allgemeine Formeln

Spannung über einer Induktivität	$u_L(t) = L\frac{di}{dt}$
Strom durch Kondensator	$i_C(t) = C\frac{du}{dt}$
Zeitkonstante τ	$\tau = \frac{L}{R}$ oder $\tau = RC$
Berechnung des Mittelwertes	$X_{AV} = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$
Berechnung des Effektivwertes	$X_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$

Berechnung der höheren Harmonischen

Orthogonalitätsbeziehungen

$$\int_0^T \cos(n\omega t)\cdot\cos(m\omega t)dt = \begin{cases} T,\ n=m=0 \\ \frac{T}{2},\ n=m>0 \\ 0,\ n\neq m \end{cases}$$

$$\int_0^T \sin(n\omega t)\cdot\sin(m\omega t)dt = \begin{cases} \frac{T}{2},\ n=m \\ 0,\ n\neq m \end{cases}$$

$$\int_0^T \cos(n\omega t)\cdot\sin(m\omega t)dt = 0$$

allgemeine Form

Eine periodische Funktion lässt sich durch eine Reihe von Sinus- und Kosinusfunktionen darstellen.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cdot cos(n\omega t) + b_n\cdot sin(n\omega t))$$

Die Koeffizienten der Entwicklung von $f(t)$ sind:

$a_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot cos(n\omega t)dt \qquad (n = 0, 1, 2, ...)$

$b_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cdot sin(n\omega t)dt \qquad (n = 1, 2, 3, ...)$

Sätze zur Berechnung der Koeffizienten

Symmetrie

Falls $f(t)$ gerade ist ($f(t) = f(-t)$): $\rightarrow b_n = 0, a_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot cos(n\omega t)dt$

Falls $f(t)$ ungerade ist ($f(-t) = -f(t)$): $\rightarrow a_n = 0, b_n = \frac{4}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} f(t)\cdot sin(n\omega t)dt$

Beispiele von geraden Funktionen sind $x^2, cos(x)$ und Beispiele ungerader Funktionen sind $x, x^3, sin(x)$.

Ungesteuerter Gleichrichter M1U

Mittelwert	$U_{RAV} = \frac{1}{T}\int_0^T u_R(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} U_{2m}\cdot sin(\alpha)d\alpha, \alpha = \omega t$
	$U_{RAV} = -\frac{U_{2m}}{2\pi}(cos(\pi) - cos(0)) = \frac{U_{2m}}{\pi}$
bei f = 50 Hz	$U_{RAV} = \frac{1}{20ms}\int_0^{10ms} u_R(t)dt, T = \frac{1}{f}$
Effektivwert	$U_{RRMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u_R^2\cdot dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} U_{2m}^2\cdot sin(\alpha)^2\cdot d\alpha}$
allgemein	$\int_0^{\pi} sin(\alpha)^2\cdot d\alpha = \frac{\pi}{2}$
bei f = 50 Hz	$U_{RRMS} = \sqrt{\frac{1}{20ms}\int_0^{10ms} u_R^2\cdot dt}$
Laststrom	$i_R(t) = \frac{u_R(t)}{R}$
Wirkleistung	$P = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{u_R^2(\alpha)}{R}\cdot d\alpha = \frac{U_{RRMS}^2}{R} = \frac{U_{2m}^2}{4R}$

Gesteuerter Gleichrichter M1C

der Steuerwinkel des Gleichrichter: $\alpha \in [0, \pi]$

Mittelwert	$U_{RAV} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} U_{2m} \cdot sin(\beta) \cdot d\beta, \beta = \omega t$ $U_{RAV} = \frac{U_{2m}}{2\pi}(1 + cos(\alpha))$
Effektivwert	$\sqrt{\frac{U_{2m}^2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} sin(\beta)^2 \cdot d\beta} = U_{2m} \cdot \sqrt{\frac{\pi-\alpha}{4\pi} + \frac{sin(2\alpha)}{8\pi}}$
allgemein	$\int_{\alpha}^{\pi} sin(\beta)^2 \cdot d\beta = \frac{\pi-\alpha}{2} + \frac{sin(2\alpha)}{4}$

