

# MikroelSys2 Zusammenfassung

Dozent: G.Keel

H.Badertscher, G.C.Köppel

8. September 2014

## 1. Messung von Kapazitäten

### 1.1. Stromquelle

Prinzip: Kapazität wird mit einem Strom  $I_0$  während einer fixen Zeit  $t_0$  aufgeladen. Die Kapazität berechnet sich aus

$$V_{\text{out}} = C_x \cdot I_0 \cdot t_0$$

Diese Art der Messung benötigt eine präzise Stromquelle oder eine Referenzkapazität. Weiter werden sehr kleine Ströme benötigt, was diese Methode für PCB-Design unpraktikabel macht. Im IC-Design ist eine Messung mit Stromquellen gut möglich.

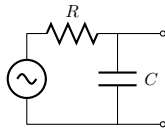
### 1.2. RC-Oszillator

Mit einem Timer-Baustein, wie z.B. LM555 wird ein Oszillator aufgebaut, dessen Oszillatorfrequenz gemessen wird. Für den LM555 beträgt die Frequenz

$$f = \frac{1}{0.693 \cdot C_1 \cdot (R_1 + 2R_2)}$$

### 1.3. AC-Widerstand / Phasenverschiebung

Die Phasenverschiebung wird gemessen, indem mit einer Sinusquelle das RC-Netzwerk, bestehend aus der Messkapazität  $C_x$  und einem bekannten Widerstand  $R$ , angeregt wird und die Phasenverschiebung mittels eines Lock-In Verstärkers gemessen wird.



$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\Theta(\omega) = -\arctan(\omega RC)$$

Eingangssignal

$$f_{\text{in}}(\varphi, t) = \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

Sync-Signal

$$f_{\text{sync}}(t) = \sin(\omega_0 t)$$

Produkt

$$\begin{aligned} f_{\text{mod}}(\varphi, t) &= \sin(\omega_0 t + \varphi) \cdot \sin(\omega_0 t) \\ &= \frac{\cos(\varphi)}{2} - \frac{\cos(\varphi + 2t\omega_0)}{2} \end{aligned}$$

Der Mittelwert von  $f_{\text{mod}}$  über eine Periode beträgt also

$$\bar{f}_{\text{mod}} = \frac{\cos(\varphi)}{2}$$

womit sich die Phase des Eingangssignals  $f_{\text{in}}$  bestimmen lässt.

Das gleiche Verfahren funktioniert auch mit einem Synchrongleichrichter. Dabei wird das Eingangssignal mit einem zum Sinus phasengleichen Rechtecksignal multipliziert:

$$f_{\text{mod}}(\varphi, t) = \text{sgn}(\sin(\omega_0 t)) \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$V_{\text{int}} = A \frac{2 \sin \varphi}{\pi} \frac{T_{\text{int}}}{RC}$$

Damit ergibt sich über eine Periode integriert

$$\bar{f}_{\text{mod}} = \frac{2 \cos(\varphi)}{\pi}$$

Damit werden Frequenzen geradzahlgiger Vielfacher (2, 4, ...) vom Integrator ausgelöscht, während ungeradzahlgige Vielfache um den Faktor  $1/n$  abgeschwächt werden.

## 1.4. Ladungsverstärker

Eine Kapazität  $C_x$  wird mit einer bekannten Spannung geladen. Die resultierende Ladung beträgt

$$Q_x = C_x \cdot V_{\text{ref}}$$

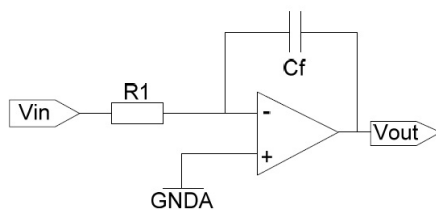
Die Kapazität wird nun auf eine bekannte Kapazität  $C_{\text{ref}}$  entladen. Es resultiert die Ausgangsspannung

$$V_{\text{out}} = -\frac{Q_x}{C_{\text{ref}}} = -\frac{C_x}{C_{\text{ref}}} V_{\text{ref}}$$

