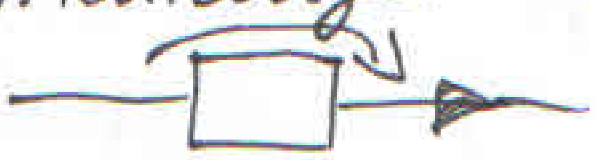
Einheiten: Kraft: N $\left(\frac{kg \cdot m}{s^2}\right)$; Drehmoment: Nm $\left(\frac{kg\,m^2}{s^2}\right)$
Energie, Arbeit: $J = Nm = Ws$; Leistung: $W = \frac{J}{s}$; Spannung: $V = \frac{J}{C}$;
Ladung Q: $C = As$; Feldstärke E: $\frac{V}{m}$; Leitfähigkeit σ: $\frac{S}{m}$ oder $\frac{Sm}{mm^2}$
Spez. Widerstand ϱ: $\frac{\Omega mm^2}{m}$ oder Ωm

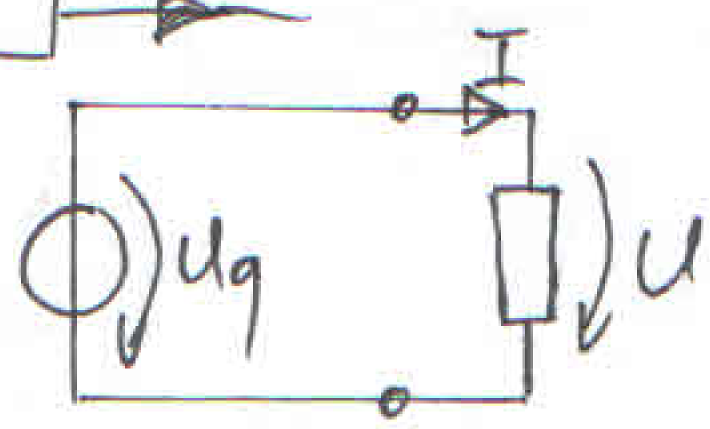
$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,C$ $\quad 1C \mathrel{\hat{=}} 6{,}25 \cdot 10^{18}$ Elektronen
Potenzial φ: $U_{AB} = \varphi_A - \varphi_B \rightarrow U_{AB}$ positiv, wenn $\varphi_A > \varphi_B$
Stromstärke: $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$
→ bewegt sich eine Ladung Q unter Einwirkung von $F = Q \cdot E$ von A nach B: $W_{AB} = F \cdot l_{AB} = Q E \cdot l_{AB}$
$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = E \cdot l_{AB}$ (wenn E, l_{AB} gleichgerichtet und E konstant)
→ $e \cdot U_{AK} = \frac{1}{2} m_e \cdot v^2$ (m_e: Masse des Elektrons, v: Auftreffgeschw. an der Kathode)

Netzwerke bei Gleichstrom:

Bezugsrichtungen: an Verbrauchern haben Strom & Spannung dieselbe Richtung



Pfeilsystem:

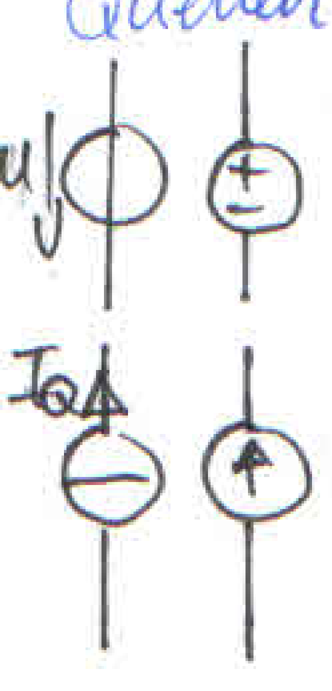


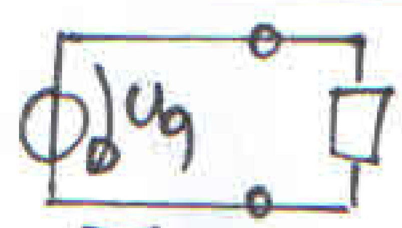
- Erzeugerpfeil-System: Strom und Spannung entgegengesetzt
- Verbraucherpfeilsystem: Strom und Spannung gleichgesetzt
- Im EPS: falls $P = U_q \cdot I > 0$ → Zweipol gibt Energie ab
- Im VPS: falls $P = U_q \cdot I > 0$ → Zweipol nimmt Energie auf

