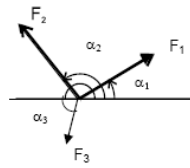


**Resultierende eines zentralen Kräftesystem**

Aufgabentyp



Lösungsweg

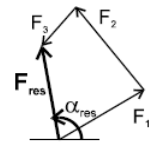
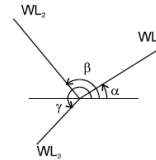
analytisch:

i	F <sub>i</sub>	α <sub>i</sub>	F <sub>ix</sub>	F <sub>iy</sub>
1				
:				
n				
Σ	-	-	F <sub>resx</sub>	F <sub>resy</sub>

$$F_{res} = \sqrt{F_{xres}^2 + F_{yres}^2}$$

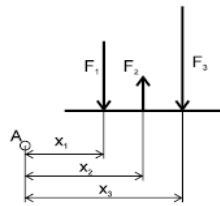
$$\tan \alpha_{res} = \frac{F_{yres}}{F_{xres}}$$

graphisch:



**Resultierende einer Gruppe paralleler Kräfte**

Aufgabentyp



Lösungsweg

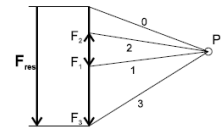
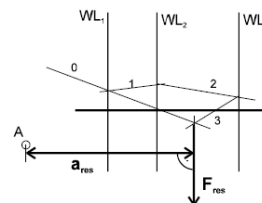
analytisch:

i	F <sub>i</sub>	x <sub>i</sub>	M <sub>i</sub> = x <sub>i</sub> · F <sub>i</sub>
1			
:			
n			
Σ	F <sub>res</sub>	-	M <sub>res</sub>

Abstand der Resultierenden von A:

$$a_{res} = \frac{M_{res}}{F_{res}} \quad [m]$$

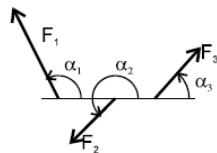
graphisch:



$$M_{res} = F_0 \cdot a_{res}$$

**Resultierende eines allg. Kräftesystems**

Aufgabentyp



Lösungsweg

analytisch:

i	F <sub>i</sub>	α <sub>i</sub>	F <sub>ix</sub>	F <sub>iy</sub>	x <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> · F <sub>iy</sub>	y <sub>i</sub> · F <sub>ix</sub>
1								
:								
n								
Σ	-	-	F <sub>xres</sub>	F <sub>yres</sub>	-	-	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>

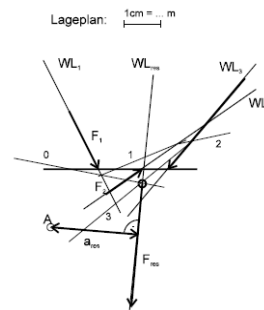
$$F_{res} = \sqrt{F_{xres}^2 + F_{yres}^2}$$

$$M_{Ares} = M_1 - M_2$$

$$\alpha_{res} = \frac{M_{Ares}}{F_{res}}$$

$$\tan \alpha_{res} = \frac{F_{yres}}{F_{xres}}$$

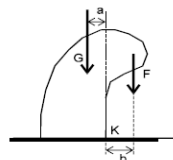
graphisch:



Kräfteplan: 1cm = ... N

**Standicherheit**

Aufgabentyp



Lösungsweg

Standmoment:

$$M_S = G \cdot a$$

Kippmoment:

$$M_K = F \cdot b$$

Standicherheit:

$$S = \frac{M_S}{M_K} > 1$$

**Massen-  
schwerpunkt**

Lösungsweg

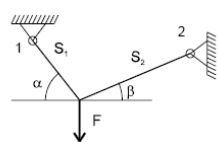
i	$\rho_i$	$V_i$	$x_{Si}$	$y_{Si}$	$z_{Si}$	$\rho_i \cdot V_i$	$\rho_i \cdot V_i \cdot x_{Si}$	$\rho_i \cdot V_i \cdot y_{Si}$	$\rho_i \cdot V_i \cdot z_{Si}$
1									
:									
n									
$\Sigma$	-	$V_{tot}$	-	-	-	.....	.....	.....	.....

