [J/kg]
<b>Isentrope Kompression (adiabat &amp; reibungsfrei)</b>	$w = R_{Spez} T_\alpha \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left[ \left( \frac{p_\omega}{p_\alpha} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]$	$\kappa$ Isentropenexponent [-]

## 4.4 Reale Effekte

<b>Grenzschicht</b>	$Re_{krit} = \frac{w_\infty l_a}{\nu}$ $Re_{krit} \approx 3.2 * 10^5 \dots \underbrace{3.2 * 10^6}_{\text{Ruhige Luft}}$ $\delta_{lam}(x) \cong 5 \sqrt{\frac{\nu x}{w_\infty}} \quad \delta_{turb}(x) \cong 0.37 \sqrt[5]{\frac{\nu x^4}{w_\infty}}$	<table> <tr> <td><math>Re</math></td> <td>Reynolds Zahl</td> <td><math>[-]</math></td> </tr> <tr> <td><math>w_\infty</math></td> <td>Geschwindigkeit</td> <td><math>[m/s]</math></td> </tr> <tr> <td><math>l_a</math></td> <td>Umschlagsstelle</td> <td><math>[m]</math></td> </tr> <tr> <td><math>\nu</math></td> <td>Kinematische Viskosität</td> <td><math>[m^2/s]</math></td> </tr> <tr> <td><math>x</math></td> <td>Abstand von der Vorderkante</td> <td><math>[m]</math></td> </tr> <tr> <td><math>\delta</math></td> <td>Dicke der Grenzschicht</td> <td><math>[m]</math></td> </tr> </table>	$Re$	Reynolds Zahl	$[-]$	$w_\infty$	Geschwindigkeit	$[m/s]$	$l_a$	Umschlagsstelle	$[m]$	$\nu$	Kinematische Viskosität	$[m^2/s]$	$x$	Abstand von der Vorderkante	$[m]$	$\delta$	Dicke der Grenzschicht	$[m]$
$Re$	Reynolds Zahl	$[-]$																		
$w_\infty$	Geschwindigkeit	$[m/s]$																		
$l_a$	Umschlagsstelle	$[m]$																		
$\nu$	Kinematische Viskosität	$[m^2/s]$																		
$x$	Abstand von der Vorderkante	$[m]$																		
$\delta$	Dicke der Grenzschicht	$[m]$																		
<b>Reibwiderstand</b>	Reibungskraft an umströmter Fläche: $F_F = c_F \frac{\rho}{2} w^2 A_{Oberfläche}$	Druckkraft an Fläche quer zu Strömungsrichtung: $F_D = c_D \frac{\rho}{2} w^2 A_{Spant}$																		
<b>Gesamtwiderstand</b>	$F_W = F_{W,Oberfläche} + F_{W,Form}$ $F_W = c_F \frac{\rho}{2} w_\infty^2 A_{Oberfläche} + c_D \frac{\rho}{2} w_\infty^2 A_{Spant} = c_W \frac{\rho}{2} w_\infty^2 A_{Spant}$ Wenn $c_F$ unbekannt: <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>k</math> abschätzen</li> <li>• <math>\frac{k}{L} \rightarrow</math> Moody Diagramm</li> </ul>																			
																				

