ELT 3

• Mittelwerte

linearer Mittelwert : $X_m = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)\, dt = \overline{X}$

Gleichrichtwert : $X_{|m|} = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|\, dt$

Leistung : $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)\, dt = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot i(t)\, dt$

Leistung an Ohm'schen R : $P = R \cdot \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t)\, dt}_{I_{eff}^2} = \frac{1}{R} \cdot \underbrace{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t)\, dt}_{U_{eff}^2}$

Effektivwert : $\sqrt{X_{eff}^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)\, dt}$

• Schaltelemente

R: $u(t) = R \cdot i(t) \qquad i(t) = G \cdot u(t)$

C: $C = \frac{Q}{U} = \frac{\Psi_{el}}{U}$, $[C] = \frac{As}{V} = F$, $Q(t) = C \cdot u(t)$

$i(t) = C \cdot \frac{du}{dt}$, $u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau)\, d\tau + u(0)$

L: $L = \frac{\Psi}{I}$, $[L] = \frac{Vs}{A} = H$, $\Psi(t) = L \cdot i(t)$

$u(t) = L \cdot \frac{di}{dt}$, $i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u(\tau)\, d\tau + i(0)$

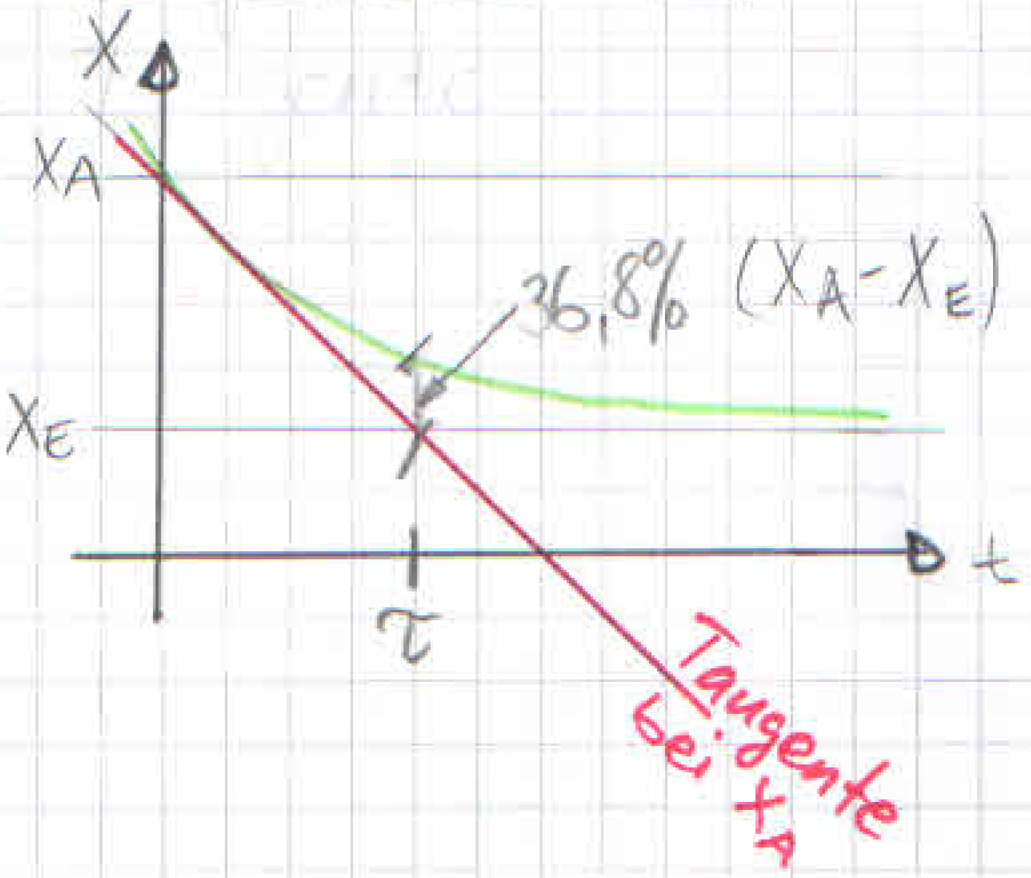
• Schaltvorgänge

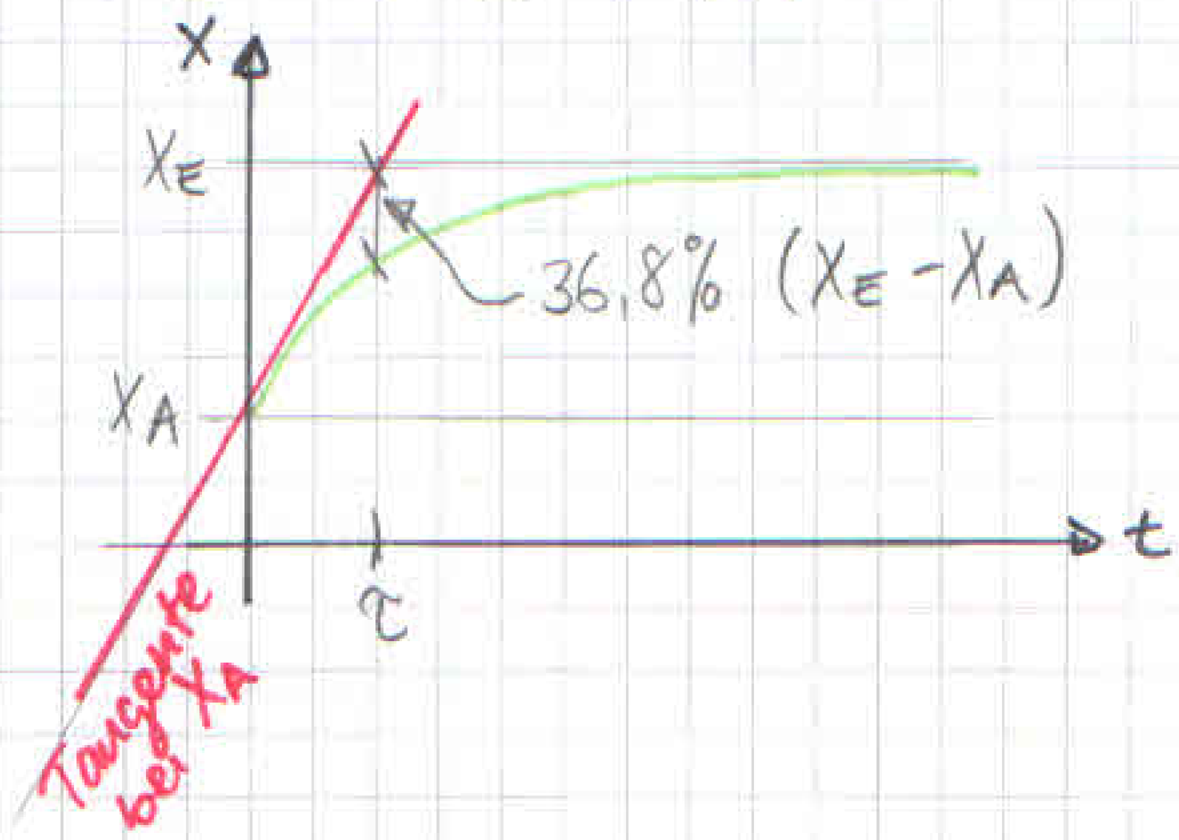
- Spannung an C kann nicht sprunghaft ändern
- Strom durch L kann nicht sprunghaft ändern

Energie $W = \frac{1}{2}\, C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot L\, I^2$

$\tau = C \cdot R_e = \frac{L}{R_e}$, R_e: Widerstand von L/C aus 'gesehen'