spez. Widerstand & Leitfähigkeit:
$R = \frac{\varrho \cdot l}{A} = \frac{l}{\sigma \cdot A} \Rightarrow G = \frac{1}{R} = \frac{\sigma \cdot A}{l}$

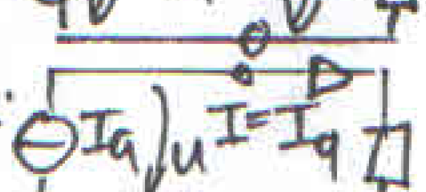
temp. abh. Widerstand:
$R_\vartheta = R_{20} \cdot (1 + \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta)$
$\Delta R = R_{20} \cdot \alpha_{20} \cdot \Delta\vartheta$

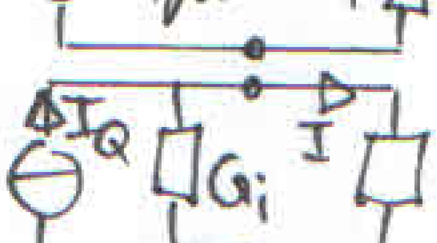
Quellen:



Ideale U-Quelle:  Spannung immer konstant

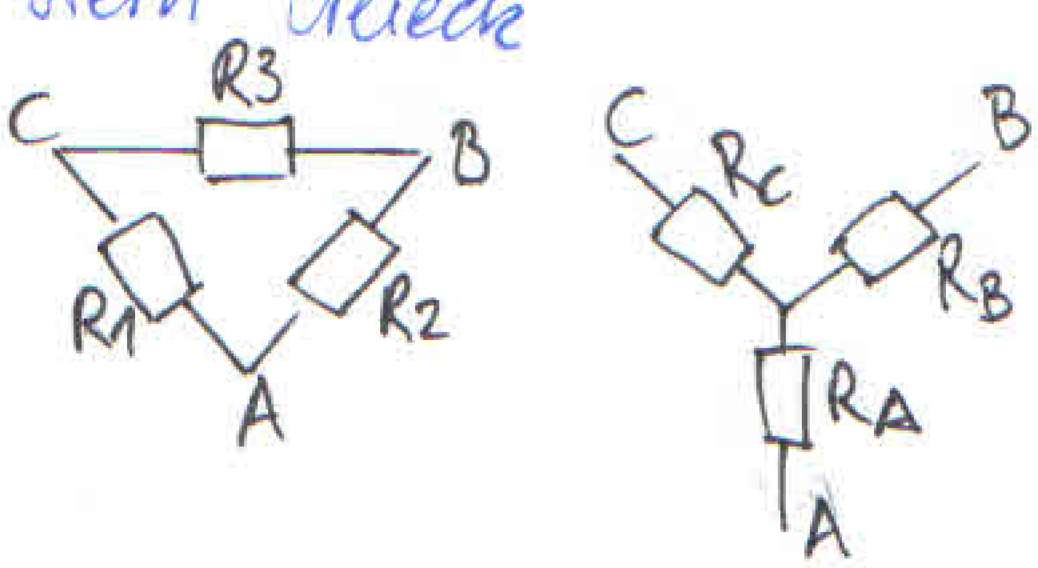
Lineare U-Quelle:  Spannung hängt von Belastung ab
$U = U_q - U_{Ri} = U_q - R_i \cdot I$

Ideale I-Quelle:  Strom konstant

Lineare I-Quelle:  $I = I_q - G_i \cdot U$

aus U-Quelle → I-Quelle: $I_Q = \frac{U_q}{R_i} \Rightarrow U_q = I_Q \cdot R_i = \frac{I_Q}{G_i}$