## 2. Aktive Filter

### 2.1. Filter 1. Ordnung

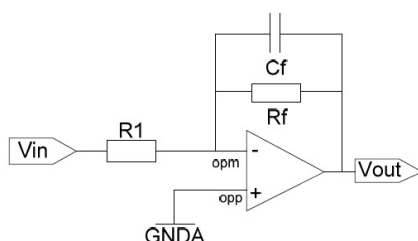
#### 2.1.1. Integrator



$$T(s) = Y_{\text{in}} Z_{\text{op}} = -\frac{1}{sC_f R_1}$$

$$V_{\text{out}} = -\frac{1}{R_1 C_f} \int V_{\text{in}} dt + V_0$$

#### 2.1.2. Tiefpass

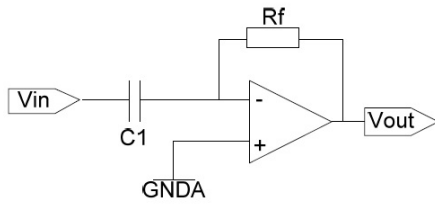


$$T(s) = -\frac{R_f}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + sC_f R_f}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi R_f C_f}$$

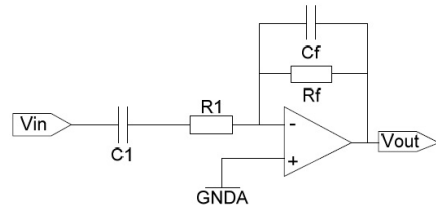
### 2.1.3. Differenzierer

Achtung: dieser Differenzierer schwingt meistens.



$$T(s) = -sC_1R_f$$

Bandpass mit differenzierendem Frequenzbereich



$$T(s) = -\frac{sC_1R_f}{1 + sC_1R_1} \cdot \frac{1}{1 + sC_fR_f}$$

Differenziert zwischen  $\omega_1 = \frac{1}{R_1C_1}$  und  $\omega_2 = \frac{1}{R_fC_f}$

## 2.2. Filter höherer Ordnung

Tiefpass 2. Ordnung

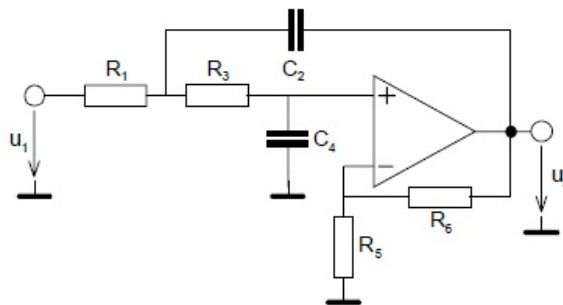
$$T_{TP}(s) = \frac{A\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

Bandpass 2. Ordnung

$$T_{BP}(s) = \frac{A\frac{\omega_0}{Q}s}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2}$$

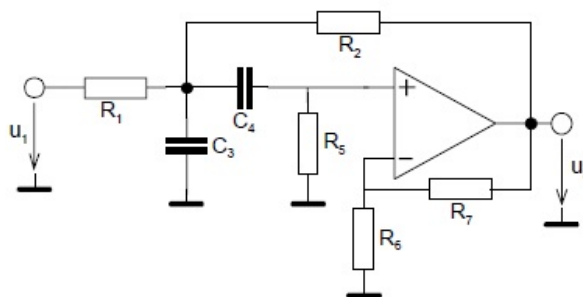
### 2.2.1. Sallen-Key Filter

Sallen-Key Tiefpass



$$T(s) = \frac{A}{1 + (R_3C_4 + R_1C_4 + R_1C_2(1 - A)) \cdot s + R_1R_3C_2C_4 \cdot s^2}$$

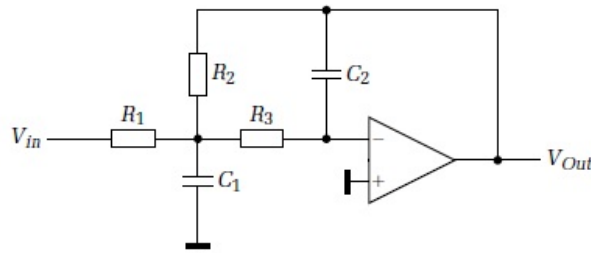
Sallen-Key Bandpass



$$T(s) = \frac{\frac{R_2R_5}{R_1+R_2} C_4 A_M \cdot s}{1 + \frac{R_1R_5C_4(1-A_M) + R_1R_2(C_3+C_4) + R_2R_5C_4}{R_1+R_2} \cdot s + \frac{R_1R_2}{R_1+R_2} R_5C_3C_4 \cdot s^2}$$