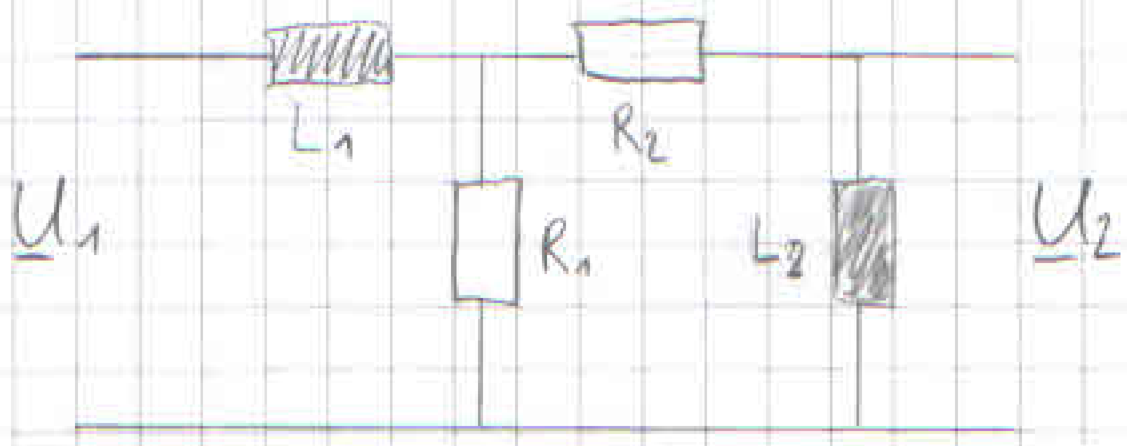
allgemeine Form: $x(t) = X_E + (X_A - X_E)\, e^{-\frac{t}{\tau}}$





- Einschaltvorgang mit Spule:
  $t = 0^+ \quad i_L(t) = 0$ (keine Stromsprünge)
  $t \to \infty \quad L \hat{=}$ Kurzschluss
- Einschaltvorgang an Kondensator:
  $t = 0^+ \quad u_C(t) = 0$ (oder Anfangswert)
  $t \to \infty \quad u_C(t) = U_E \quad i_C(t) = 0$

• Übertragungsfunktion



$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1}$$

Berechnung über Ströme:

$$\underline{I}_{L_2} = \frac{\underline{U}_2}{j\omega L_2}$$

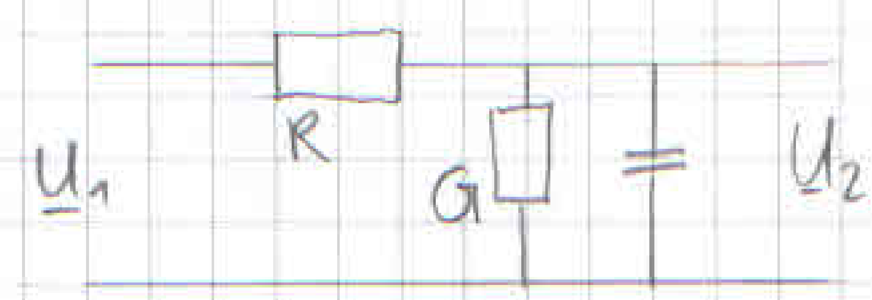
$$\to \underline{U}_{R_2} = R_2 \cdot \frac{\underline{U}_2}{j\omega L_2} = \frac{R_2}{j\omega L_2} \cdot \underline{U}_2 \Rightarrow \underline{U}_{R_1} = \underline{U}_{R_2} + \underline{U}_2 = \left(1 + \frac{R_2}{j\omega L_2}\right) \cdot \underline{U}_2$$

$$\underline{I}_{R1} = \frac{\underline{U}_{R1}}{R_1} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{R_2}{j\omega L_2 R_1}\right) \underline{U}_2 \quad \text{usw.}$$

⚠ Vorsicht bei C: $\underline{I}_C = \underline{U} \cdot j\omega C$!

$T = RC = \frac{L}{R}$

Spannungsteiler:



$$\underline{Y}_P = G + j\omega C$$

$$\underline{Z}_P = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}$$

$$\underline{U}_2 = \frac{\underline{Z}_P}{R + \underline{Z}_P} \underline{U}_1$$

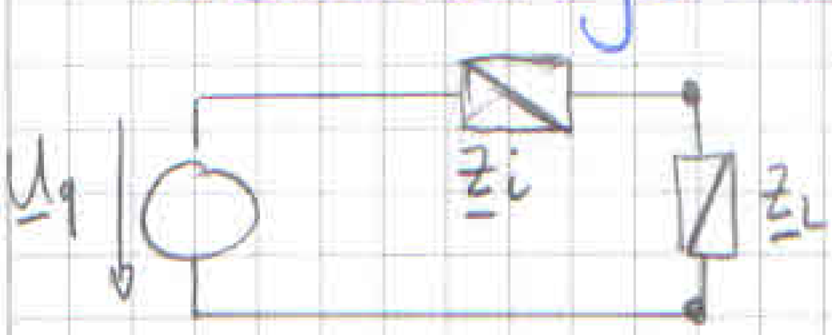
Amplitudengang: $H(\omega) = \frac{X_2}{X_1}$ (alles Beträge)

Phasengang: $\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(j\omega))$

Normierung: $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} = \omega T \quad (\omega_0 = \frac{1}{T}$, "Bezugsfrequenz")

Entnormierung: $\omega = \Omega \cdot \omega_0 = \frac{\Omega}{T} \quad (T = \frac{1}{\omega_0})$ Ω: normierte Frequenz

• Leistungsanpassung



gesucht: $\underline{Z}_L$, sodass P maximal wird.

