

# 1 Frequenzverhalten Revision : 996

## 1.1 Logarithmische Darstellungen

| Lrel. (dB) | Lrel. (NP) | P2/P1             | A2/A1                    |
|------------|------------|-------------------|--------------------------|
| 100.000    | 11.513     | 10 <sup>10</sup>  | 10 <sup>5</sup>          |
| 90.000     | 10.362     | 10 <sup>9</sup>   | 31622.777                |
| 80.000     | 9.210      | 10 <sup>8</sup>   | 10 <sup>4</sup>          |
| 70.000     | 8.059      | 10 <sup>7</sup>   | 3162.278                 |
| 60.000     | 6.908      | 10 <sup>6</sup>   | 10 <sup>3</sup>          |
| 50.000     | 5.756      | 10 <sup>5</sup>   | 316.228                  |
| 40.000     | 4.605      | 10 <sup>4</sup>   | 10 <sup>2</sup>          |
| 30.000     | 3.454      | 10 <sup>3</sup>   | 31.623                   |
| 20.000     | 2.303      | 10 <sup>2</sup>   | 10.000                   |
| 19.085     | 2.197      | 81.000            | 9.000                    |
| 19.000     | 2.187      | 79.433            | 8.913                    |
| 18.062     | 2.079      | 64.000            | 8.000                    |
| 18.000     | 2.072      | 63.096            | 7.943                    |
| 17.000     | 1.957      | 50.119            | 7.079                    |
| 16.902     | 1.946      | 49.000            | 7.000                    |
| 16.000     | 1.842      | 39.811            | 6.310                    |
| 15.563     | 1.792      | 36.000            | 6.000                    |
| 15.000     | 1.727      | 31.623            | 5.623                    |
| 14.000     | 1.612      | 25.119            | 5.012                    |
| 13.979     | 1.609      | 25.000            | 5.000                    |
| 13.000     | 1.497      | 19.953            | 4.467                    |
| 12.041     | 1.386      | 16.000            | 4.000                    |
| 12.000     | 1.382      | 15.849            | 3.981                    |
| 11.000     | 1.266      | 12.589            | 3.548                    |
| 10.000     | 1.151      | 10.000            | 3.162                    |
| 9.542      | 1.099      | 9.000             | 3.000                    |
| 9.000      | 1.036      | 7.943             | 2.818                    |
| 8.000      | 0.921      | 6.310             | 2.512                    |
| 7.000      | 0.806      | 5.012             | 2.239                    |
| 6.021      | 0.693      | 4.000             | 2.000                    |
| 6.000      | 0.691      | 3.981             | 1.995                    |
| 5.000      | 0.576      | 3.162             | 1.778                    |
| 4.000      | 0.461      | 2.512             | 1.585                    |
| 3.010      | 0.347      | 2.000             | 1.414                    |
| 3.000      | 0.345      | 1.995             | 1.413                    |
| 2.000      | 0.230      | 1.585             | 1.259                    |
| 1.000      | 0.115      | 1.259             | 1.122                    |
| 0.000      | 0.000      | 1.000             | 1.000                    |
| -1.000     | -0.115     | 0.794             | 0.891                    |
| -2.000     | -0.230     | 0.631             | 0.794                    |
| -3.000     | -0.345     | 0.501             | 0.708                    |
| -4.000     | -0.461     | 0.398             | 0.631                    |
| -5.000     | -0.576     | 0.316             | 0.562                    |
| -6.000     | -0.691     | 0.251             | 0.501                    |
| -7.000     | -0.806     | 0.200             | 0.447                    |
| -8.000     | -0.921     | 0.158             | 0.398                    |
| -9.000     | -1.036     | 0.126             | 0.355                    |
| -10.000    | -1.151     | 0.100             | 0.316                    |
| -15.000    | -1.727     | 0.032             | 0.178                    |
| -20.000    | -2.303     | 10 <sup>-2</sup>  | 0.100                    |
| -30.000    | -3.454     | 10 <sup>-3</sup>  | 0.032                    |
| -40.000    | -4.605     | 10 <sup>-4</sup>  | 0.010                    |
| -50.000    | -5.756     | 10 <sup>-5</sup>  | 0.003                    |
| -60.000    | -6.908     | 10 <sup>-6</sup>  | 0.001                    |
| -70.000    | -8.059     | 10 <sup>-7</sup>  | 0.000                    |
| -80.000    | -9.210     | 10 <sup>-8</sup>  | 10 <sup>-4</sup>         |
| -90.000    | -10.362    | 10 <sup>-9</sup>  | 3.162 · 10 <sup>-5</sup> |
| -100.000   | -11.513    | 10 <sup>-10</sup> | 10 <sup>-5</sup>         |

Verstärkungsmass L in **Dezibel** (dB):

$$L_P = 10 \cdot \log \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$L_A = 20 \cdot \log \left( \frac{A_2}{A_1} \right)$$

Dezibel L zu linear:

$$P_2 = P_1 \cdot 10^{\frac{L_P}{10}}$$

$$A_2 = A_1 \cdot 10^{\frac{L_A}{20}}$$

Verstärkungsmass L in **Neper** (Np):

$$L_P = \frac{1}{2} \cdot \ln \left( \frac{P_2}{P_1} \right)$$

$$L_A = \ln \left( \frac{A_2}{A_1} \right)$$

Neper zu linear:

$$P_2 = P_1 \cdot e^{2L_P}$$

$$A_2 = A_1 \cdot e^{L_A}$$

Die Umrechnung zwischen **dB** und **Np** ist linear:

$$1 \text{ dB} = \frac{\ln(10)}{20} \text{ Np} = 0.1151 \text{ Np}$$

$$1 \text{ Np} = 20 \cdot \log(e) \text{ dB} = 8.686 \text{ dB}$$

Anstatt  $\frac{X_2}{X_1}$  für Verstärkungsmasse ( $L$ ) können auch  $\frac{X_1}{X_2}$  für Dämpfungsmasse ( $a$ ) verwendet werden!  
( $P$  für Leistungen,  $A$  für Amplituden)

### Hilfen zur Berechnung

| $x \text{ dB}$      | $L_P = P_2/P_1$ | $L_A = A_2/A_1$                               |
|---------------------|-----------------|-----------------------------------------------|
| $-x \text{ dB}$     | $1/L_P$         | $1/L_A$                                       |
| $x + 3 \text{ dB}$  | $L_P \cdot 2$   | $L_A \cdot \sqrt{2} \approx L_A \cdot 1.414$  |
| $x + 10 \text{ dB}$ | $L_P \cdot 10$  | $L_A \cdot \sqrt{10} \approx L_A \cdot 3.162$ |

### Relative & absolute Pegel

Relativer Pegel: Pegel relativ zu definiertem Wert

Absoluter Pegel: Pegel an Normgenerator ( $R_i = 600 \Omega$ ,  $1 \text{ mW}$  Leistung am Widerstand)

| dB <sub>abs.</sub> | dBu  | Spannungspegel bezogen auf 774.6 mV an 600 Ω   |
|--------------------|------|------------------------------------------------|
|                    | dBm  | Leistungspegel bezogen auf 1 mW an 600 Ω       |
| dB <sub>rel.</sub> | dBV  | Spannungspegel bezogen auf 1 V                 |
|                    | dBμV | Spannungspegel bezogen auf 1 μV                |
|                    | dBf  | Leistungspegel bezogen auf 10 <sup>-15</sup> W |
|                    | dBW  | Leistungspegel bezogen auf 1 W                 |
|                    | dBk  | Leistungspegel bezogen auf 1 kW                |
|                    |      | relativer Pegel                                |
|                    | dB0  | Pegel auf 0 dB bezogen                         |

## 1.2 Minimal- und nicht-minimalphasige Systeme

### 1.2.1 Allpass-Systeme

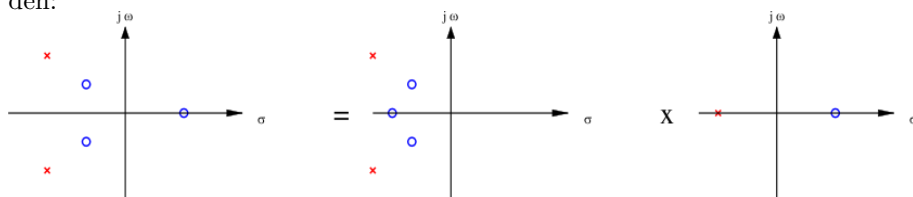
Allpässe werden vor allem als Laufzeitkorrekturglieder und als Verzögerungselemente verwendet. Der Amplitudengang ist konstant ( $|H(j\omega)| = \text{const} \neq 0$ ) und die Pol- bzw. Nullstellen haben in Paaren auftretende Null- und Polstellen, die symmetrisch zu  $j\omega$ -Achse liegen. Dabei liegen die Nullstellen auf der RHE. UTF:  $T_A(s) = K \frac{Q(-s)}{Q(s)}$

### 1.2.2 Minimalphasennetzwerk

Ein Minimalphasennetzwerk hat **keine Nullstellen in der rechten Halbebene (RHE)**, darf jedoch Nullstellen auf der imaginären Achse haben.