mit  $A_M = 1 + \frac{R_7}{R_6}$

### 2.2.2. Multiple Feedback Filter



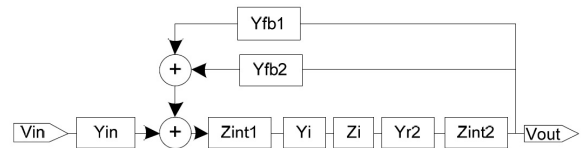
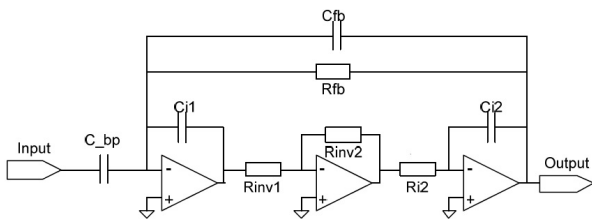
$$T(s) = \frac{G_0}{1 + C_s \left( R_2 + R_3 + R_3 \frac{R_2}{R_1} \right) \cdot s + C_1 C_2 R_2 R_3 \cdot s^2} \quad \text{mit } G_0 = -\frac{R_2}{R_1}$$

$$Q = \frac{\sqrt{C_1 C_2 R_2 R_3}}{C_2 \left( R_2 R_3 R_3 \frac{R_2}{R_1} \right)}$$

Die Güte wird v.a. mit  $C_2$  und  $R_1$  eingestellt.

### 2.3. Biquads

Beispiel Bandpass:



$$T(s) = \frac{Y_{in} Z_{int1} Y_i Z_i Y_{r2} Z_{int2}}{1 - (Y_{fb1} + Y_{fb2}) Z_{int1} Y_i Z_i Y_{r2} Z_{int2}}$$

$$= \frac{\frac{C_{bp}}{C_{i1} R_{i2} C_{i2}} \cdot s}{s^2 + \frac{C_{fb}}{C_{i1} R_{i2} C_{i2}} \cdot s + \frac{1}{R_{fb} C_{i1} R_{i2} C_{i2}}}$$

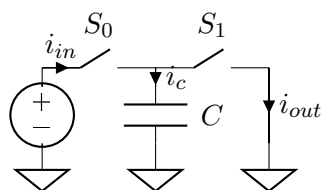
und damit

$$A = -\frac{C_{bp}}{C_{fb}} \quad Q = \sqrt{\frac{R_{i2}}{R_{fb}}} \cdot \frac{\sqrt{C_{i1} C_{i2}}}{C_{fb}} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi \sqrt{C_{i1} C_{i2} R_{fb} R_{i2}}}$$

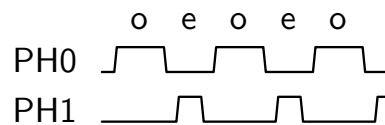
## 3. Switched Capacitor Schaltungstechnik

### 3.1. Grundlagen

Grundschialtung



Timing



Wichtig: non-overlapping  
e: even phase  
o: odd phase

Phase PH0	$S_0$ geschlossen	$S_1$ offen	$I_c = I_{in} = \frac{V_{in}}{R_s} e^{-\frac{t}{R_s C}}$	
Phase PH1	$S_0$ offen	$S_1$ geschlossen	$I_c = -I_{out} = \frac{V_{in}}{R_s} e^{-\frac{t^*}{R_s C}}$	mit $t^* = t - \frac{T}{2}$ $T = \frac{1}{f_{clk}}$
Durchschn. Strom			$I_d = \frac{\Delta Q}{T} = V_{in} \frac{C}{T}$	
Äquiv. Widerstand			$R_{eq} = \frac{T}{C}$	weil $I_{d,res} = \frac{V_{in}}{R}$

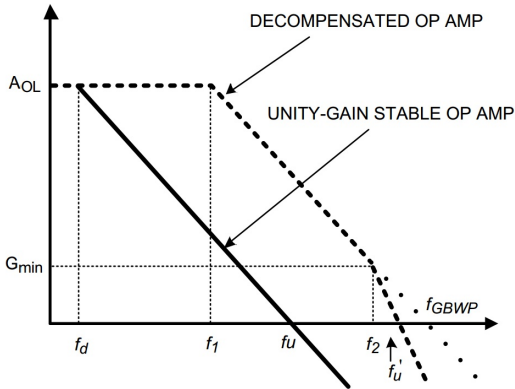
### 3.2. z-Transformation

Für sehr hohe Taktfrequenzen können sC-Schaltungen mit der Laplace-Transformation beschrieben werden. Sonst muss die z-Transformation verwendet werden.