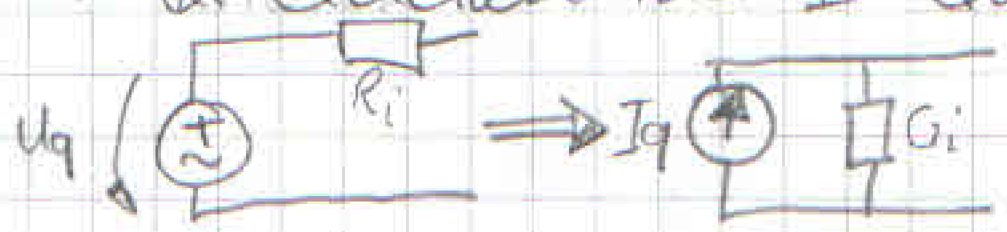
$$\underline{Z}_L = \underline{Z}_i^*$$

$$\Rightarrow P_{max} = \frac{U_{qe}^2}{4 R_{ie}} = \frac{I_{qe}^2}{4 \cdot G_{ie}}$$

Netzwerkanalyse

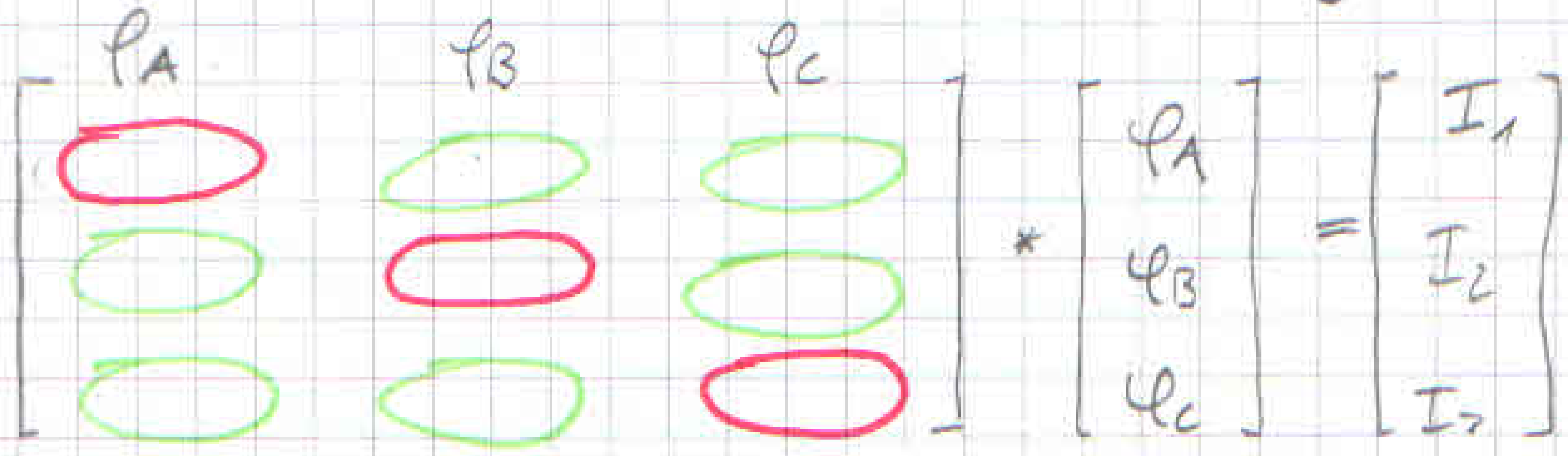
KPA

→ U-Quellen in I-Quellen wandeln



$I_q = G \cdot U_q$ $\quad U_q = R \cdot I_q$

→ Knoten beschriften, Bezugsknoten wählen



⚠ Achtung! mit Admittanzen rechnen → $G, \frac{1}{j\omega L}, j\omega C$

- Rot: Elemente, die am entsprechenden Knoten hängen
- Grün: Elemente, die zwischen 2 Knoten hängen (müssen immer negativ gezählt werden)