Stern-Dreieck



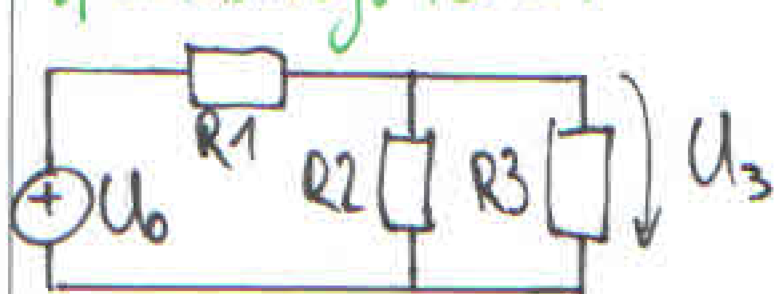
$\Delta \rightarrow \curlywedge$
$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_0}$
$R_B = \frac{R_2 R_3}{R_0}$
$R_C = \frac{R_1 R_3}{R_0}$

$\curlywedge \rightarrow \Delta$
$G1 = \frac{G_A G_C}{G_0}$
$G2 = \frac{G_A G_B}{G_0}$
$G3 = \frac{G_B G_C}{G_0}$

Überlagerungssatz

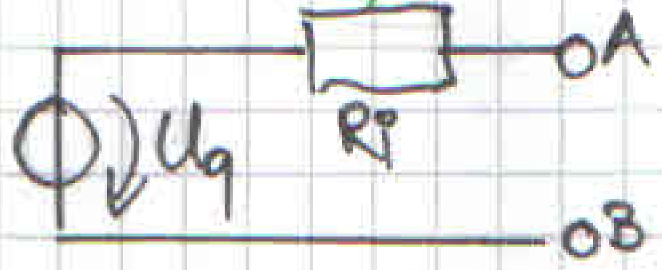
- Quellen einzeln einschalten
- U-Quelle aus → Kurzschl.
- I-Quelle aus → Leerlauf

Spannungsteiler:

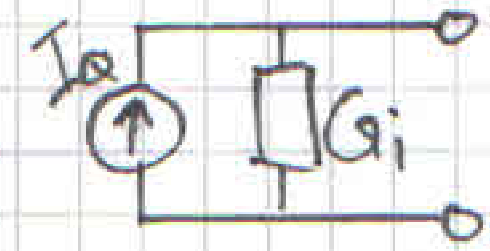


$U_3 = U_0 \cdot \frac{R2 /\!/ R3}{\underbrace{R1 + (R2 /\!/ R3)}_{R_{Ges}}}$

Thévenin, Norton

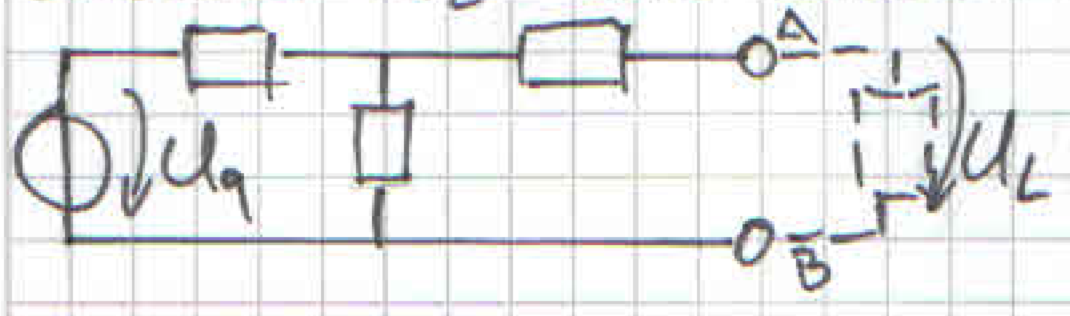


Ersatz-U-Quelle nach Thévenin



Ersatz-I-Quelle nach Norton

Ersatz-R_i: alle Quellen ausschalten und bei Klemmen "reinschauen"