### 1.2.3 Nicht-Minimalphasennetzwerk

Ein Nicht-Minimalphasennetzwerk kann durch Kaskadierung eines Allpasses und eine Minimalphasennetzwerk realisiert werden:



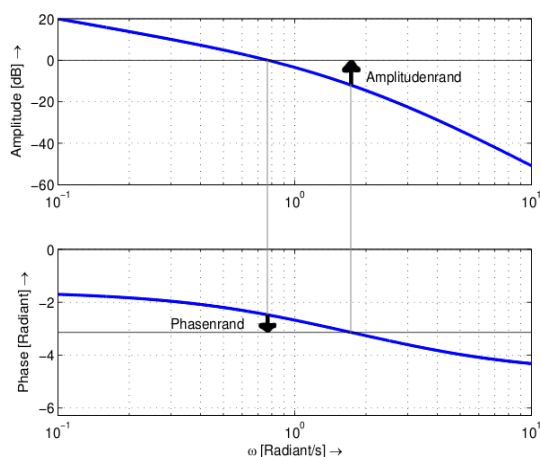
Nicht-Minimalphasennetzwerk (links) = Minimalphasennetzwerk (Mitte) · Allpass (rechts)

## 1.3 Stabilitätsbestimmung am Pol-/Nullstellendiagramm

asymptotisch stabil = alle Polstellen in der linken Halbebene (LHE)

grenzstabil=Polstellen in der LHE und/oder auf der imaginären Achse

## 1.4 Bode-Diagramm (Matlab: bode)



### 1.4.1 Definition

Das Bodediagramm besteht aus zwei Graphen, einer zeigt die Amplitude in doppelt-logarithmischer Form, der zweite zeigt die Phase in Grad und in linearer Form in Abhängigkeit der Frequenz dar.



















### 1.4.2 Stabilitätsbestimmung (Skript S. 210) (Matlab: margin, allmargin)

Der **Amplitudenrand** ist der Abstand des Amplitudenganges zur 0 dB-Linie bei der Kreisfrequenz  $\omega$ , wo die Phase gleich  $-\pi$  (-180 Grad) ist.

Der **Phasenrand** ist der Abstand des Phasenganges zur  $-\pi$ -Linie bei der Kreisfrequenz  $\omega$ , wo die Amplitude gleich 0 dB ist.

Damit ein System stabil ist, müssen Phasen- und Amplitudenrand  $> 0$  sein. Je grösser der Phasen- und Amplitudenrand ist, desto "stabiler" ist das System.

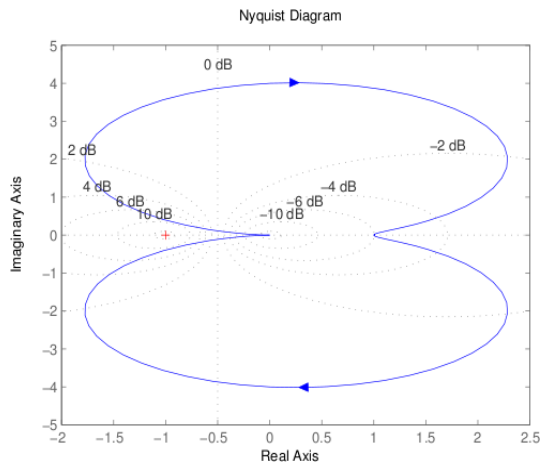
1.4.3 Approximation des Bode-Diagramms (Skript S. 193)

| UTF $H(s)$                                                                                                                                                  | Amplitude $ H(s) $                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Phase $\angle(H(s))$                                                                                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1) Konstanter Faktor<br>$\alpha e^{j\beta}$                                                                                                                 |  Konst. $20 \log \alpha$                                                                                                                                                                                                                                                               |  Konst. $\beta$                                                                                                                                                  |
| 2) Pol im Ursprung<br>$\frac{\alpha}{s}$                                                                                                                    |  Lin. Steigung $-20\text{dB/Dek.}$<br>$0\text{dB}$ bei $\omega = \alpha$                                                                                                                                                                                                               |  Konst. $-\frac{\pi}{2}$                                                                                                                                         |
| 3) Nullstelle im Ursprung<br>$\alpha s$                                                                                                                     |  Lin. Steigung $+20\text{dB/Dek.}$<br>$0\text{dB}$ bei $\omega = \frac{1}{\alpha}$                                                                                                                                                                                                     |  Konst. $+\frac{\pi}{2}$                                                                                                                                         |
| 4a) Reeller Pol<br>$\frac{1}{s+\alpha}$                                                                                                                     |  Konst. $-20 \log \alpha$ für $\omega < \alpha$<br>dann Steigung $-20\text{dB/Dek.}$                                                                                                                                                                                                   |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\alpha}{10}$<br>Konst. $-\frac{\pi}{2}$ für $\omega > 10\alpha$                                                                  |
| 4b) Reeller Pol<br>$\frac{\alpha}{s+\alpha}$                                                                                                                |  Konst. $0\text{dB}$ für $\omega < \alpha$<br>dann Steigung $-20\text{dB/Dek.}$                                                                                                                                                                                                        |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\alpha}{10}$<br>Konst. $-\frac{\pi}{2}$ für $\omega > 10\alpha$                                                                  |
| 5a) Reelle Nullstelle<br>$s + \alpha$                                                                                                                       |  Konst. $20 \log \alpha$ für $\omega < \alpha$<br>dann Steigung $+20\text{dB/Dek.}$                                                                                                                                                                                                    |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\alpha}{10}$<br>Konst. $+\frac{\pi}{2}$ für $\omega > 10\alpha$                                                                  |
| 5b) Reelle Nullstelle<br>$\frac{s+\alpha}{\alpha}$                                                                                                          |  Konst. $0\text{dB}$ für $\omega < \alpha$<br>dann Steigung $+20\text{dB/Dek.}$                                                                                                                                                                                                      |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\alpha}{10}$<br>Konst. $+\frac{\pi}{2}$ für $\omega > 10\alpha$                                                                |
| 6a) Konjugiert-komplexe Pole<br>$\frac{1}{s^2+s\frac{\omega_p}{q_p}+\omega_p^2}$                                                                            |  Konst. $-40 \log \omega_p$ für $\omega < \omega_p$<br>dann Steigung $-40\text{dB/Dek.}$ für<br>$\omega > \omega_p$ ; $-40 \log \omega_p$<br>Überhöhung zwischen $\frac{\omega_p}{2}$ , $\omega_p$ &<br>$2\omega_p$<br>Max. $20 \log \frac{q_p}{\omega_p^2}$ bei $\omega = \omega_p$ |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\omega_p}{10^{1/2q_p}}$<br>Konst. $-\pi$ für $\omega > \omega_p 10^{1/2q_p}$<br>$-\frac{\pi}{2}$ bei $\omega = \omega_p$       |
| 6b) Konjugiert-komplexe Pole<br>$\frac{\omega_p^2}{s^2+s\frac{\omega_p}{q_p}+\omega_p^2}$                                                                   |  Konst. $0\text{dB}$ für $\omega < \omega_p$<br>dann Steigung $-40\text{dB/Dek.}$ für<br>$\omega > \omega_p$ ; $0\text{dB}$<br>Überhöhung zwischen $\frac{\omega_p}{2}$ , $\omega_p$ &<br>$2\omega_p$ , Max. $20 \log q_p$ bei $\omega = \omega_p$                                   |  Konst. $0$ für $\omega < \frac{\omega_p}{10^{1/2q_p}}$<br>Konst. $-\pi$ für $\omega > \omega_p 10^{1/2q_p}$<br>Bei $\omega = \omega_p$ genau $-\frac{\pi}{2}$ |
| 7) Konjugiert-komplexe Nullstellen<br>$s^2 + s\frac{\omega_z}{q_z} + \omega_z^2$<br>bzw.<br>$\frac{s^2 + s\frac{\omega_z}{q_z} + \omega_z^2}{\omega_z^2}$   | Analog zu 6a, 6b (jedoch Spiegelung an der 0dB-Linie)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Analog zu 6a, 6b (jedoch Spiegelung an der 0 Grad-Linie)                                                                                                                                                                                           |
| 8) Serieschaltung von Systemen erfolgt durch <b>Superposition</b> der einzelnen Bode-Diagramme (Multiplikation von UTFs entspricht Addition im dB-Bereich). |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                    |

Werte für  $q_p$  bzw.  $q_z$

| $q$ | $10^{\frac{1}{2q_p}}$ | $\frac{1}{10^{\frac{1}{2q_p}}}$ | $q$ | $10^{\frac{1}{2q_p}}$ | $\frac{1}{10^{\frac{1}{2q_p}}}$ | $q$ | $10^{\frac{1}{2q_p}}$ | $\frac{1}{10^{\frac{1}{2q_p}}}$ | $q$ | $10^{\frac{1}{2q_p}}$ | $\frac{1}{10^{\frac{1}{2q_p}}}$ | $q$ | $10^{\frac{1}{2q_p}}$ | $\frac{1}{10^{\frac{1}{2q_p}}}$ |
|-----|-----------------------|---------------------------------|-----|-----------------------|---------------------------------|-----|-----------------------|---------------------------------|-----|-----------------------|---------------------------------|-----|-----------------------|---------------------------------|
| 1   | 3.162                 | 0.316                           | 5   | 1.259                 | 0.794                           | 9   | 1.136                 | 0.880                           | 13  | 1.093                 | 0.915                           | 17  | 1.070                 | 0.935                           |
| 2   | 1.778                 | 0.562                           | 6   | 1.212                 | 0.825                           | 10  | 1.122                 | 0.891                           | 14  | 1.086                 | 0.921                           | 18  | 1.066                 | 0.938                           |
| 3   | 1.468                 | 0.681                           | 7   | 1.179                 | 0.848                           | 11  | 1.110                 | 0.901                           | 15  | 1.080                 | 0.926                           | 19  | 1.062                 | 0.941                           |
| 4   | 1.334                 | 0.750                           | 8   | 1.155                 | 0.866                           | 12  | 1.101                 | 0.909                           | 16  | 1.075                 | 0.931                           | 20  | 1.059                 | 0.944                           |