Bezeichnung	Schaltung	Admittanz
Kapazität		$Y_c(z) = C \cdot (1 - z^{-1})$
Geschaltetes C		$Y_{sc}(z) = C$
Geschaltetes C mit Inversion		$Y_{sc}^{eo}(z) = -C \cdot z^{-1/2}$ $Y_{sc}^{ee}(z) = -C \cdot z^{-1}$
Bezeichnung	Schaltung	Impedanz
Opamp als Integrator		$Z_{op}(z) = -\frac{1}{C_f} \frac{1}{1-z^{-1}}$
Opamp als Tiefpass		$Z_{op}(z) = -\frac{\frac{1}{C_f + C_r}}{1 - \frac{C_f}{C_f + C_r} z^{-1}}$

## 4. Spezielle Operationsverstärker

### 4.1. Unkompensierte Opamps



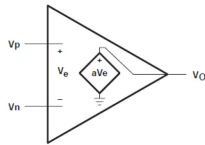
Während normale Opamps bis zu Gain  $\pm 1$  stabil sind, benötigen unkompensierte Opamps einen minimalen Gain  $G_{min}$  (z.B. 10) um stabil zu sein.

Die Pole werden durch die fehlende Kompensation höher liegen, womit ein höheres Gain-Bandwidth-Product erreicht wird (z.B. 88 MHz statt 17 MHz)

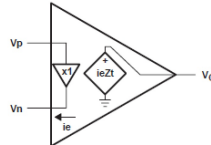
### 4.2. Current Feedback Amplifier (CFA)

VFA und CFA werden gleich beschaltet, mit einem CFA sind jedoch höhere Bandbreiten bei höherer Verstärkung möglich. CFA werden daher für schnelle Treiber eingesetzt, und oft in Bipolar-Technologie aufgebaut. Der Nachteil des CFA ist die grössere Offset-Spannung.

#### Voltage Feedback Opamp (VFA)



#### Current Feedback Opamp (CFA)



Eigenschaften:

Hochohmige Eingänge  
hohe Spannungsverstärkung  $A$

Buffer von  $V_p$  nach  $V_n$

$V_p$ : hochohmiger Eingang,  $V_n$ : niederohmiger Ausgang

Invertierender Verstärker

$$b = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{b} \frac{1}{1 + \frac{1}{ab}}$$

Error term  $\frac{1}{ab}$  ist abhängig vom Gain.

$$b = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{b} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{Z_t}}$$

Error term  $\frac{R_2}{Z_t}$  ist unabhängig von  $R_1$  und damit vom Gain  $1/b$ .

$$f_c = \frac{g_m}{2\pi C_c} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

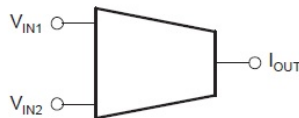
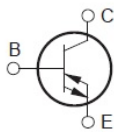
grösserer Gain  $\Rightarrow$  kleinere Bandbreite

$$\frac{V_o}{V_i} \simeq \frac{R_1 + R_2}{R_1} \frac{1}{1 + j2\pi f R_2 C_c}$$

Bandbreite nur von  $C_c$  und  $R_2$  abhängig.

### 4.3. Diamond Transistor

Der Operational Transconductance Amplifier (OTA), Diamond Transistor oder Voltage controlled current source, kann wie ein (fast) idealer Transistor betrachtet werden.



**NPN Transistor**

$$V_{BE} \approx 0.7V$$

$g_m$  nichtlinear ( $g_m \sim I_C$ )

$$I_C > 0$$

$$I_E \approx -I_C$$

**Diamond Transistor**

$$V_{BE} = 0V$$

$$I_C = g_m V_{BE}$$

$I_C$  positiv und negativ

$$I_E = I_C$$

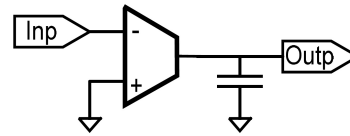
### 4.4. gmC Filter

Für Transkonduktanz-Verstärker gilt:

$$I_{out} = g_m (V_{in2} - V_{in1})$$

$g_m$  wird durch den Bias-Strom eingestellt. Damit sind Filter möglich, welche flexibel über  $I_{bias}$  oder  $U_{bias}$  eingestellt werden können.