1. Schritt: linker Teil durch Ersatz-U-Quelle ersetzen
2. Schritt: Ersatz-U-Quelle U_{qe} mit R_L belasten und U_L berechnen

---

Leistungsanpassung:

Am Lastwiderstand muss die halbe Quellenspannung liegen → $R_L = R_i$

P_{Max} wird dann $\frac{U_q^2}{4R_i}$ oder $\frac{I_k^2}{4G_i}$

Netzwerke:

Knoten: Anzahl k

Zweige: Anzahl z

Baum: Verbindung sämtlicher Knoten

Baumzweige (Äste): Anzahl $k-1$

Sehnen (Zweige die nicht zum Baum gehören): Anzahl $z-k+1=m$

Kreis: Geschlossene Folge von Zweigen

Masche: Kreis, der entweder inner- oder ausserhalb keine Zweige enthält

Planar: kann ohne Kreuzung gezeichnet werden (nur planar kann aus lauter Maschen bestehen)

Wahl der Kreise:

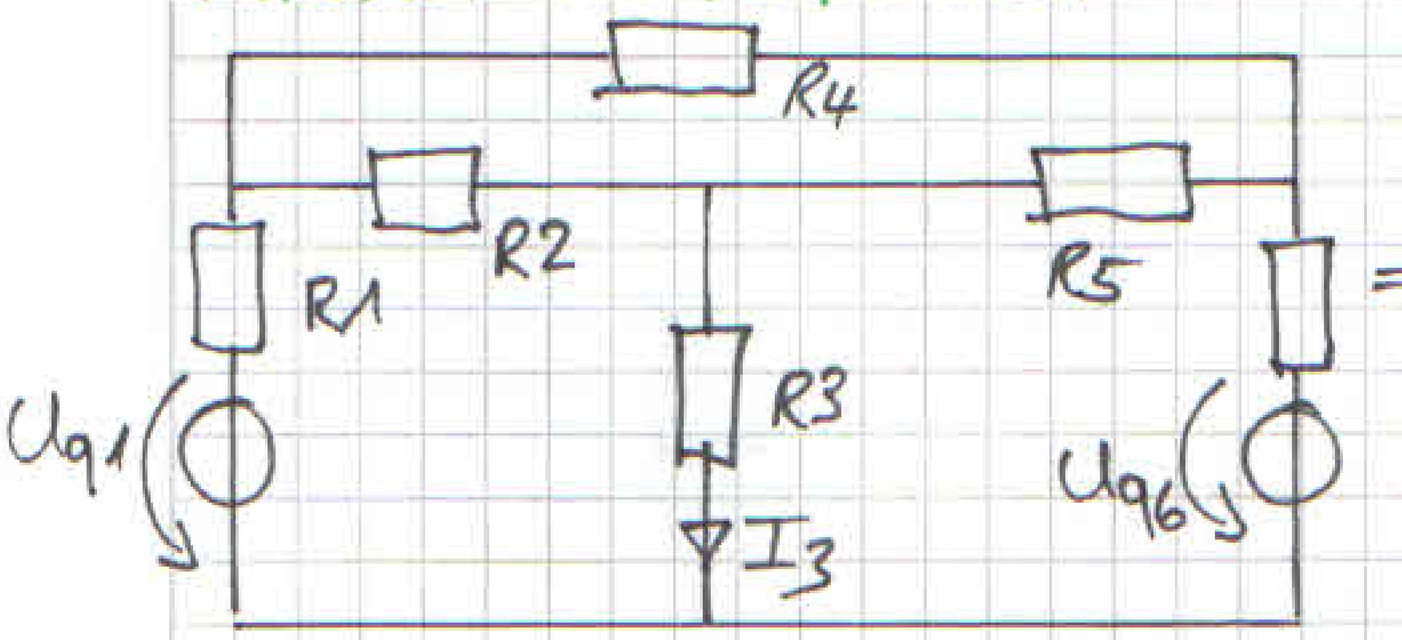
① beim Einzeichnen eines Kreises einen Zweig davon markieren, diesen nachher nicht mehr brauchen