## 4.5 Sinkgeschwindigkeit von Kugeligen Teilen

<b>Sinkgeschwindigkeit allgemein</b>	$w_{Sink} = \sqrt{\left(\frac{\rho_d - \rho_k}{\rho_k}\right) \frac{4g}{3} \frac{D}{c_w(Re)}}$ <p>d: Disperse Phase (Festkörper) k: Kontinuierliche Phase (Fluid)</p>	<table> <tr><td>Re</td><td>Reynolds Zahl</td><td>[-]</td></tr> <tr><td><math>\rho_d</math></td><td>Dichte des Festkörpers</td><td>[kg/m<sup>3</sup>]</td></tr> <tr><td><math>\rho_k</math></td><td>Dichte des Fluids</td><td>[kg/m<sup>3</sup>]</td></tr> <tr><td>D</td><td>Kugeldurchmesser</td><td>[m]</td></tr> <tr><td><math>c_w</math></td><td>Widerstandsbeiwert</td><td>[-]</td></tr> <tr><td><math>\nu</math></td><td>Kinematische Viskosität</td><td>[m<sup>2</sup>/s]</td></tr> <tr><td><math>\eta</math></td><td>Dynamische Viskosität</td><td>[kg/ms]</td></tr> </table>	Re	Reynolds Zahl	[-]	$\rho_d$	Dichte des Festkörpers	[kg/m <sup>3</sup> ]	$\rho_k$	Dichte des Fluids	[kg/m <sup>3</sup> ]	D	Kugeldurchmesser	[m]	$c_w$	Widerstandsbeiwert	[-]	$\nu$	Kinematische Viskosität	[m <sup>2</sup> /s]	$\eta$	Dynamische Viskosität	[kg/ms]
Re	Reynolds Zahl	[-]																					
$\rho_d$	Dichte des Festkörpers	[kg/m <sup>3</sup> ]																					
$\rho_k$	Dichte des Fluids	[kg/m <sup>3</sup> ]																					
D	Kugeldurchmesser	[m]																					
$c_w$	Widerstandsbeiwert	[-]																					
$\nu$	Kinematische Viskosität	[m <sup>2</sup> /s]																					
$\eta$	Dynamische Viskosität	[kg/ms]																					
<b>Zusammenhang dynamische/kinematische Viskosität</b>	$\nu = \frac{\eta}{\rho}$																						
<b>Archimedes Zahl</b>	$Ar = \frac{D^3}{\nu_k^2} \frac{\rho_d - \rho_k}{\rho_k} g$																						
<b>Zusammenhang Archimedes-Reynolds Zahl</b>	$Ar < 9 \Rightarrow Re = \frac{Ar}{18}$																						
	$9 < Ar < 84'000 \Rightarrow Re = \left(\frac{Ar}{13.9}\right)^{0.7}$																						
	$Ar > 84'000 \Rightarrow Re = 1.73\sqrt{Ar}$																						
	$Re < 1$ $w_{Sink} = (\rho_d - \rho_k) \frac{g D^2}{18 \eta_k}$ $c_w = \frac{24}{Re}$	$10^3 < Re < 2 * 10^5$ $w_{Sink} = 1.826 \sqrt{\left(\frac{\rho_d - \rho_k}{\rho_k}\right) g D}$																					
	$1 < Re < 10^3$  <p>!!! Log-Skala !!!</p>																						

**Rotameter**

$$w = \frac{\dot{V}_k}{A_{Ring}}$$

$$\dot{V}_k = \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_k) V_s g}{c_w(Re) \frac{\rho_k}{2} A_{Spant}}} * A_{Ring}$$

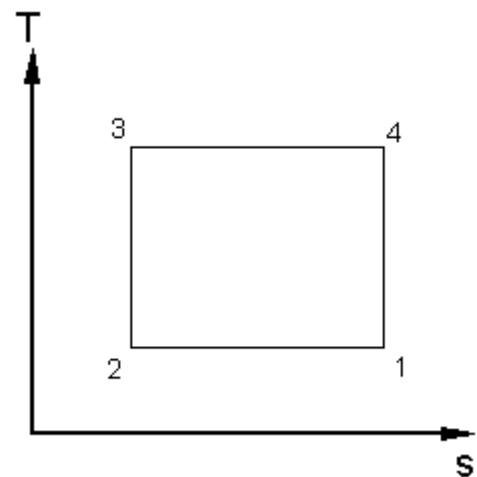
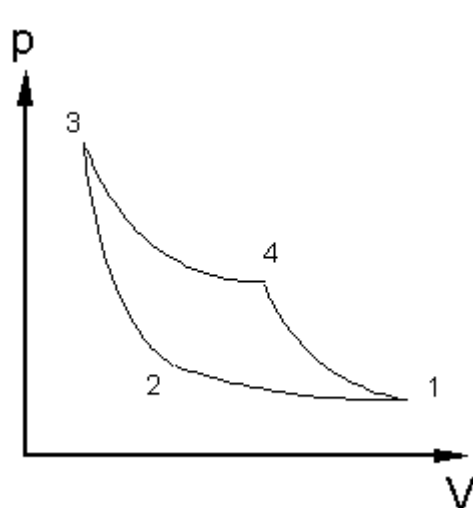
$$\dot{V}_k = c_{Gerät} * \frac{A_{Ring}}{\sqrt{c_w(Re)}} * \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho_k)}{\rho_k}}$$

$\rho_s$  Dichte des Schwimmers [kg/m<sup>3</sup>]  
 $\rho_k$  Dichte des Fluids [kg/m<sup>3</sup>]