$$x_S = \frac{\sum x_{Si} \cdot \rho_i \cdot V_i}{\sum \rho_i \cdot V_i} \quad y_S = \frac{\sum y_{Si} \cdot \rho_i \cdot V_i}{\sum \rho_i \cdot V_i}$$

$$\rho : [\text{kg/dm}^3] \text{ Dichte} \quad V : [\text{dm}^3] \text{ Volumen} \quad z_S = \frac{\sum z_{Si} \cdot \rho_i \cdot V_i}{\sum \rho_i \cdot V_i}$$

**Gleichgewicht  
im zentralen  
Kräftesystem**

Aufgabentyp



Gegeben:  $F, \alpha, \beta$

Gesucht: Seilkräfte  $S_1, S_2$

Lösungsweg

analytisch:

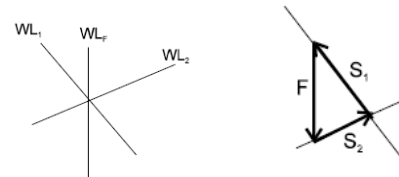
$$S_{1x} = S_1 \cdot \cos \alpha \quad \Sigma F_{ix} = 0 : -S_{1x} + S_{2x} = 0$$

$$S_{1y} = S_1 \cdot \sin \alpha \quad \Sigma F_{iy} = 0 : S_{1y} + S_{2y} - F = 0$$

$$S_{2x} = S_2 \cdot \cos \beta$$

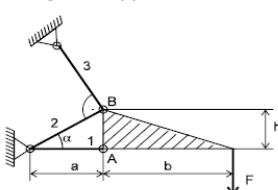
$$S_{2y} = S_2 \cdot \sin \beta$$

graphisch:



**Gleichgewicht  
von 4 nicht  
parallelen  
Kräften**

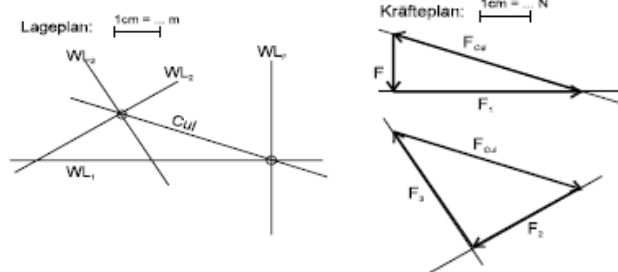
Aufgabentyp



Gegeben:  
 $F, a, b, h$

Gesucht:  
Stabkräfte  $F_1, F_2, F_3$

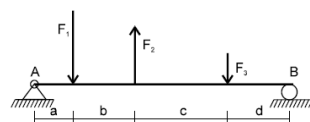
Lösungsweg



**Culmann-  
Gerade**

**Gleichgewicht  
von parallelen  
Kräften**

Aufgabentyp



Gegeben:  $F_1, F_2, F_3, a, b, c, d$       Gesucht: Lagerkräfte  $F_A, F_B$

Es dürfen nur 2 Kräfte  
unbekannt sein!

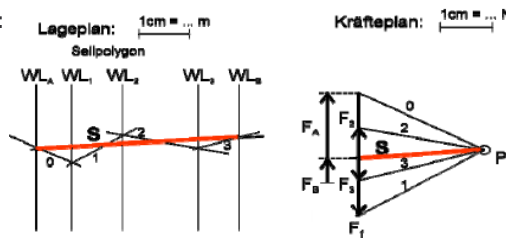
Lösungsweg

analytisch:

$$F_{res} = 0 : F_A + F_B + F_2 - F_1 - F_3 = 0$$

$$M_{Ares} = 0 : F_2 \cdot (a + b) + F_B \cdot (a + b + c + d) - F_1 \cdot a - F_3 \cdot (a + b + c) = 0$$

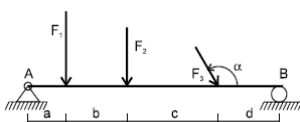
graphisch:



S wird vom LP in den KP eingesetzt.

**Gleichgewicht  
im allg. ebenen  
Kräftesystem**

Aufgabentyp



Gegeben:  
 $F_1, F_2, F_3, a, b, c, d$

Gesucht:  
Lagerkräfte  $F_A, F_B$

Lösungsweg

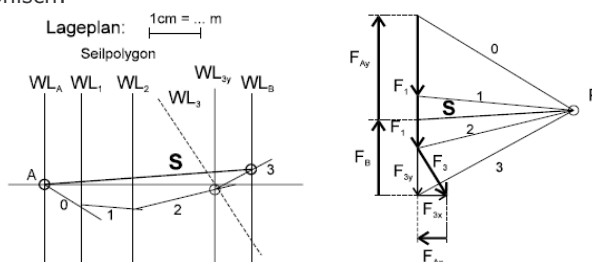
analytisch:

$$\Sigma F_{ix} = 0 : F_{Ax} + F_3 \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\Sigma F_{iy} = 0 : F_{Ay} + F_B - F_1 - F_2 - F_3 \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\Sigma M_A = 0 : F_B \cdot (a + b + c + d) - F_1 \cdot a - F_2 \cdot (a + b) - F_3 \cdot \sin \alpha \cdot (a + b + c) = 0$$

graphisch:



**Gelenkträger  
(Gerberträger)**

<p><b>Aufgabentyp</b></p>	<p><b>Lösungsweg</b></p> <p>trennen:</p> <p>analytisch: II: <math>\Sigma F_{ix} = 0: F_{Cx} + F_2 \cdot \cos\alpha = 0</math>  <math>\Sigma F_{iy} = 0: F_{Cy} + F_D + F_2 \cdot \sin\alpha = 0</math>  <math>\Sigma M_{iC} = 0: F_D \cdot (d + e) + F_2 \cdot \sin\alpha \cdot d = 0</math></p> <p>I: <math>\Sigma F_{ix} = 0: F_{Ax} + F_{Cx} = 0</math>  <math>\Sigma F_{iy} = 0: F_{Ay} + F_1 + F_B + F_{Cy} = 0</math>  <math>\Sigma M_{iA} = 0: F_1 \cdot a + F_B \cdot (a + b) + F_{Cy} \cdot (a + b + c) = 0</math></p> <p>graphisch:</p>
---------------------------	---

**Fachwerk  
Cremona-Plan**

<p><b>Lösungsweg:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Einen „Umlaufsinn“ festlegen</li> <li>2. Je einen Massstab für den Lageplan und Kräfteplan festlegen</li> <li>3. Reaktionskräfte in Lagern bestimmen (graphisch oder analytisch, d.h. mit Komponenten- und Momentenbedingungen)</li> <li>4. Einen Knoten mit 2 unbekanntem Stabkräften wählen</li> <li>5. Unter Beachtung des Umlaufsinn im Kräfteplan die unbekanntem Stabkräfte bestimmen</li> <li>6. Den nächsten Knoten mit wiederum 2 unbekanntem Kräften drannehmen.</li> </ol>	
---	--

**Culmann- bzw  
Ritterschnitt**

<p><b>Aufgabentyp</b></p> <p>Ges: S2, S3, S4</p>	<p><b>Lösungsweg</b></p> <p>analytisch: <math>\Sigma M_{iC} = 0: S_4 \cdot \cos\alpha \cdot 1.25 + F \cdot 1 = 0</math>  <math>\Sigma F_{iy} = 0: S_4 \cdot \sin\alpha - F - S_3 \cdot \sin 45^\circ = 0</math>  <math>\Sigma F_{ix} = 0: -S_2 - S_3 \cdot \cos 45^\circ - S_4 \cdot \cos\alpha = 0</math></p> <p>graphisch:</p> <p>Freimachen:</p>
--	---

**Gleichgewicht für räumliche Kräftegruppen**

Allgemeine Bedingungen:

$$\vec{F}_{res} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

$$\vec{M}_{0res} = \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i = 0$$

Komponentenbedingungen:

$$\sum F_{ix} = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$\sum F_{iz} = 0$$

Momentenbedingungen:

$$\sum M_{0ix} = 0$$

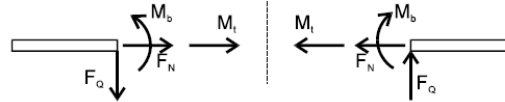
$$\sum M_{0iy} = 0$$

$$\sum M_{0iz} = 0$$

**Schnittprinzip Innere Kräfte**

Vorzeichenkonvention:

Die hier eingezeichneten Kräfte und Momente zeigen in **positiver** Richtung



Körper mit **Schnittufer rechts**:

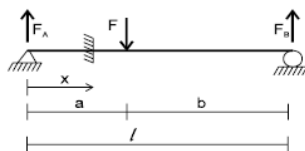
- $M_b$  : pos. im Gegenuhrzeigersinn
- $M_t$  : pos. nach rechts
- $F_N$  : pos. nach rechts
- $F_Q$  : pos. nach unten

Körper mit **Schnittufer links**:

- $M_b$  : pos. im Uhrzeigersinn
- $M_t$  : pos. nach links
- $F_N$  : pos. nach links
- $F_Q$  : pos. nach oben

**Innere Beanspr. von geraden Trägern**

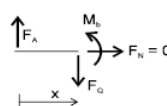
Aufgabentyp



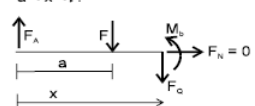
Ges: innere Kräfte

Lösungsweg

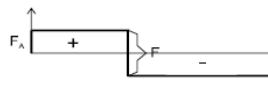
$0 < x < a$ :



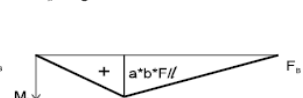
$a < x < l$ :



$F_Q$ -Diagramm:



$M_b$ -Diagramm:



$0 < x < a$ :

$$F_Q = F_A = \frac{b}{l} \cdot F \quad M_b = F_A \cdot x = \frac{b}{l} \cdot F \cdot x$$

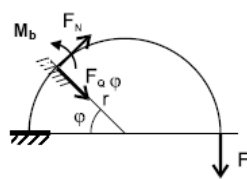
$a < x < l$ :

$$F_Q = F_A - F = \frac{b}{l} \cdot F - F = -\frac{a}{l} \cdot F = -F_B$$

$$M_b = F_A \cdot x - F \cdot (x - a) = F_B \cdot (l - x)$$

**Innere Beanspr. von krummen Trägern**

Aufgabentyp



Lösungsweg

analytisch:

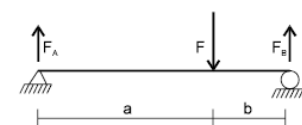
$$F_N = -F \cdot \cos \varphi$$

$$F_Q = F \cdot \sin \varphi$$

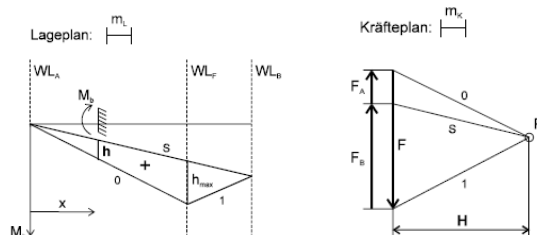
$$M_b = -F \cdot r \cdot (1 + \cos \varphi)$$

**Biegemoment mit Seilpolygon**

Aufgabentyp



Lösungsweg



$$M_b = F_A \cdot x = H \cdot h \cdot m_L \cdot m_K$$

**Haftreibung  
Gleitreibung**

Index „0“ steht immer für Haftreibung!

Skizze

G : Gewichtskraft (+ evtl. Belastung) [N]  
 F : Verschiebungskraft [N]  
 FN : Normalkraft [N]  
 FR0 : Haftreibungskraft [N]

Formeln

$$F_{R0} \leq F_{R0max}$$

$$F_{R0max} = \mu_0 \cdot F_N$$

**Rollreibung**

Skizze

Formeln

$$F_R \cdot r = f \cdot F_N$$

$$F_R = \frac{f}{r} \cdot F_N$$

$$\mu_R = \frac{f}{r}$$

$$F_R = \mu_R \cdot F_N$$

**Keilnutreibung**

Skizze

Formeln

$$F_{nK} = \frac{F_n}{2 \cdot \sin \alpha/2}$$

$$F_R = \mu \cdot F_{nK}$$

$$F_x = \frac{\mu}{\sin \alpha/2} \cdot F_n$$

$$\mu' = \frac{\mu}{\sin \alpha/2}$$

$$F_x = \mu' \cdot F_n$$

**Gewindereibung  
Flachgewinde**

Skizze

$$\tan \alpha = \frac{p}{\pi \cdot d_m}$$

Formeln

n : Anzahl Gewindegänge  
 t : Teilung (Abstand der Zähne bei mehrgängigen Gewinden)  
 p : Steigung (Ganghöhe)  
 dm : mittlerer Gewindedurchmesser  
 alpha : Steigungswinkel

anziehen:

$$\frac{F_R}{F_N} = \tan \rho$$

$$F_u = F \cdot \tan(\rho + \alpha)$$

$$M_A = \frac{d_m}{2} \cdot F_u$$

$$M_A = F \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \tan(\rho + \alpha)$$

lösen:

$$F_u = F \cdot \tan(\rho - \alpha)$$

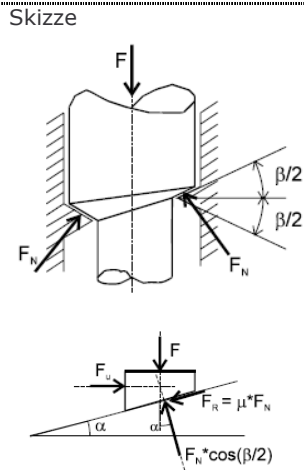
$$M_L = \frac{d_m}{2} \cdot F_u$$

$$M_L = F \cdot \frac{d_m}{2} \cdot \tan(\rho - \alpha)$$

Haftwiderstand beim Lösen muss überwunden werden. Moment mit  $\rho_0$  statt  $\rho$  rechnen.

Bedingung für **Selbsthemmung**:  $\rho_0 > \alpha$

**Gewindereibung  
Spitz- und  
Trapezgewinde**



Formeln

$$\frac{\mu}{\cos \beta/2} = \tan \rho'$$

$$F_u = F \cdot \frac{\tan \alpha + \frac{\mu}{\cos \beta/2}}{1 - \tan \alpha \cdot \frac{\mu}{\cos \beta/2}}$$

anziehen:

$$F_{u_A} = F \cdot \tan(\rho' + \alpha)$$

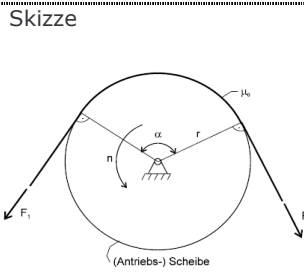
$$M_A = \frac{d_m}{2} \cdot F_{u_A} = \frac{d_m}{2} \cdot F \cdot \tan(\rho' + \alpha)$$

lösen:

$$F_{u_L} = F \cdot \tan(\rho' - \alpha)$$

$$M_L = \frac{d_m}{2} \cdot F_{u_L} = \frac{d_m}{2} \cdot F \cdot \tan(\rho' - \alpha)$$

**Seilreibung**



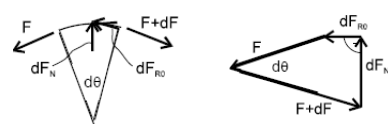
Formeln

analytisch:

$$F_2 = F_1 \cdot e^{\mu_0 \cdot \alpha}$$

$$M = (F_2 - F_1) \cdot r$$

graphisch:

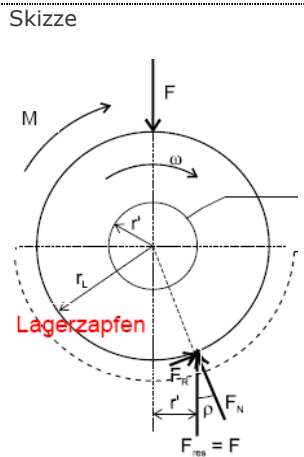


**alpha in rad!**

$$dF_N \sim F \cdot d\theta \quad dF / F = \mu_0 \cdot d\theta$$

$$dF \sim dF_{R0} = \mu_0 dF_N = \mu_0 F \cdot d\theta$$

**Lagerreibung  
Radiallager**



Formeln

$$F_R = F_{res} \cdot \sin \rho = F_{res} \cdot \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

$$F_R = \mu \cdot F_N \quad r' = r_L \cdot \sin \rho$$

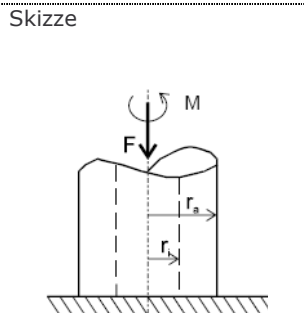
$$F_R = \mu_z \cdot F$$

$$M_R = r' \cdot F = F_R \cdot r_L$$

$$\mu_z = \frac{\mu}{\sqrt{1 + \mu^2}}$$

bei kleinem mu : M\_R = F · r\_L · mu (mu < 0.1)

**Lagerreibung  
Axiallager**



Formeln

Vollzapfen:

$$M_R = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot F \cdot r_a$$

Hohlzapfen:

$$M_R = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot F \cdot \frac{r_a^3 - r_i^3}{r_a^2 - r_i^2}$$

Sonderfall Hohlzapfen mit sehr dünner Wandstärke:

$$M_R = \mu \cdot F \cdot r$$