## 1.5 Ortskurve (Nyquist-Diagramm) (Skript S. 198) (Matlab: nyquist)



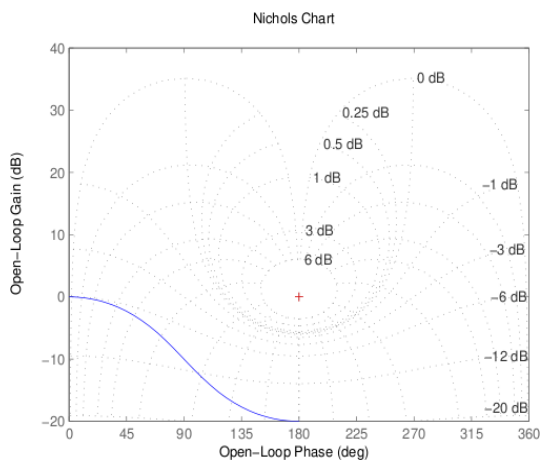
### 1.5.1 Definition

Im Gegensatz zum Bode-Diagramm wird beim Nyquist-Diagramm Betrag und Phase in einem einzigen Diagramm dargestellt, nämlich indem man den Real- und Imaginärteil des Ausgabewertes direkt in die komplexe Zahlenebene zeichnet.

### 1.5.2 Stabilitätsbestimmung

Ist der **offene** Regelkreis  $H(s)$  **asymptotisch stabil**, so ist der **geschlossene** Regelkreis  $1 + H(s) = D(s) + N(s)$  asymptotisch stabil, wenn die **Ortskurve** des **offenen** Regelkreises den kritischen Punkt  $(-1, j0)$  weder umkreist noch durchläuft.

## 1.6 Nichols-Diagramm (Skript S. 203) (Matlab: nichols)



### 1.6.1 Definition

Das Nichols Diagramm (auch Amplituden-Phasen-Diagramm) ist die Darstellung des Absolutbetrages (Verstärkung, logarithmisch) in Abhängigkeit der Phase. Das Nichols Diagramm ist zur Bestimmung der Stabilität in rückgekoppelten Systemen verwendbar.

## 2 Signalfussdiagramm (Skript S. 217) Revision : 998

- Graphische Lösung linearer Gleichungen
- Graphische Darstellung von LTI-Systemen
- Änderung der Topologie ohne UTF zu ändern

### 2.1 Transformationsregeln (Skript S. 223ff.)

### 2.2 Mason's Regel (Skript S. 230)

$$T_{ij} = \frac{\sum_k P_k \cdot \Delta_k}{\Delta} \Rightarrow \text{UTF von } x_i \text{ nach } x_j, \text{ wobei } x_i \text{ eine Quelle, } x_j \text{ jedoch nicht zwingend eine Senke sein muss.}$$

$P_k \Rightarrow$  Vorwärtspfad  $k$        $\Delta_k \Rightarrow$  Kofaktor de  $k$ -ten Pfades       $\Delta \Rightarrow$  Netzwerkdeterminante

$\Delta = 1 - (\text{Summe aller Schleifen}) + (\text{Summe aller Produkte zweier Schleifen, die sich nicht berühren}) - (\text{Summe aller Produkte dreier Schleifen, die sich nicht berühren}) + \dots$

$\Delta_k = 1 - (\text{Summe aller Schleifen die } P_k \text{ nicht berühren}) + (\text{Summe aller Produkte zweier Schleifen, die } P_k \text{ und sich selbst nicht berühren}) - (\text{Summe aller Produkte dreier Schleifen, die } P_k \text{ und sich selbst nicht berühren}) + \dots$

Falls die UTF eines SFD von einem beliebigen Knoten (keiner Quelle) gesucht wird, kann Mason's Regel nicht direkt angewandt werden. Abhilfe:

$T_{ij} = \frac{x_j}{x_i} = \frac{x_j \cdot x_q}{x_q \cdot x_i} = \frac{T_{qj}}{T_{qi}}$  Wobei  $x_q$  eine Quelle sei. Schlussendlich kürzt sich die Netzwerkdeterminante heraus.

### 2.3 Beispiel eines SFD (Skript S. 235)

a) Die UTF zwischen  $X_1$  und  $X_4$  ist (mit Mason's Regel):

$$H_{14} = \frac{X_4}{X_1} = \frac{aeh + abc(1 - g)}{1 - ef - g}$$

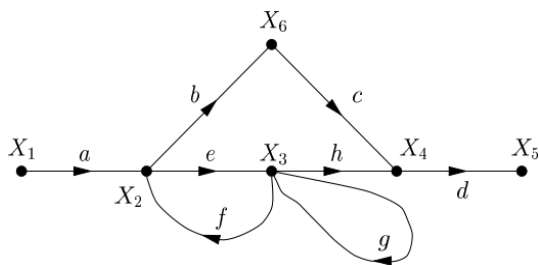
b) Das folgende Gleichungssystem beschreibt das SFD.

$$\begin{aligned} X_2 &= a \cdot X_1 + f \cdot X_3 \\ X_3 &= e \cdot X_2 + g \cdot X_3 \\ X_4 &= h \cdot X_3 + c \cdot X_6 \\ X_5 &= d \cdot X_4 \\ X_6 &= b \cdot X_2 \end{aligned}$$

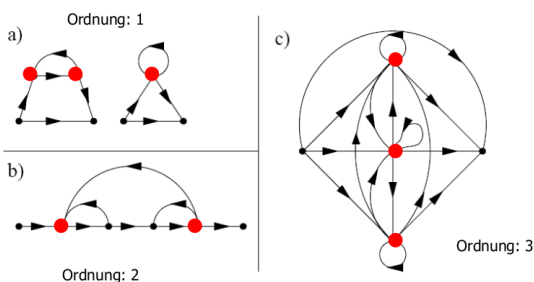
Nach Umformung der Gleichungen erhalten wir:

$$X_4 = h \cdot X_3 + \frac{bc}{e} \cdot (1 - g) \cdot X_3 \quad \& \quad X_3 \cdot \frac{1 - g}{e} = a \cdot X_1 + f \cdot X_3.$$

$$\text{Somit ist } X_4 = \frac{h + \frac{bc}{e}(1-g)}{\frac{1-g}{e} - f} X_1 = \frac{aeh + abc(1-g)}{1-g-ef} X_1.$$

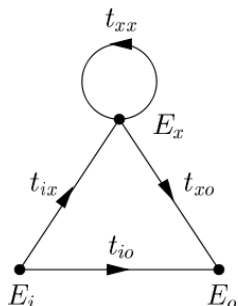


### 2.4 Fundamentales SFD (Skript S. 236)



Ordnung eines SFD = Anzahl der fundamentalen Knoten: Knoten, welche entfernt werden müssen, um alle Schleifen aufzubrechen.

**2.4.1 Fundamentales SFD erster Ordnung (Skript S. 237)**



Durch Reduzieren auf das fundamentale SFD 1. Ordnung, kann die UTF direkt ermittelt werden:

$$\frac{E_o}{E_i} = t_{io} + \frac{t_{ix}t_{xo}}{1 - t_{xx}} = \frac{t_{io} - t_{io}t_{xx} + t_{ix}t_{xo}}{1 - t_{xx}}$$

**2.5 Einbezug analoger Verstärker (Skript S. 240)**

| OP                                                     | SFD | OP                                                          | SFD | OP                                                     | SFD |
|--------------------------------------------------------|-----|-------------------------------------------------------------|-----|--------------------------------------------------------|-----|
| a) Differentieller Eingang endlicher Verstärkung A<br> |     | b) Asymmetrischer neg. Eingang, endlicher Verstärkung A<br> |     | c) Differentieller Eingang unendlicher Verstärkung<br> |     |

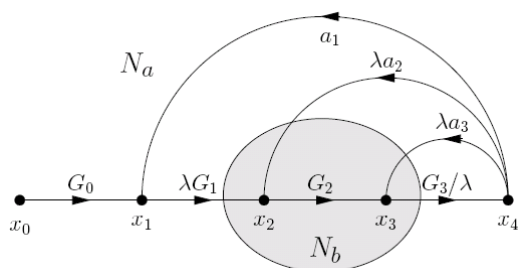
**2.6 Skalierung (Skript S. 245)**

Um einen oder mehrere Knoten zu ändern, ohne das gesamte System zu ändern (Voraussetzung: Start/Endknoten werden nicht mitmaskiert), kann man diese Knoten skalieren.