Gesteuerter Gleichrichter B2C

Mittelwert	$U_{RAV} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} U_{2m} \cdot sin(\beta) \cdot d\beta, \beta = \omega t$ $U_{RAV} = \frac{U_{2m}}{\pi}(1 + cos(\alpha))$
Effektivwert	$\sqrt{\frac{U_{2m}^2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} sin(\beta)^2 \cdot d\beta} = U_{2m} \cdot \sqrt{\frac{\pi-\alpha}{2\pi} + \frac{sin(2\alpha)}{4\pi}}$

Leistungsberechnung

momentane Leistung	$p(t) = u_R(t) \cdot i_R(t)$
Wirkleistung	$P = \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{\pi} \frac{u_R^2(\alpha)}{R} \cdot d\alpha = \frac{U_{RRMS}^2}{R}$
Wirkleistung (Trafoseitig)	$P = U \cdot I_1 \cdot cos(\varphi_1)$ dabei ist I_1 die erste Harmonische Komponente des Stromes und φ_1 die Phasenverschiebung
Grundschwingungsblindleistung	$Q_1 = U \cdot I_1 \cdot sin(\varphi_1)$
Verzerrungsleistung	$Q_V = U \cdot \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}$
gesamte Blindleistung	$Q = \sqrt{Q_1^2 + Q_V^2}$
Grundschwingungsscheinleistung	$S_1 = U \cdot I_1$
gesamte Scheinleistung	$S = U \cdot I_{RMS} = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{P^2 + Q_1^2 + Q_V^2}$
Leistungsfaktor	$\lambda = \frac{P}{S}$
Welligkeit	$w = \frac{F_{RMS}}{F_{AV}} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} F_k^2}}{F_{AV}}$

Schaltverluste, Kühlung

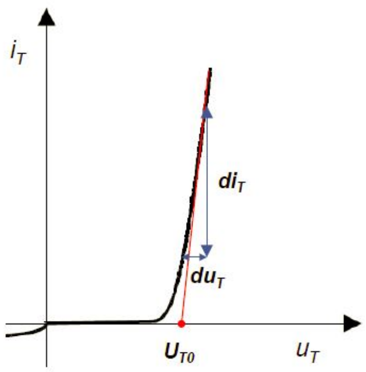
B2C als Beispiel:

in einem ersten Schritt muss der Strom durch den Thyristor berechnet werden:

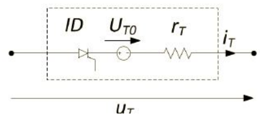
$$I_{Rm} = \frac{U_{2m}}{R}$$

Mittelwert des Thyristorstroms	$I_{TAV} = \frac{1}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} I_{Rm} \cdot sin(\beta) \cdot d\beta, \beta = \omega t$ $I_{TAV} = \frac{I_{Rm}}{2\pi} \cdot (1 + cos\alpha)$
Effektivwert des Thyristorstroms	$I_{TRMS} = \sqrt{\frac{I_{RM}^2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} sin^2(\beta) d\beta}$ $I_{TRMS} = \frac{I_{Rm}}{2} \sqrt{\frac{\pi-\alpha}{\pi} + \frac{sin2\alpha}{2\pi}}$

momentane Verlustleistung: $p(t) = u_T(t) \cdot i_T(t)$



Durchlassrichtung: i_T, u_T
Schwellenspannung: U_{T0}
Differentieller Durchlasswiderstand: $r_T = \dfrac{du_T}{di_T}$



$u_T = U_{T0} + i_T(t) \cdot r_T$

Mittelwert der Verlustleistung: $P_T = \frac{1}{T}\int_0^T u_T(t) \cdot i_T(t) \cdot dt$

$P_T = U_{T0} \cdot \frac{1}{T}\int_0^T i_T(t)dt + r_T \cdot \frac{1}{T}\int_0^T i_T^2(t)dt$

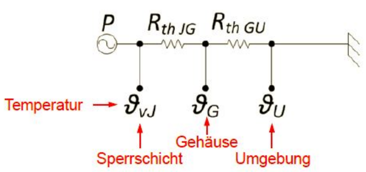
$P_T = U_{T0} \cdot I_{TAV} + r_T \cdot I_{TRMS}^2$

I_{TAV} ist der Mittelwert und I_{TRMS} der Effektivwert des Thyristorstroms

Die Werte für U_{T0} können aus dem Datenblatt des Thyristors herausgelesen werden.