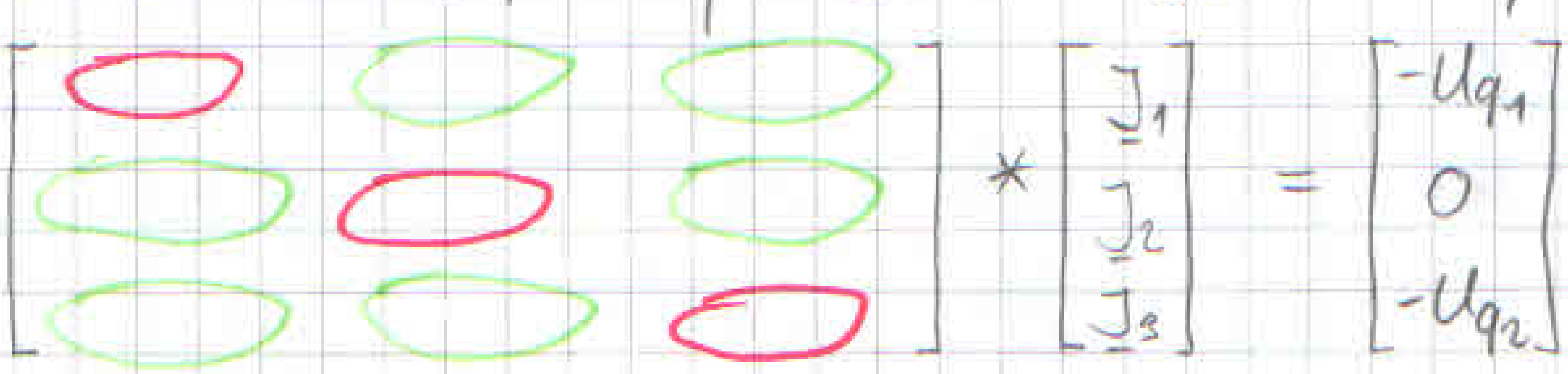
Bsp. gesteuerte Quelle: $\underline{I}_{q6} = \underline{V}_{62}\, \underline{I}_2 = \underline{V}_{62} \cdot j\omega C_2 \cdot \varphi_A$

Quellenströme, die in Knoten fliessen positiv zählen (auf rechter S.)

MSA

→ I-Quellen in U-Quellen wandeln

→ Maschen einzeichnen (in selbe Richtung wie U-Pfeil bei Quelle, U_q erscheint dann negativ auf rechter Seite!)