Vorgehen:

1. Skalierungszone festlegen (Trennbündel)
2. Alle eingehende Zweige mit  $\lambda$  multiplizieren
3. Alle ausgehende Zweige mit  $\frac{1}{\lambda}$  multiplizieren

Wenn alle maximalen Signalniveaus gleich  $\rightarrow$  maximal möglichen Dynamikbereich

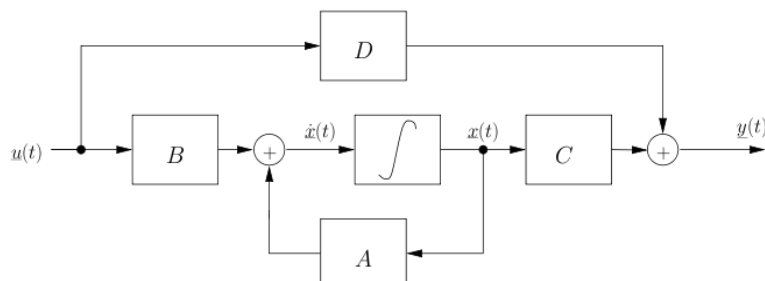


### 3 Zustandsraumdarstellung (Skript S. 139) Revision : 999

Darstellung einer Differentialgleichung  $n$ . Ordnung durch ein Differentialgleichungssystem von  $n$  Gleichungen 1. Ordnung.

#### 3.1 Definition (Skript S. 140)

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}(t) &= \mathbf{A}\underline{x}(t) + \mathbf{B}u(t) \\ \underline{y}(t) &= \mathbf{C}\underline{x}(t) + \mathbf{D}u(t)\end{aligned}$$



**A**: Systemmatrix ( $n \times n$ ): Spalten entsprechen Ausgängen der Integratoren, Zeilen Eingänge;  
**B**: Steuer- oder Eingangsmatrix ( $n \times m$ ) "senkrecht";  
**C**: Beobachtungs- oder Ausgangsmatrix ( $k \times n$ ) "waagrecht";  
**D**: Übergangs- oder Durchgangsmatrix ( $k \times m$ )

wobei  $m$  der Anzahl Eingangssignale,  $k$  der Anzahl Ausgangssignale &  $n$  der Anzahl Zustandsgrößen (Integratoren, Ordnung) entsprechen.

#### 3.2 ZRD im Zeitbereich (Skript S. 143)

#### 3.3 ZRD im Frequenzbereich (Skript S. 147) (Matlab: ss2tf)

$$\mathbf{H}(s) = \frac{\underline{Y}(s)}{\underline{U}(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I}_n - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} + \mathbf{D}$$

Die Grösse der Matrix  $\mathbf{H}(s)$  entspricht der Grösse der Durchgangsmatrix  $\mathbf{D}$ .  $\mathbf{I}_n$  sei die Einheitsmatrix mit Grösse  $n \times n$ .

#### 3.4 Übertragungsmatrizen (Skript S. 149)

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

Allgemeine Formel für  $m = 1$  Eingang,  $k = 1$  Ausgang,  $n = 2$  Integratoren:

$$\begin{aligned}H(s) &= \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \end{bmatrix} \cdot \left( \begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{21} \end{bmatrix} + D \\ &= \frac{B_{11}C_{11}(s - A_{22}) + B_{11}C_{12}A_{21} + B_{21}C_{11}A_{12} + B_{21}C_{12}(s - A_{11})}{(s - A_{22})(s - A_{11}) - A_{12}A_{21}} + D\end{aligned}$$

#### 3.5 Stabilität (Skript S. 153)

Wenn alle Realteile der Eigenwerte  $\lambda$  der Systemmatrix  $\mathbf{A}$  negativ sind, ist ein LTI-System asymptotisch stabil, jedoch nicht umgekehrt:  $|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0 \rightarrow \forall \lambda \quad \Re\{\lambda\} < 0$

### 3.6 Beobachtbar- & Steuerbarkeit (Skript S. 154)

#### 3.6.1 Steuerbarkeit (Matlab: ctrb)

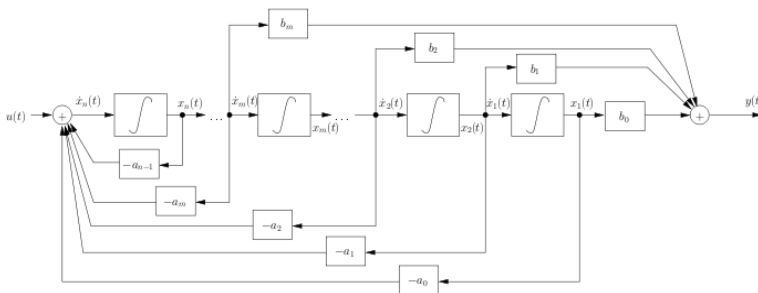
Gibt es Zustände von  $\underline{x}(t)$  die nicht von den Eingängen  $u(t)$  beeinflusst werden? Wenn ja, dann ist das System nicht steuerbar! Wenn  $|Q_{\text{Steuerbarkeit}}| = |[B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]| \neq 0$ , dann ist das System vollständig steuerbar.

#### 3.6.2 Beobachtbarkeit (Matlab: obsv)

Gibt es Zustände  $\underline{x}(t)$  die keinen Einfluss auf die Ausgänge  $y(t)$  haben? Wenn ja, kann man aus dem Verhalten von  $y(t)$  nicht auf die Zustände  $\underline{x}(t)$  schliessen! Das System ist nicht beobachtbar!

Wenn  $|Q_{\text{Beobachtbarkeit}}| = \begin{vmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{vmatrix} \neq 0$ , dann ist das System vollständig beobachtbar.

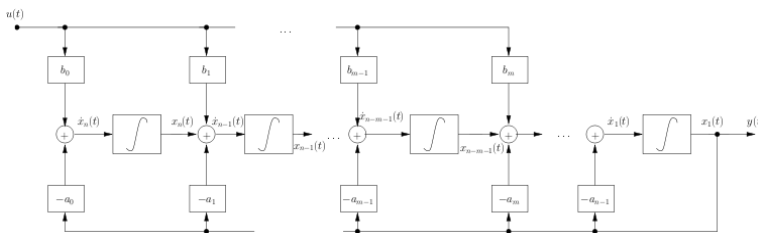
#### 3.6.3 Regelungsnormalform (Skript S. 150)



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t),$$

$$y(t) = [ \ b_0 - a_0 b_n \quad b_1 - a_1 b_n \quad \dots \quad b_{n-1} - a_{n-1} b_n \ ] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + [ \ b_n \ ] \cdot u(t).$$

#### 3.6.4 Beobachtungsnormalform (Skript S. 151)



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1}(t) \\ \dot{x}_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & -a_0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -a_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_0 - a_0 b_n \\ b_1 - a_1 b_n \\ b_2 - a_2 b_n \\ \vdots \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_n \end{bmatrix} \cdot u(t),$$

$$y(t) = [ \ 0 \ 0 \ \dots \ 1 \ ] \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_{n-1}(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + [ \ b_n \ ] \cdot u(t).$$



## 4 Matrizenrechnung

### 4.1 Übersicht

Transponierte Matrix:  $A^T = [a_{ik}^T] = [a_{ki}]$  vertauschen der Zeilen mit Spalten

Einheitsmatrix: 
$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### 4.2 Determinante

#### 2x2 Matrix

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

#### 3x3 Matrix

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}.$$

**Dreiecksmatrix** - Alle Elemente entweder ober- oder unterhalb der Hauptdiagonale = 0

$\det A = a_{11} \cdot a_{22} \cdot \dots \cdot a_{nn}$  Die Det. ist das Produkt der Hauptdiagonal-Einträge. Gilt somit auch für Diagonalmatrizen.

**Null** ( $|A| = 0$ ) - Wenn  $A$  eine (n,n)-Matrix ist, so wird  $|A| = 0$  unter einer der folgenden Bedingungen:

- Zwei Zeilen/Spalten sind linear abhängig (gleich oder ein Vielfaches der anderen).
- Alle Elemente einer Zeile/Spalte sind Null.

**Allgemein:**

$$A \in M_n : \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & & \dots & \\ \dots & & & \\ a_{n1} & & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = (-1)^{1+1}a_{11}D_{11} + (-1)^{1+2}a_{12}D_{12} + \dots + (-1)^{1+n}a_{1n}D_{1n}$$

#### 4.2.1 Unterdeterminante

$$D_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & \\ a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \quad D_{12} = \begin{vmatrix} a_{21} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

$D_{ij}$  die (n-1)×(n-1)-Untermatrix von D ist, die durch Streichen der i-ten Zeile und j-ten Spalte entsteht.

Diese Methode ist zu empfehlen, wenn die Matrix in einer Zeile oder Spalte bis auf eine Stelle nur Nullen aufweist. Dies lässt sich meist mit dem Gausverfahren bewerkstelligen.