Thermische Kenngrössen	Elektrische Kenngrössen
Wärmeleistung $P(W)$	Strom $I(A)$
Temperaturunterschied $\vartheta(K)$	Spannung $U(V)$
Wärmewiderstand $R_{th}(\frac{K}{W})$	Widerstand $R(\frac{V}{A})$

Thyristor ohne Kühlkörper

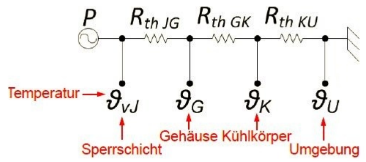


$\vartheta_{vJ} - \vartheta_U = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGU})$

$\vartheta_{vj} = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGU}) + \vartheta_U$

R_{th} muss wiederum aus dem Datenblatt herausgelesen werden.

Thyristor mit Kühlkörper



$\vartheta_{vJ} - \vartheta_U = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGK} + R_{thKU})$

$\vartheta_{vj} = P \cdot (R_{thJG} + R_{thGk} + R_{thKU}) + \vartheta_U$

Gleichstromumrichter

Buck-Converter (Tiefsetzsteller)

Ein einfacher Tiefsetzsteller könnte auch mit einem Spannungsteiler bebaut werden. Die Verlustleistung würde jedoch $P_V = R_1 \cdot I_1^2$ betragen.

Grundgleichungen:

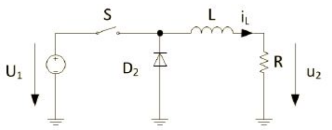
$V_1 = i_L \cdot R + L\dfrac{di_L}{dt}, t \in [0; T_e]$

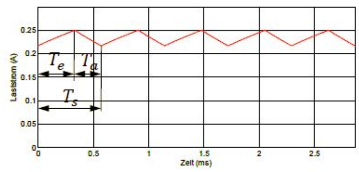
$0 = i_L \cdot R + L\dfrac{di_L}{dt}, t \in [T_e; T_s]$ ($L\dfrac{di_L}{dt}$ ist dabei die Spannung, welche die Induktivität abgibt $\rightarrow$ Quelle in diesem Fall)

Durch das Lösen der Grundgleichungen erhält man die den Verlauf des Stromes:

$i_L = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1}{R_1} \cdot \frac{-1+e^{\frac{-T_a}{\tau}}}{1-e^{\frac{-T_s}{\tau}}} \cdot e^{\frac{-t}{\tau}}, t \in [0; T_e]$

$i_L = \frac{V_1}{R_1} \cdot \frac{1-e^{\frac{-T_e}{\tau}}}{1-e^{\frac{-T_s}{\tau}}} \cdot e^{\frac{-(t+T_e)}{\tau}}, t \in [T_e; T_s]$ mit $\tau = \frac{L_1}{R_1}$





und folgende Ein- und Ausschaltzeiten:

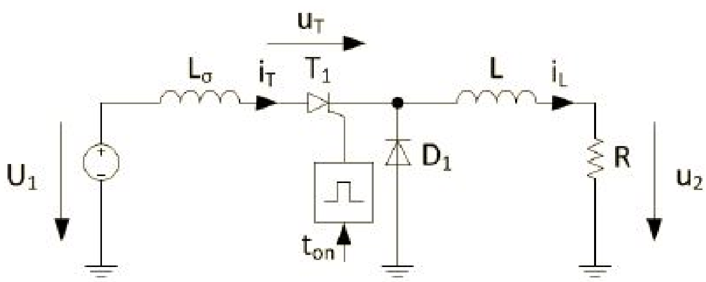
$T_a = -\tau \cdot \ln \frac{i_{Lmin}}{i_{Lmax}}$ mit $\tau = \frac{L_1}{R_1}$

$T_e = -\tau \cdot \ln \left(\frac{\frac{1}{i_{Lmax}} \cdot \frac{V_1}{R_1} - 1}{\frac{1}{i_{Lmax}} \cdot \frac{V_1}{R_1} - e^{\frac{-T_a}{\tau}}} \right)$

$T_s = T_e + T_a$

Gleichstrom-Schalter, Gleichstrom-Steller

nur Einschalten:

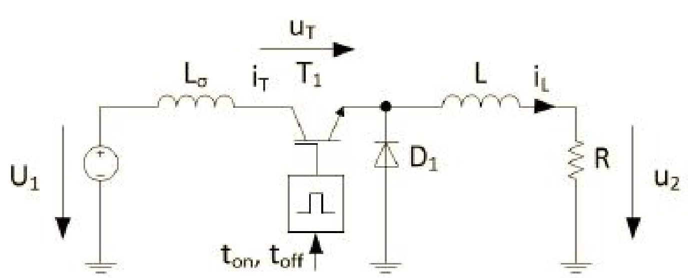


L_σ ist die Streuinduktivität
DGL nach der Zündung des Thyristors:

$(L + L_\sigma) \cdot \frac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = U_1$

$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_{on}}{\tau}})$

Ein- und Ausschalten



$(L + L_\sigma) \cdot \frac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = U_1, t_{on} \leqslant t \leqslant t_{off}$

$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t-t_{on}}{\tau}})$

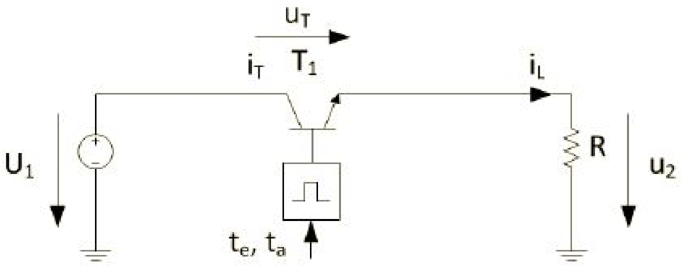
$(L + L_\sigma) \cdot \frac{di_L}{dt} + R \cdot i_L = 0, t \geqslant t_{off}$

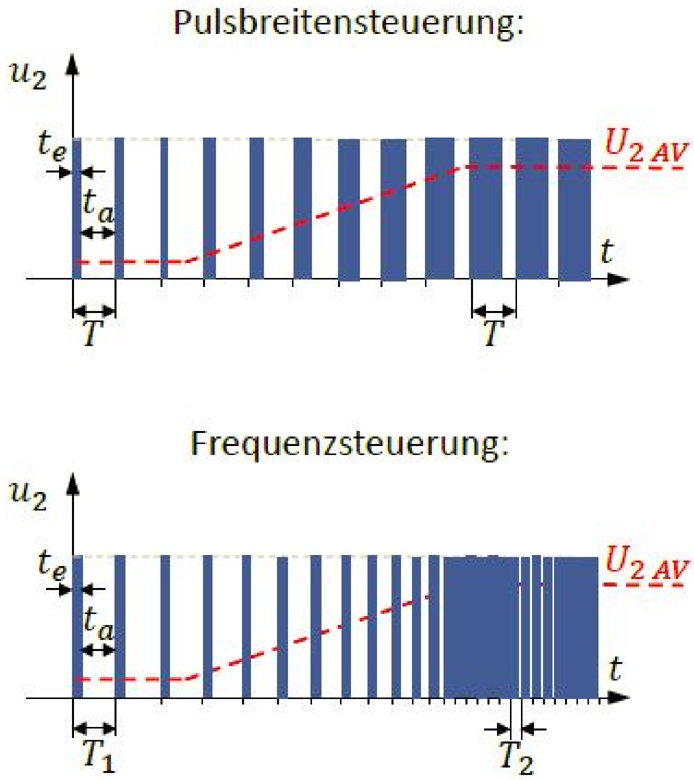
$\rightarrow i_L(t) = \frac{U_1}{R} \cdot e^{-\frac{t-t_{off}}{\tau}}$

Streuinduktivität

Magnetfeld hat die Energie $W_M = \iiint H \cdot B dV$
$\phi_\sigma = L_\sigma I_t^2, L_\sigma = \frac{2W_M}{i_t^2}$

Gleichstromsteller (Chopper)





der Mittelwert der Lastspannung ist:
$U_{2AV} = \frac{1}{T}\int_0^T u_2(t)\cdot dt = \frac{1}{t_e+t_a}\int_0^{t_e} U_1 \cdot dt$
$U_{2AV} = \frac{t_e}{t_e+t_a}U_1 = \frac{t_e}{T}U_1$