**4.6 Wichtige Kreisprozesse**

**4.6.1 Carnot Prozess**

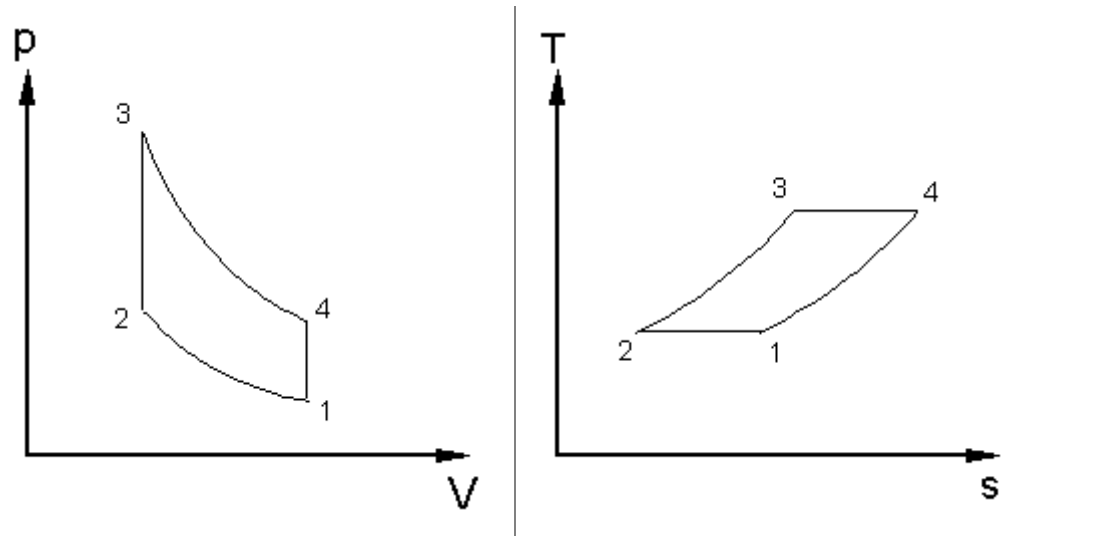
**Carnot**



<b>1 → 2: Isotherme Kompression</b>	$W_{12} = m R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$	$Q_{12} = -m R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$
<b>2 → 3: Isentrope Kompression</b>	$W_{23} = m c_v (T_3 - T_2)$	
<b>3 → 4: Isotherme Expansion</b>	$W_{34} = -m R T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$	$Q_{34} = m R T_1 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$
<b>4 → 1: Isentrope Expansion</b>	$W_{41} = -m c_v (T_4 - T_1)$	
<b>Nutzarbeit</b>	$W = W_{34}$	
<b>Wirkungsgrad</b>	$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$	

## 4.6.2 Stirling Prozess

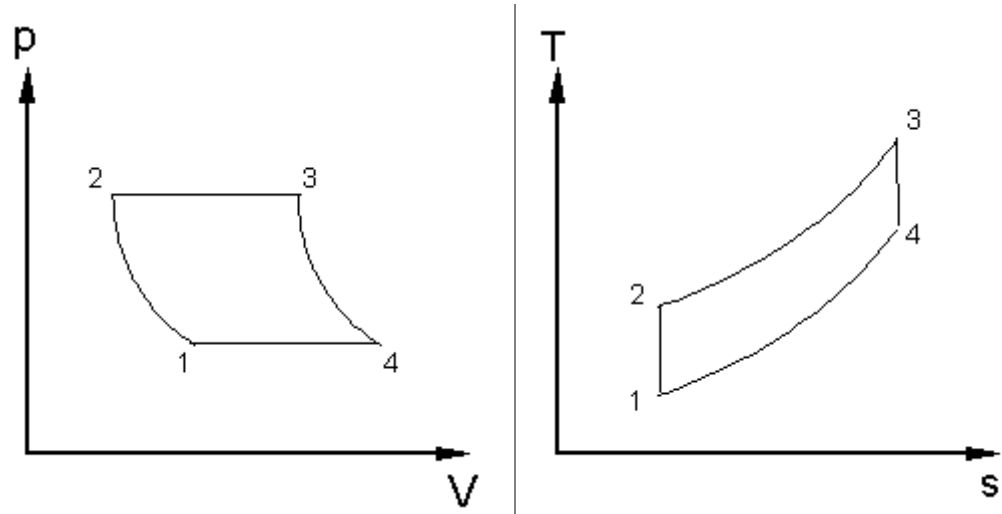
Diagramme



<b>1 → 2:</b> Isotherme Kompression	$W_{12} = m R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$	$Q_{12} = -m R T_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$
<b>2 → 3:</b> Isochore Erwärmung		$Q_{23} = m c_v (T_3 - T_2)$
<b>3 → 4:</b> Isotherme Expansion	$W_{34} = -m R T_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$	$Q_{34} = m R T_1 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$
<b>4 → 1:</b> Isochore Expansion		$Q_{41} = m c_v (T_1 - T_4)$
<b>Nutzarbeit</b>	$W_{St} = Q_{34} + Q_{12}$	
<b>Thermischer Wirkungsgrad</b>	$\eta_{th} = \frac{W_{St}}{Q_{34}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$	