### 4.3 Gaussverfahren

Durch Addition und Subtraktion einzelner Zeilen (auch von Vielfachen einer Zeile) werden einzelne Stellen auf Null gebracht.

zB:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & & \dots & \\ \dots & & & \\ a_{n1} & & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ ka_{21} - na_{11} & ka_{22} - na_{12} & \dots & ka_{2n} - na_{1n} \\ \dots & & & \\ a_{n1} & & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Die n \* erste Zeile wurde von der k \* zweiten Zeile abgezogen ( $a_{2.} = ka_{2.} - na_{1.}$ )

#### 4.4 Inverse Matrix (Existiert nur wenn Matrix regulär: $\det A \neq 0$ )

**2x2 Matrix:**

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

**3x3 Matrix:**

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \begin{bmatrix} ei - fh & ch - bi & bf - ce \\ fg - di & ai - cg & cd - af \\ dh - eg & bg - ah & ae - bd \end{bmatrix}$$

**Diagonalmatrix** (Alle Elemente ausserhalb der Hauptdiagonale = 0, Elemente auf Hauptdiagonale sind Eigenwerte  $\lambda_i$ ):  
Alle Elemente elementweise invertieren - Kehrwert.  $\Rightarrow$  Gilt nur wenn alle Elemente auf der Hauptdiagonale  $\neq 0$  sind.

**Allgemein:**

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & & \dots & \\ \dots & & & \\ a_{n1} & & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}^{-1}$$

1.  $A^T$  bestimmen (Zeilen und Spalten vertauschen)  $A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{n1} \\ a_{12} & & \dots & \\ \dots & & & \\ a_{1n} & & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$

2. Bei  $A^T$  jedes Element  $a_{ij}$  durch Unterdet.  $D_{ij}$  mit richtigem Vorzeichen ersetzen  $A^* = \begin{bmatrix} (-1)^{1+1}D_{11} & \dots & (-1)^{1+n}D_{1n} \\ \dots & & \\ (-1)^{n+1}D_{n1} & \dots & (-1)^{n+n}D_{nn} \end{bmatrix}$

3.  $A^{-1} = \frac{A^*}{\det A}$

#### 4.5 Diagonalisierung

1. Eigenwerte  $\lambda$  ausrechnen:  $\det(A - I_n\lambda) = 0$

2. Eigenvektoren  $\vec{v}$  bilden:  $(A - \lambda I_n)\vec{v} = 0$

3. Transformationsmatrix:  $T = [\vec{v}_1 \dots \vec{v}_n]$

4.  $T^{-1}$  berechnen (Achtung ist A symmetrisch, dh.  $A^T = A$  und oder alle EV senkrecht zueinander, dann  $T^{-1} = T^T$ )

5.  $D = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$

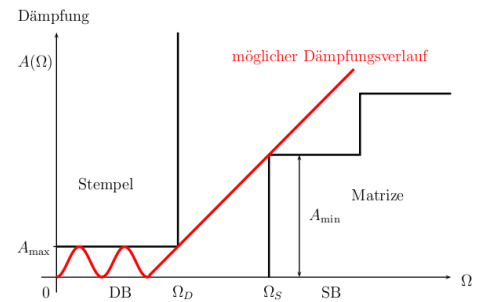
6.  $A^n = TD^nT^{-1}$

## 5 Filtertheorie (Skript S. 257) Revision : 996

Man unterscheidet die Filtertypen grundsätzlich zwischen Tief-, Hoch- und Bandpässen sowie Bandsperrern.

### 5.1 Toleranzschema (Skript S. 263)

Im Durchlassbereich (DB) bestimmt der Stempel die maximal zulässige Dämpfung  $A_{\max}$ ; im Sperrbereich (SB) bestimmt die Matrizze die minimal nötige Dämpfung  $A_{\min}$ .

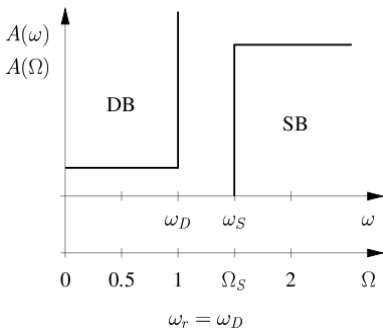


### 5.2 Realisation analoger Filter

#### 5.2.1 Allgemeines Vorgehen

1. Frequenznormierung durchführen
2. Normierten Tiefpass bestimmen (Filter nach Tiefpass transformieren)
3. Art der Approximation wählen: Butterworth, Tschebyscheff (I, II), Cauer, Bessel, Gauss, ...
4. Bestimmung der Ordnung mit Nomogrammen (Skript S. 341), Matlab (Matlab: `buttord`, `cheb1ord`, `cheb2ord`, `ellipord`) oder Formeln
5. Normierte TP-UTF aus Tabellen entnehmen & entnormieren
6. Aus Tabelle (Skript S. 356) L und C-Werte für Tiefpass herauslesen & entnormieren
7. Filter von Tiefpass zum gesuchten Filter rücktransformieren

#### 5.2.2 Frequenznormierung (Skript S. 264)



#### Normierung

$$S = \frac{s}{\omega_r} \qquad \Omega = \frac{\omega}{\omega_r} \qquad \sigma' = \frac{\sigma}{\omega_r}$$

Bei Bandpässen & -sperrern:  $\omega_r = \sqrt{\omega_{B1}\omega_{B2}} \underset{\text{wenn symmetrisch}}{=} \sqrt{\omega_{S1}\omega_{S2}}$

Zur Entnormierung wird  $\omega_{3db}$  gebraucht, daher sind diese Formeln dafür nicht geeignet!

#### 5.2.3 Filtertransformationen (Skript S. 302)

| Tiefpass-Hochpass (Skript S. 302)                                                                                                                                                                                                                    | Tiefpass-Bandpass (Skript S. 304)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Tiefpass-Bandsperrung (Skript S. 308)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Ordnung: <math>n</math></p> <p>Ansatz: <math>S \rightarrow \frac{1}{S}</math></p> <p>UTF: <math>H_{HP}(S) = H_{TP}\left(\frac{1}{S}\right)</math></p> <p>Norm. Frequenz: <math>\Omega_{SHP} = \frac{1}{\Omega_{STP}}</math></p> <p>Bandbreite</p> | <p>Ordnung: <math>2n</math></p> <p>Ansatz: <math>S \rightarrow \frac{S^2+1}{B \cdot S}</math></p> <p>UTF: <math>T_{BP}(S) = T_{TP}\left(\frac{S^2+1}{B \cdot S}\right)</math></p> <p>Norm. Frequenz: <math>\Omega_{STP} = \frac{\Omega_{S2}-\Omega_{S1}}{B} = \frac{\Omega_{S2}-\Omega_{S1}}{\Omega_{B2}-\Omega_{B1}}</math></p> <p>Bandbreite: <math>B = \frac{\omega_{B2} - \omega_{B1}}{\omega_r}</math></p> | <p>Ordnung: <math>2n</math></p> <p>Ansatz: <math>S \rightarrow \frac{B \cdot S}{S^2+1}</math></p> <p>UTF: <math>T_{BS}(S) = T_{TP}\left(\frac{B \cdot S}{S^2+1}\right)</math></p> <p>Norm. Frequenz: <math>\Omega_{STP} = \frac{B}{\Omega_{S2}-\Omega_{S1}} = \frac{\Omega_{B2}-\Omega_{B1}}{\Omega_{S2}-\Omega_{S1}}</math></p> <p>Bandbreite: <math>B = \frac{\omega_{B2} - \omega_{B1}}{\omega_r}</math></p> |

**Direkte Substitution**

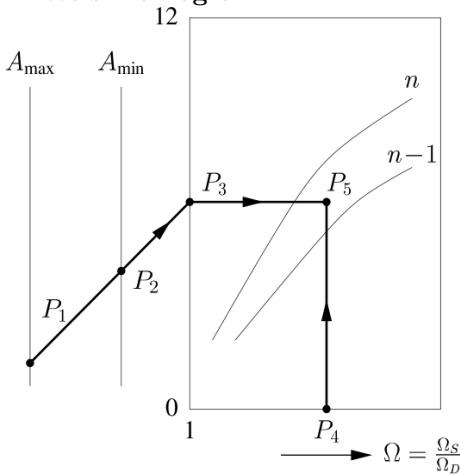
|                  |                                                                         |                                                                                                                                                                         |
|------------------|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| HP-TP            | $T_{TP}(S) = \frac{K}{b_n S^n + b_{n-1} S^{n-1} + \dots + b_1 S + b_0}$ | $\rightarrow T_{HP}(S) = \frac{K S^n}{b_0 S^n + b_1 S^{n-1} + \dots + b_{n-1} S + b_n}$                                                                                 |
| BP-TP 1. Ordnung | $T_{TP}(S) = \frac{1}{S+a}$                                             | $\rightarrow T_{BP}(S) = T_{TP}\left(\frac{S^2+1}{B \cdot S}\right) = \frac{B \cdot S}{S^2+aB \cdot S+1}$                                                               |
| BP-TP 2. Ordnung | $T_{TP}(S) = \frac{1}{S^2+aS+b}$                                        | $\rightarrow T_{BP}(S) = T_{TP}\left(\frac{S^2+1}{B \cdot S}\right) = \frac{B^2 S^2}{S^4+aBS^3+(bB^2+2)S^2+aB \cdot S+1}$                                               |
| BS-TP 1. Ordnung | $T_{TP}(S) = \frac{1}{S+a}$                                             | $\rightarrow T_{BS}(S) = T_{TP}\left(\frac{B \cdot S}{S^2+1}\right) = \frac{\frac{1}{a}(S^2+1)}{S^2+\frac{B}{a}S+1}$                                                    |
| BS-TP 2. Ordnung | $T_{TP}(S) = \frac{1}{S^2+aS+b}$                                        | $\rightarrow T_{BS}(S) = T_{TP}\left(\frac{B \cdot S}{S^2+1}\right) = \frac{\frac{1}{b}(S^2+1)^2}{S^4+\frac{aB}{b}S^3+\left(\frac{B^2}{b}+2\right)S^2+\frac{aB}{b}S+1}$ |