#### Integrator mit OTA

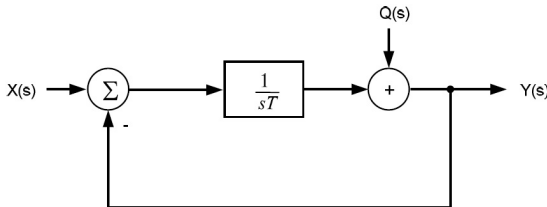


$$I_{out}(t) = -g_m V_{in}(t)$$

$$V_{out}(t) = \frac{-g_m}{C} \int V_{in}(t) dt$$

## 5. Sigma-Delta Wandler

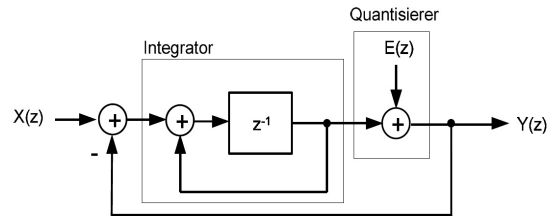
### Zeitkontinuierliches Modell



Signal UTF:  $H_s(s) = \frac{1}{1 + sT}$

Noise UTF:  $H_n(s) = \frac{sT}{1 + sT}$

### Zeitdiskretes Modell



Signal UTF:  $H_s(z) = z^{-1}$

Noise UTF:  $H_n(z) = 1 - z^{-1}$

### 5.1. Pattern Noise

DC-Eingangsspannungen führen zu repetitiven Sequenzen am Modulator-Ausgang, so genanntem Pattern Noise. Ist  $x$  sehr klein, entstehen repetitive Sequenzen tiefer Frequenz.

Eingangsspannung	Pattern Noise Periode
$V_{in} = 0$	$\frac{1}{2} f_{clk}$
$V_{in} = \pm \frac{1}{2} V_{ref}$	$\frac{1}{4} f_{clk}$
$V_{in} = \pm \frac{1}{8} V_{ref}$	$\frac{1}{16} f_{clk}$
$V_{in} = \pm 0.1 V_{ref}$	$\frac{1}{20} f_{clk}$
$V_{in} = x \cdot V_{ref}$	$\frac{x}{2} f_{clk}$

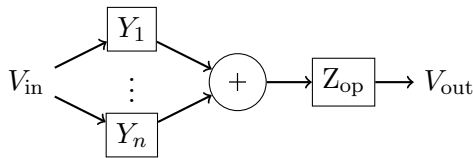
### 5.2. Signal-Rausch-Abstand

Für einen  $n$ -bit Modulator bei einer Signalfrequenz von  $f_0$  kann das Rauschen wie folgt berechnet werden:

Signal-to-Noise Ratio	SNR	$\approx -3.4 + 6n + 9 \log_2(OSR)$
Oversampling Ratio	OSR	$= \frac{f_s/2}{f_0}$
Effektivwert $n_0$ der Rausch-Spannung für Ordnung $n = 1$	$n_0$	$\approx \frac{q}{\sqrt{12}} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \left(\frac{2f_0}{f_s}\right)^{3/2}$
Effektivwert $n_0$ der Rausch-Spannung für Ordnung $n = 2$	$n_0$	$\approx \frac{q}{\sqrt{12}} \frac{\pi^2}{\sqrt{5}} \left(\frac{2f_0}{f_s}\right)^{5/2}$
Effektivwert $n_0$ der Rausch-Spannung für Ordnung $n = 3$	$n_0$	$\approx \frac{q}{\sqrt{12}} \frac{\pi^3}{\sqrt{7}} \left(\frac{2f_0}{f_s}\right)^{7/2}$

## 6. Analyse von Schaltungen

Die Übertragungsfunktion von Opamp Schaltungen berechnet sich als Summe aller Eingangs-Admittanzen  $Y_n$  multipliziert mit der Opamp-Funktion  $Z_{op}$ .