### 4.6.3 Joule Prozess

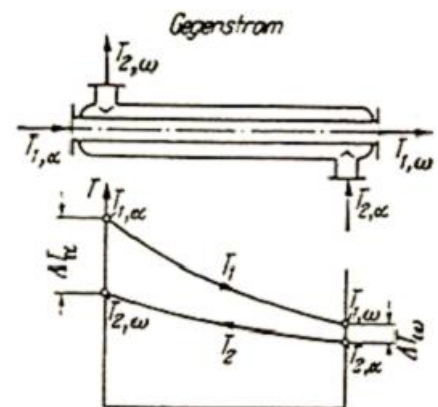
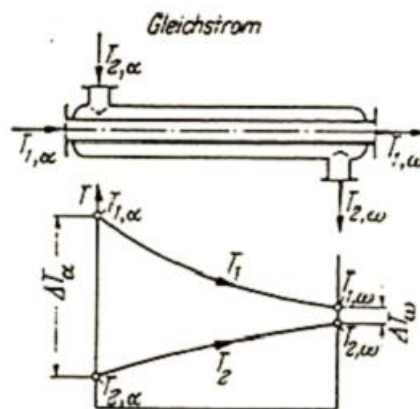
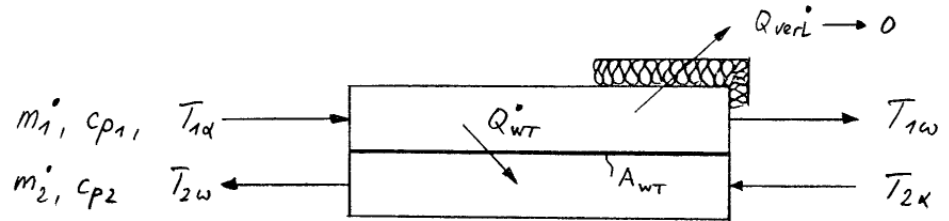
Joule



1 → 2: Isentrope Kompression	$W_{12} = m(h_2 - h_1)$	
2 → 3: Isobare Wärmezufuhr		$Q_{23} = m(h_3 - h_2)$
3 → 4: Isentrope Expansion	$W_{12} = m(h_4 - h_3)$	
4 → 1: Isobare Wärmeabfuhr		$Q_{41} = m(h_1 - h_4)$
Prozessarbeit	$W = (h_3 - h_2) - (h_4 - h_1)$	
Wirkungsgrad	$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$	

## 5 Wärmetauscher

Apparateskizze



Wärmetauscherformeln

$$\begin{cases} \dot{m}_1 c_{p,1} T_{1,\alpha} = \dot{Q}_{WT} + \dot{m}_1 c_{p,1} T_{1,\omega} \\ \dot{m}_2 c_{p,2} T_{2,\alpha} + \dot{Q}_{WT} = \dot{m}_2 c_{p,2} T_{2,\omega} \\ \dot{Q}_{WT} = k A_{WT} \Delta T_{\text{mittel}} \end{cases}$$

Mittlere Temperaturdifferenz

Für Gleich- oder Gegenstrom gilt:

$$\Delta T_{\text{mittel}} = LMTD.$$

$$LMTD = \frac{\Delta T_h - \Delta T_k}{\ln\left(\frac{\Delta T_h}{\Delta T_k}\right)}$$

Für Kreuzstrom gilt:

$$\Delta T_{\text{mittel}} = \zeta(\xi, \eta)(T_\alpha - t_\alpha)$$

$$\xi = \frac{T_\alpha - \bar{T}_\omega}{T_\alpha - t_\alpha}$$

$$\eta = \frac{\bar{t}_\omega - t_\alpha}{T_\alpha - t_\alpha}$$

$\xi$	$\eta$										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.0	1.000	0.949	0.896	0.841	0.783	0.721	0.655	0.581	0.497	0.391	0.0
0.1	0.949	0.893	0.840	0.786	0.729	0.670	0.605	0.533	0.448	0.338	0.0
0.2	0.896	0.840	0.785	0.734	0.677	0.617	0.552	0.480	0.398	0.292	0.0
0.3	0.841	0.786	0.734	0.682	0.625	0.565	0.502	0.430	0.348	0.247	0.0
0.4	0.783	0.729	0.677	0.625	0.569	0.513	0.449	0.378	0.300	0.206	0.0
0.5	0.721	0.670	0.617	0.565	0.513	0.456	0.394	0.326	0.251	0.167	0.0
0.6	0.655	0.605	0.552	0.502	0.449	0.394	0.334	0.271	0.201	0.128	0.0
0.7	0.581	0.533	0.480	0.430	0.378	0.326	0.271	0.213	0.151	0.089	0.0
0.8	0.497	0.448	0.398	0.348	0.300	0.251	0.201	0.151	0.100	0.052	0.0
0.9	0.391	0.338	0.292	0.247	0.206	0.167	0.128	0.089	0.052	0.022	0.0
1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Wärmedurchgang / k-Wert

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_i} + \left(\sum \frac{s_i}{\lambda_i}\right) + \frac{1}{\alpha_a} + R_i + R_a$$