**5.2.4 Approximationsarten (Skript S. 294)**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Butterworth</b> (Skript S. 266)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Amplitudengang: Gute Approximation ("maximal flach")</li> <li>Allpolfilter, Pole liegen auf Kreis mit Abstand <math>\frac{\pi}{n}</math></li> <li>Gruppenlaufzeit: Leichte Überhöhung bei Grenzfrequenz</li> </ul> | <p><b>Kritisch gedämpftes (Gauss)-Filter</b> (Skript S. 273)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Keine Überschwinger bei Impuls- &amp; Sprungantwort</li> <li>Kaskadierung von wirkungsfreien RC-Filtern</li> <li>Allpolfilter: Pole nur auf negativer <math>\sigma</math>-Achse</li> </ul> |
| <p><b>Tschebyscheff I</b> (Skript S. 276)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Amplitudengang: Definierte Welligkeit im DB, steiler Übergang</li> <li>Allpolfilter, wobei alle Pole auf einer Ellipse liegen</li> <li>Schlechte Gruppenlaufzeit</li> </ul>                                    | <p><b>Inverser Tschebyscheff / Tscheby. II</b> (Skript S. 276)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Definierte Welligkeit im Durchgangsbereich</li> <li>Flachere Gruppenlaufzeit als Tschebyscheff I</li> </ul>                                                                              |
| <p><b>Cauer</b> (Skript S. 284)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Amplitudengang: Definierte Welligkeit im SB und DB</li> <li>Steilster Übergang zwischen SB und DB</li> </ul>                                                                                                             | <p><b>Bessel</b> (Skript S. 290)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Sehr linearer Phasengang <math>\Rightarrow</math> fast konstante Gruppenlaufzeit</li> <li>Flachster Übergang zw. DB und SB im Amplitudengang</li> <li>Pole weit entfernt der <math>j\omega</math>-Achse</li> </ul>     |

**5.2.5 Bestimmung der minimal nötigen Ordnung (Skript S. 341)**

**Mittels Nomogramm**



**Oder mittels Formeln**

$$n_{\text{Butterworth}} \geq \frac{\log \left[ \frac{10^{A_{\min}/10} - 1}{10^{A_{\max}/10} - 1} \right]}{2 \cdot \log \left( \frac{\Omega_S}{\Omega_D} \right)}$$

$$n_{\text{Tschebyscheff}_{(I,II)}} \geq \frac{\text{Arccosh} \sqrt{\frac{10^{A_{\min}/10} - 1}{10^{A_{\max}/10} - 1}}}{\text{Arccosh}(\Omega_S / \Omega_D)}$$

$$n_{\text{Cauer}} \geq \frac{K \left( \left( \frac{\Omega_D}{\Omega_S} \right)^2 \right) K \left( 1 - \frac{10^{A_{\max}/10} - 1}{10^{A_{\min}/10} - 1} \right)}{K \left( 1 - \left( \frac{\Omega_D}{\Omega_S} \right)^2 \right) K \left( \frac{10^{A_{\max}/10} - 1}{10^{A_{\min}/10} - 1} \right)}, \text{ mit } K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}$$

**Oder mit Matlab**

butterord, cheb1ord, cheb2ord, ellipord

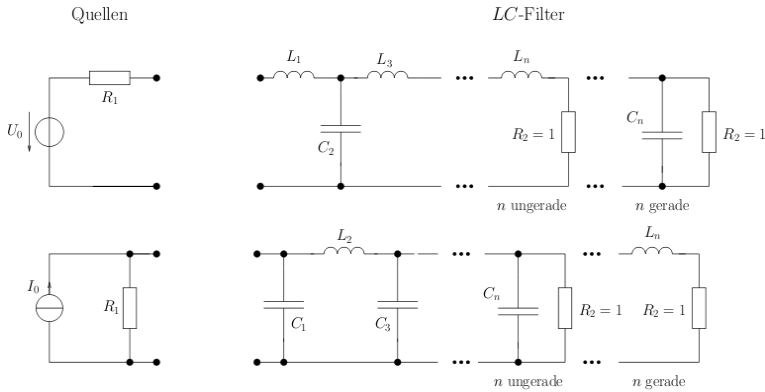
Grundsätzlich gilt (für gleiche Spezifikationen)  $n_{\text{Butterworth}} \geq n_{\text{Tschebyscheff}_{(I,II)}} \geq n_{\text{Cauer}}$

**5.2.6 UTF bestimmen & entnormieren**

Die UTF kann meist aus Tabellen herausgelesen werden und variiert je nach Filtertyp. Die Entnormierung erfolgt durch Substitution von  $S \rightarrow \frac{s}{\omega_{3dB}}$ , wobei auch hier  $\omega_{3dB}$  je nach Filtertyp unterschiedlich berechnet wird.

|                                                                                                              |                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                         |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Butterworth (Skript S. 345)</p> $\omega_{3dB} = \sqrt[2n]{\frac{1}{10^{A_{\max}/10} - 1}} \cdot \omega_D$ | <p>Tschebyscheff I (Skript S. 349)</p> $\omega_{3dB} = \cosh \left[ \left( \frac{1}{n} \right) \text{Arccosh} \left( \frac{1}{\epsilon} \right) \right] \cdot \omega_D$ | <p>Kritisch gedämpfte Filter (Skript S. 347)</p> $\omega_{3dB} = \frac{\omega_D \cdot \sqrt{2^{1/n} - 1}}{\sqrt{10^{A_{\max}/10} - 1}}$ |
| <p>Cauer (Skript S. 356)</p> <p>Keine Tabelle, (Matlab: <code>ellip</code>, <code>ellipap</code>)</p>        | <p>Bessel (Skript S. 353)</p> <p><math>\omega_{3dB}</math> aus Abb. 7.93 (Skript S. 354)</p>                                                                            |                                                                                                                                         |

5.2.7 LC-Tiefpass bestimmen (Skript S. 327, 356)



Die Struktur unterscheidet sich nicht zwischen den Filtertypen.

Es ist zwischen Minimal-C (meistens) und Minimal-L-Netzwerken auszuwählen.

Erläuterungen zu den Tabellen:

- Die Legende oben beschreibt die Stromquellenstruktur, die untere die Spannungsquellenstruktur.
- Normierung auf  $R_2 = 1$ , folglich  $R_1 = \frac{R_{Quelle}}{R_{Last}}$

Tabellenindex

|                             |                                      |                                           |
|-----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------|
| Butterworth (Skript S. 357) | Tschebyscheff I (Skript S. 360, 361) | Kritisch gedämpfte Filter (Skript S. 359) |
| Cauer (Skript S. 362, 363)  | Bessel (Skript S. 358)               |                                           |

Entnormierung

Aus den Tabellen gelesene Werte werden im folgenden als  $C'$  bzw.  $L'$  bezeichnet.

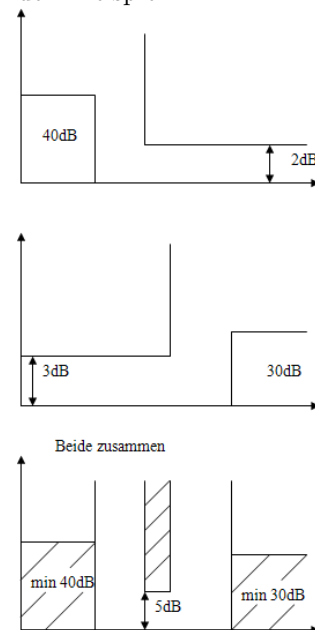
$$C = \frac{C'}{\omega_{3dB} R_{Last}} \quad L = \frac{L' R_{Last}}{\omega_{3dB}}$$