$$T(z) = \sum_n Y_n Z_{op}$$

### 6.1. Spannung zu Strom

Bezeichnung	Schaltung	Admittanz
Widerstand		$Y_r(s) = \frac{1}{R}$
Kapazität		$Y_c(s) = sC$
Geschaltetes C		$Y_{sc}(s) = \frac{C}{T}$
Geschaltetes C mit Inversion		$Y_{sc}(s) = -\frac{C}{T}$



### 6.2. Strom zu Spannung

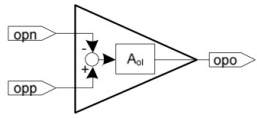
Bezeichnung	Schaltung	Impedanz
Opamp als Verstärker		$Z_{op} = -R_f$
Opamp als Integrator		$Z_{op} = -\frac{1}{sC_f}$
Opamp als Tiefpass		$Z_{op} = -\frac{R_f}{1+sC_fR_f}$

### 6.3. Rechenregeln Blockdiagramme

Bezeichnung	Schaltung	Berechnung
Serieschaltung		$T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s)$
Parallelschaltung		$T(s) = T_1(s) + T_2(s)$
Rückkopplung		$T(s) = \frac{T_1(s)}{1-T_1(s)T_2(s)}$
Mason	$T(s) = \frac{\sum_{i=1}^N T_i \Delta_i}{\Delta}$ <p><math>\Delta = 1 - \sum L_i + \sum L_i L_j - + \dots</math>  <math>\Delta_i</math> wie <math>\Delta</math>, jedoch ohne Loops die den Pfad <math>i</math> berühren</p>	<p><math>N</math>: Anzahl Vorwärtspfade  <math>T_i</math>: Vorwärtspfad <math>i</math>  <math>\Delta</math>: Determinante  <math>L_i</math>: Geschlossene Loops  <math>L_i L_j</math>: Zwei sich nicht berührende Loops</p>

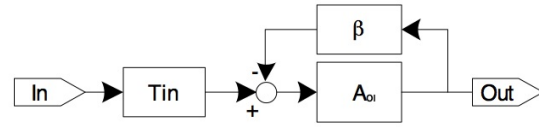
### 6.4. Berechnung von Op-Amp Schaltungen

Betrachtung als Open-Loop System:



$$A_{ol}(s) = \frac{A_{ol,0}}{\left(1 + \frac{s}{\omega_{Pol1}}\right) \left(1 + \frac{s}{\omega_{Pol2}}\right)} = \frac{A_{ol,0}}{1 + \frac{A_{ol,0}}{2\pi GBP} s}$$

Betrachtung Op-Amp als Closed-Loop System:



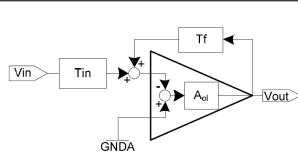
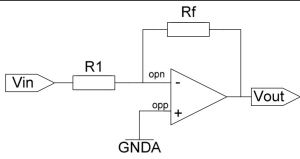
mit  $\beta(s) = \frac{V_{opn}}{V_{out}}$ ,  $T_{in} = \frac{V_{opn}}{V_{in}}$  ergibt sich

$$V_{out} = A_{cl}(s)V_{in} = \frac{T_{in}A_{ol}(s)}{1 + A_{ol}(s)\beta(s)}V_{in}$$

**Schaltung**

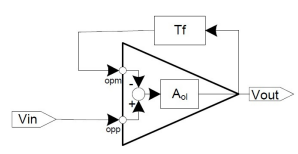
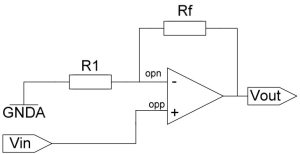
**Blockschaltbild**

**Berechnung**



$$\beta = T_f = \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{T_{in}}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta A_{ol}}} \approx -\frac{R_f}{R_1} = \frac{1-\beta}{\beta}$$



$$\beta = T_f = \frac{R_1}{R_1 + R_f}$$

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{T_{in}}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{\beta A_{ol}}} \approx \frac{R_1 + R_f}{R_1} = \frac{1}{\beta}$$

## A. Idiotenseite

### A.1. SI-Präfixe

Name	Potenz	Name	Potenz
m	-3	k	3
$\mu$	-6	M	6
n	-9	G	9
p	-12		
f	-15		