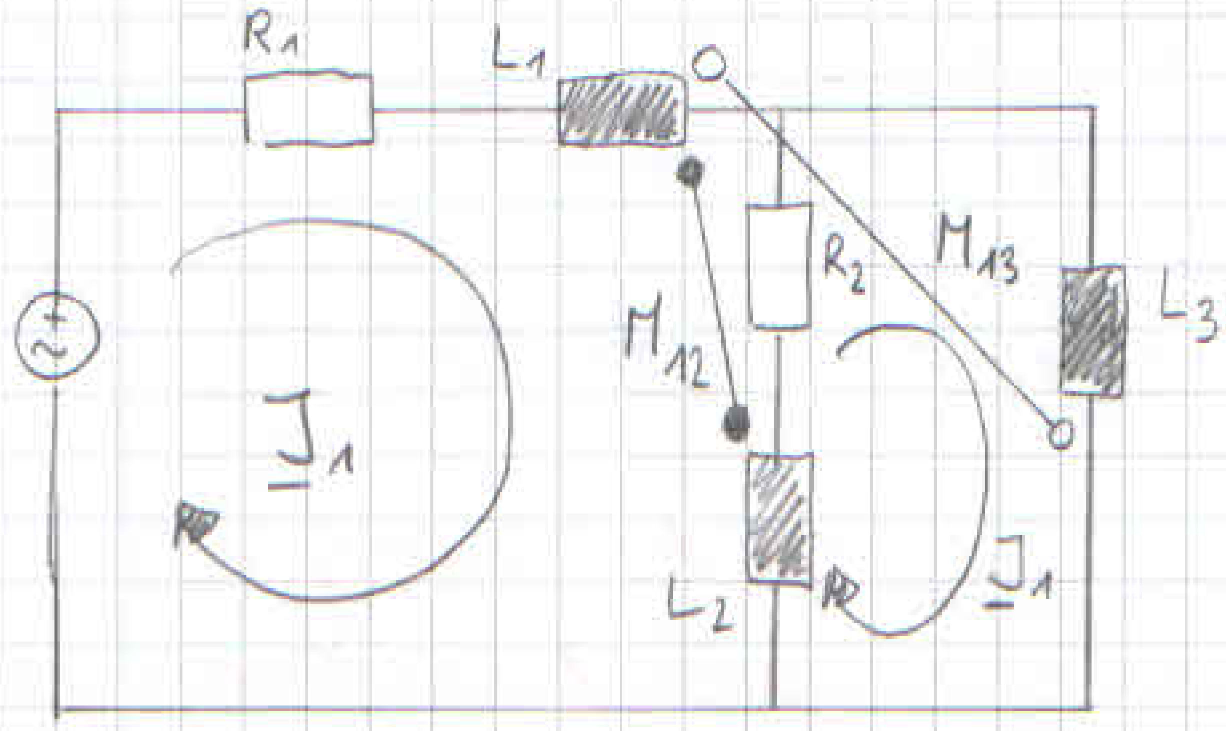


⚠ Achtung! mit Impedanzen rechnen → $R, j\omega L, \frac{1}{j\omega C}$

- Rot: Elemente, die in der entsprechenden Masche vorkommen
- Grün: Elemente, die von einem anderen Maschenstrom zus. durchflossen werden (stimmt Pfeilrichtung überein → positiv, sonst negativ

• Gegeninduktivitäten

$M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2} = M_{12} = M_{21}$



gekoppelte Induktivitäten: (M_{12})
→ wenn zwei Induktivitäten im selben Kreis vorkommen, erhält man Ausdrücke der Form
$\pm 2 j\omega M$
(positiv, wenn Spulen gleichsinnig im Kreis liegen)

Spannungsanteile aufgrund "fremder" Kreisströme: (M_{13})
positiv, wenn die beiden Kreisströme entweder beide bei der Markierung hinein- oder hinausfliessen

Matrix für Bsp. oben:

$$\begin{bmatrix} (\dots) - 2 j\omega M_{12} & (\dots) + j\omega M_{12} + j\omega M_{13} \\ (\dots) + j\omega M_{12} + j\omega M_{13} & (\dots) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{J}_1 \\ \underline{J}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{U}_q \\ 0 \end{bmatrix}$$

⇒ auf der Diagonalen stehen nur gekoppelte Induktivitäten
(keine Spannungsanteile aufgrund "fremder" Kreisströme)

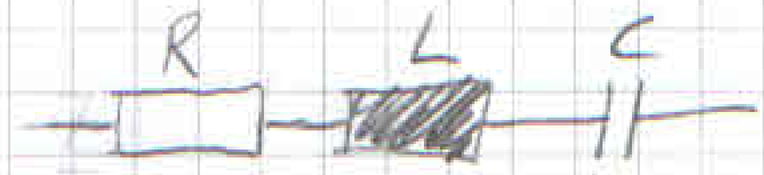
• Komplexes Rechnen

Z: Impedanz	R: Resistanz	X: Reaktanz	$\underline{Z} = R + jX$
Y: Admittanz	G: Konduktanz	B: Suszeptanz	$\underline{Y} = G + jB = \frac{1}{\underline{Z}}$

$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^*$

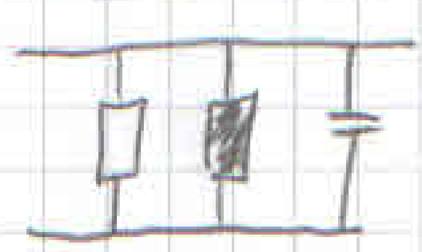
Wirkfaktor $\cos\varphi = \frac{P}{S}$
Blindfaktor $\sin\varphi = \frac{Q}{S}$

gemischte Schaltungen:
Serie: Impedanzen verwenden



$\underline{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$

Parallel: Admittanzen verwenden



$\underline{Y} = G + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C$