5.2.8 Bauteiltransformation zum gewünschten Filter (Skript S. 324)

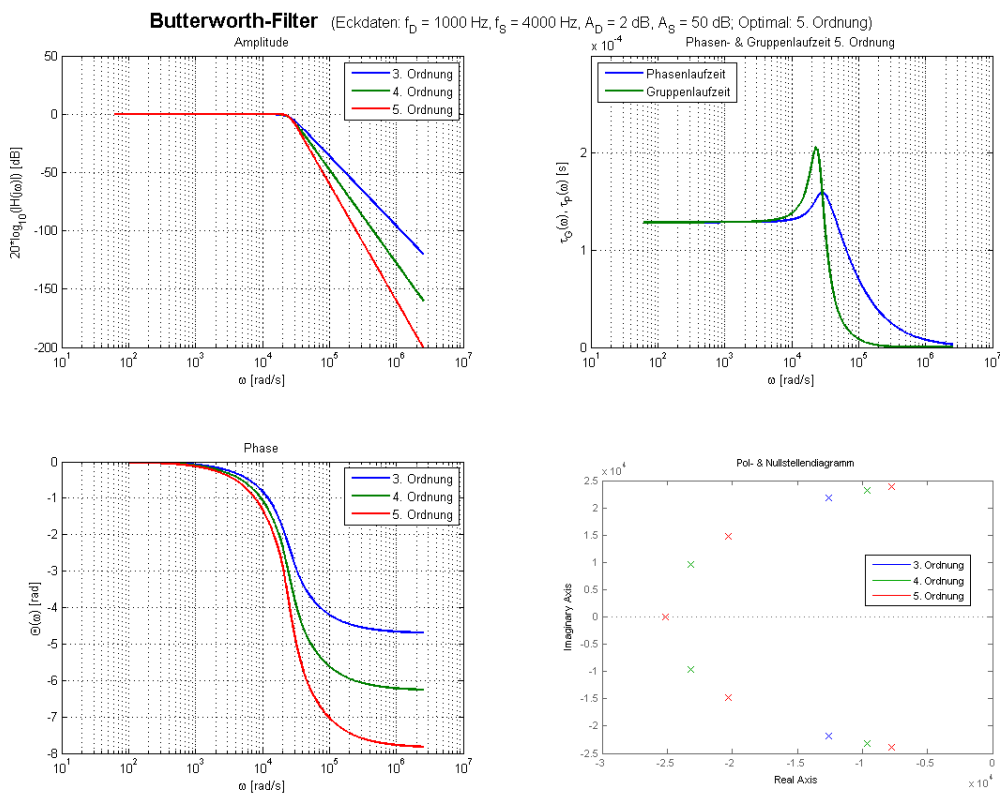
|                     |                                                  |                                                   |
|---------------------|--------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Tiefpass-Hochpass   | $L_{TP} \xrightarrow{s} 1/s$                     | $C_{HP} = 1/L_{TP}$                               |
| Tiefpass-Hochpass   | $C_{TP} \xrightarrow{s} 1/s$                     | $L_{HP} = 1/C_{TP}$                               |
| Tiefpass-Bandpass   | $L_{TP} \xrightarrow{s} \frac{s^2+1}{B \cdot s}$ | $L_{BP} = L_{TP}/B$<br>$C_{BP} = B/L_{TP}$        |
| Tiefpass-Bandpass   | $C_{TP} \xrightarrow{s} \frac{s^2+1}{B \cdot s}$ | $L_{BP} = B/C_{TP}$<br>$C_{BP} = C_{TP}/B$        |
| Tiefpass-Bandsperre | $L_{TP} \xrightarrow{s} \frac{B \cdot s}{s^2+1}$ | $L_{BS} = B \cdot L_{TP}$<br>$C_{BS} = 1/BL_{TP}$ |
| Tiefpass-Bandsperre | $C_{TP} \xrightarrow{s} \frac{B \cdot s}{s^2+1}$ | $L_{BS} = 1/BC_{TP}$<br>$C_{BS} = B \cdot C_{TP}$ |

5.3 Kaskadierung von Filtern

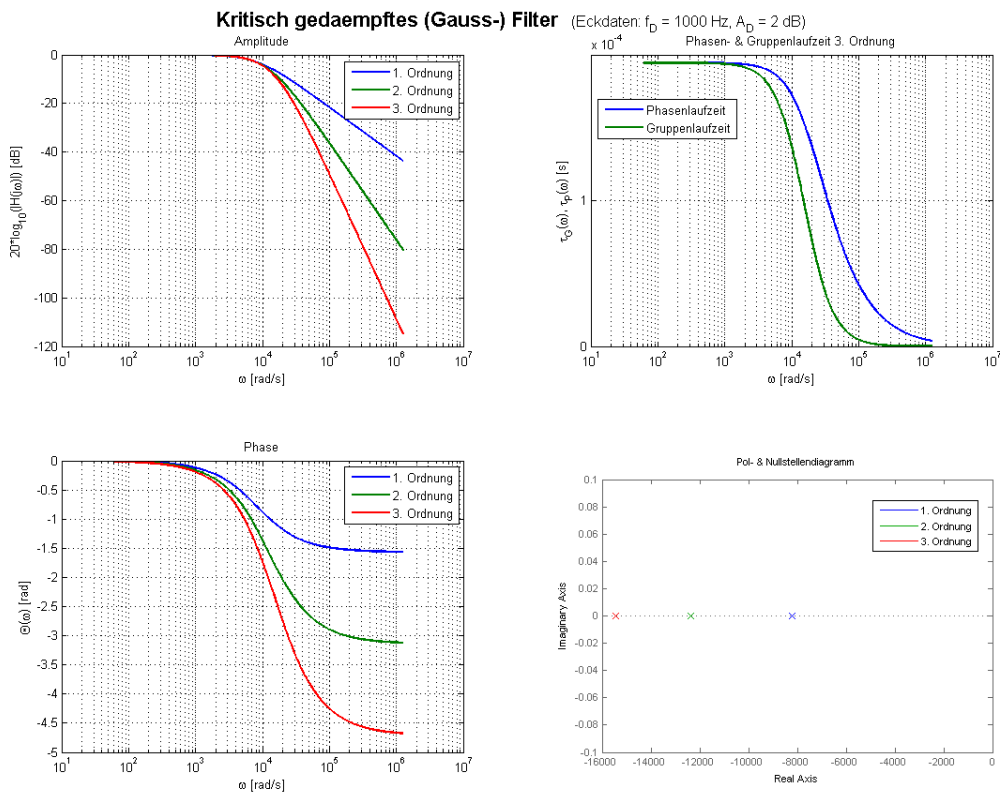
Wenn mehrere Filter kaskadiert werden, ändern sich die Spezifikationen wie in folgendem Beispiel:



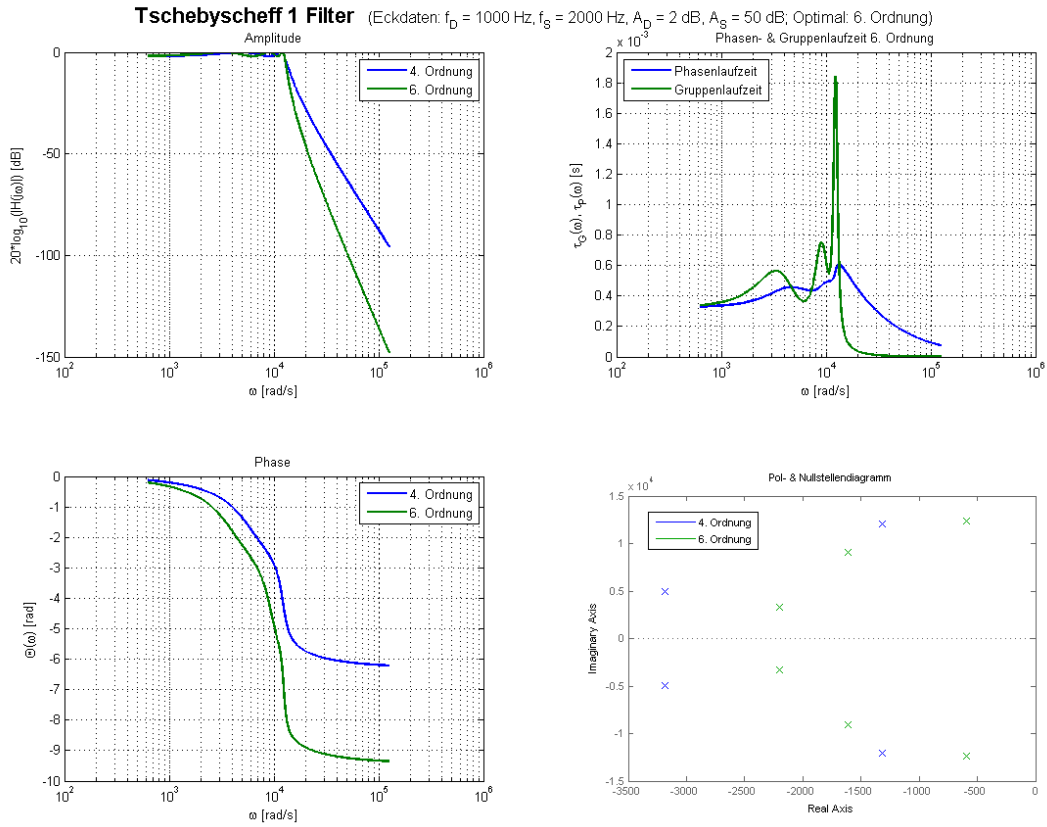
### 5.4 Vergleich der Approximationsarten



