

Zusammenfassung Laplace Transformation

Definition :
$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Symbole : $F = \mathcal{L}(f), f(t) \circ \bullet F(s)$

Transformierte Funktionen :

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &\circ \bullet \frac{1}{s} \\ \varepsilon(t-a) &\circ \bullet \frac{1}{s} \cdot e^{-as} \\ e^{at} &\circ \bullet \frac{1}{s-a} \\ \cosh(a \cdot t) &\circ \bullet \frac{s}{s^2 - a^2} \\ \sinh(a \cdot t) &\circ \bullet \frac{a}{s^2 - a^2} \\ \cos(a \cdot t) &\circ \bullet \frac{s}{s^2 + a^2} \\ \sin(a \cdot t) &\circ \bullet \frac{a}{s^2 + a^2} \\ t &\circ \bullet \frac{1}{s^2} \\ t^n &\circ \bullet \frac{n!}{s^{n+1}} \end{aligned}$$

Rechenregeln :

Linearität : $\lambda f(t) + \mu g(t) \circ \bullet \lambda F(s) + \mu G(s)$

Ähnlichkeitssatz : $f(a \cdot t) \circ \bullet \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$

Verschiebungssatz : $f(t-b) \cdot \varepsilon(t-b) \circ \bullet e^{-s \cdot b} F(s)$

Ähnlichk. + Versch. : $f(a \cdot t - b) \circ \bullet \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{s}{a}\right) \cdot e^{-s \frac{b}{a}}$

Dämpfungssatz : $f\left(\frac{t}{c}\right) \cdot \frac{1}{c} \cdot e^{-\frac{d}{c}t} \circ \bullet F(c \cdot s + d)$

$f(t) \cdot e^{-d \cdot t} \circ \bullet F(s + d)$

Differentiation : $f'(t) \circ \bullet s \cdot F(s) - f(+0)$

Integration : $\int_0^t f(\tau) d\tau \circ \bullet \frac{1}{s} \cdot F(s)$

Faltung : $F(s) \cdot G(s) \bullet \circ \int_0^t f(\tau) \cdot g(t-\tau) d\tau$

Differentiation Bildfkt. $-t \cdot f(t) \circ \bullet \frac{d}{ds} F(s)$

$(-t)^n \cdot f(t) \circ \bullet \frac{d^n}{ds^n} F(s)$