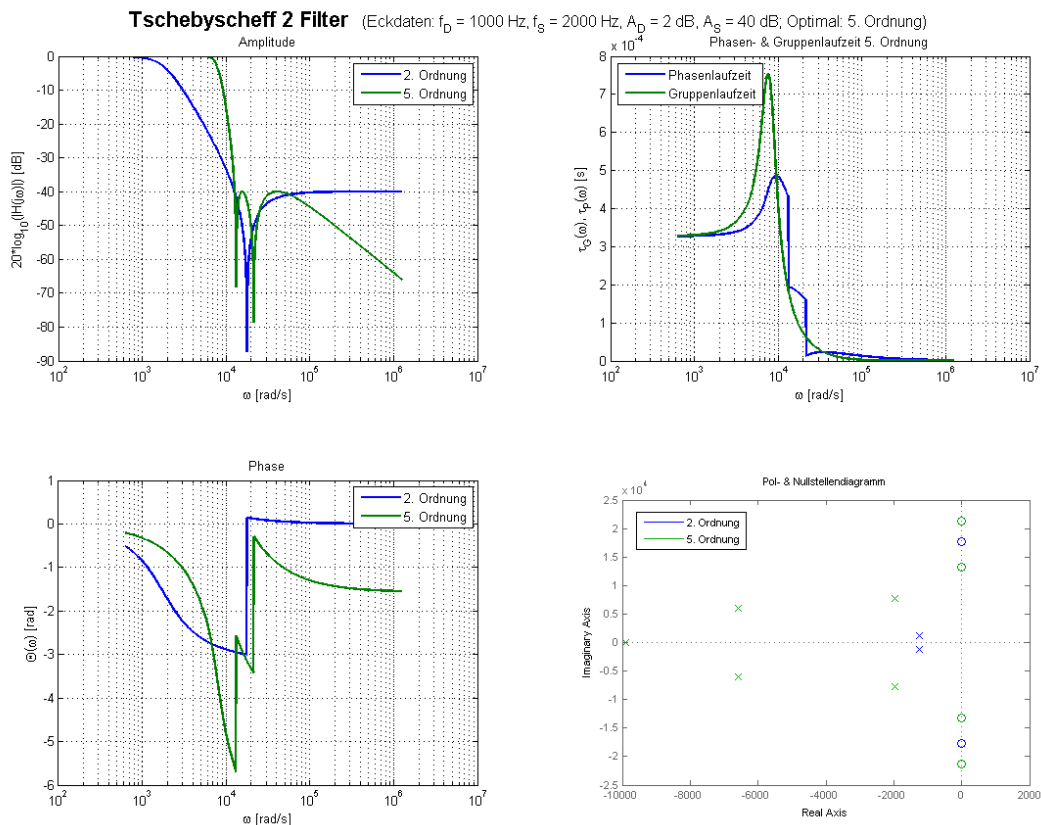
Butterworth-Filter mit UTF  $H(s) = \frac{1.003e022}{s^5 + 8.133e004s^4 + 3.307e009s^3 + 8.312e013s^2 + 1.291e018s + 1.003e022}$



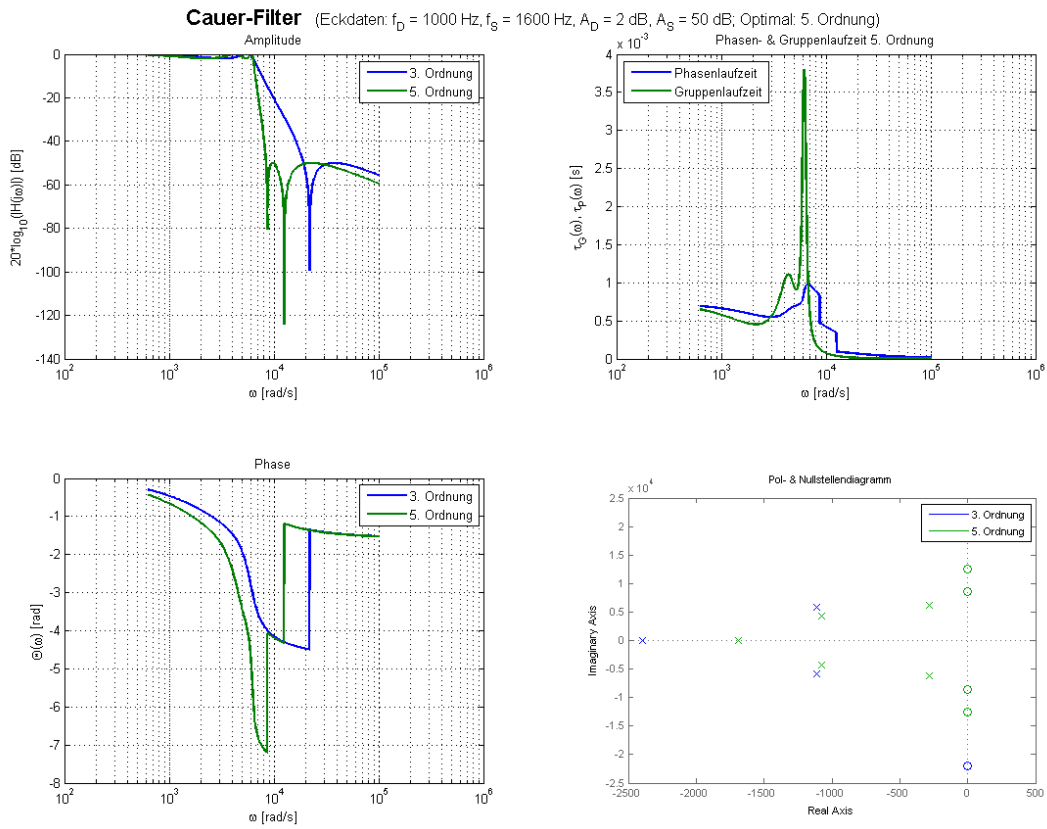
Kritisch gedämpftes Filter mit UTF  $H(s) = \frac{1}{2.724e-013s^3 + 1.261e-008s^2 + 0.0001945s + 1}$



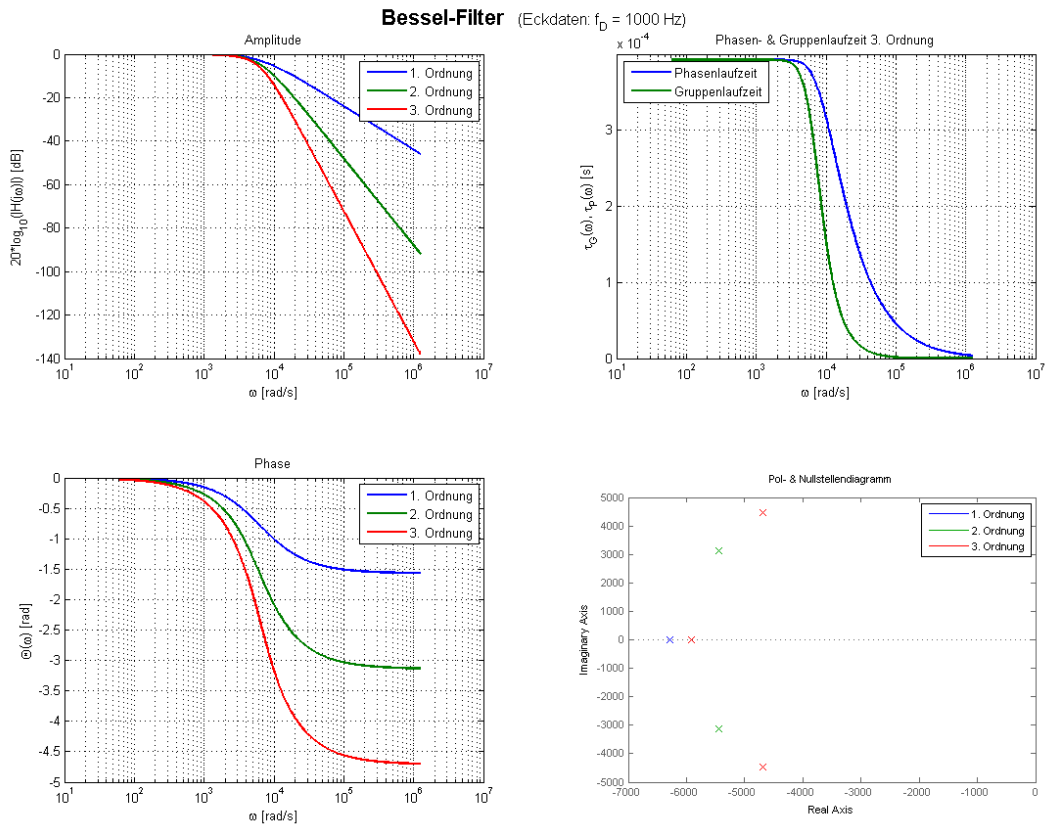
Tschebyscheff-I-Filter mit UTF  $H(s) = \frac{1.609e023}{s^6 + 8812s^5 + 2.757e008s^4 + 1.721e012s^3 + 1.924e016s^2 + 6.589e019s + 2.026e023}$



Tschebyscheff-II-Filter mit UTF  $H(s) = \frac{628.3s^4 + 1.081e-009s^3 + 3.969e011s^2 + 1.975s + 5.014e019}{s^5 + 2.701e004s^4 + 3.645e008s^3 + 3.076e012s^2 + 1.639e016s + 5.014e019}$



Cauer-Filter mit UTF  $H(s) = \frac{108.8s^4 - 6.596e-010s^3 + 2.538e010s^2 - 0.08009s + 1.29e018}{s^5 + 4398s^4 + 6.408e007s^3 + 1.939e011s^2 + 9.227e014s + 1.29e018}$



Bessel-Filter mit UTF  $H(s) = \frac{2.481e011}{s^3 + 1.529e004s^2 + 9.736e007s + 2.481e011}$