② Einen vollständigen Baum zeichnen. Jeder Kreis soll eine andere Sehne (und nur diese!) enthalten → Basiskreis

③ Man wählt als Kreise lauter Maschen → Netzwerk muss planar sein

Maschenstromverfahren:

(Matrix symmetrisch)



$$\Rightarrow \begin{bmatrix} R_1+R_2+R_3 & R_2 & R_3 \\ R_2 & R_2+R_4+R_5 & -R_5 \\ R_3 & -R_5 & R_3+R_5+R_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} j_1 \\ j_2 \\ j_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_{q1} \\ 0 \\ -U_{q2} \end{bmatrix}$$

Kreise entgegen Spannungs-Quellen-Pfeilen
→ U_q erscheint rechts positiv!

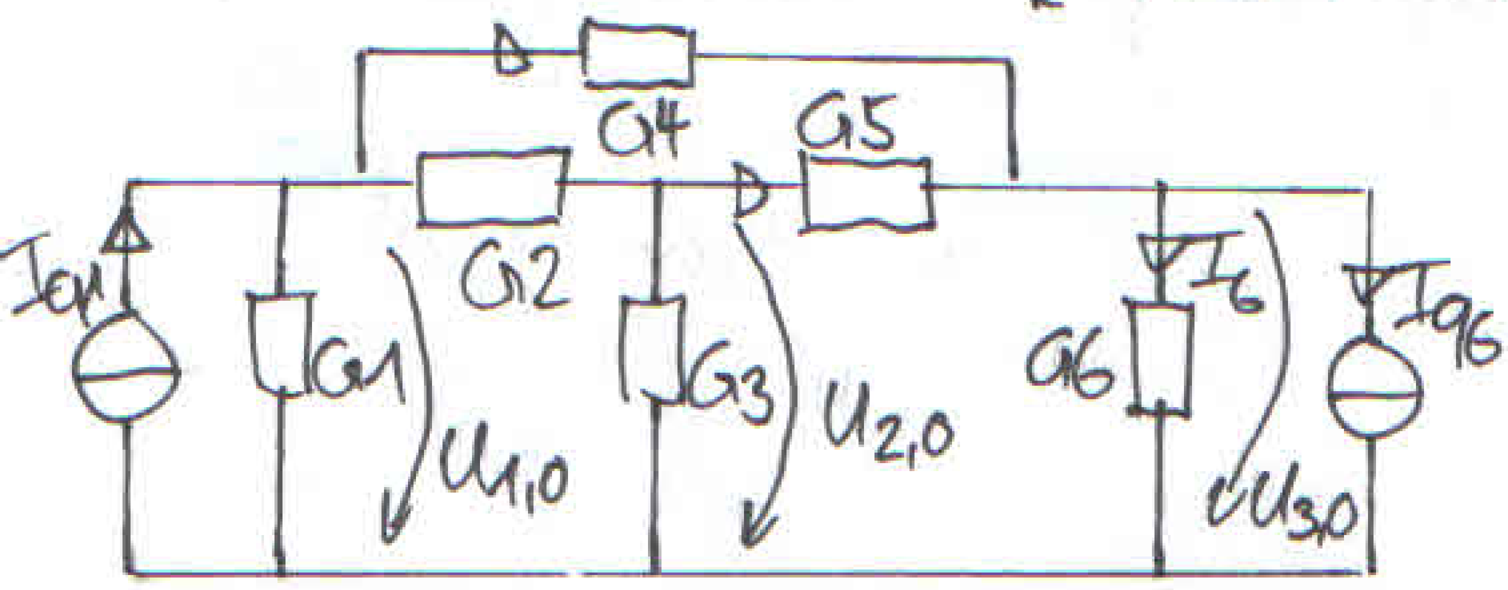
$z-k+1$ Kreise wählen → lin. I-Quellen in U-Quellen umwandeln!

1. Kreise in selbe Richtung zeichnen wie U-Quelle
2. U_q erscheint negativ auf der rechten Seite
3. Gleichung aufstellen Bsp Kreis 1: $(R_1+R_2+R_3)j_1 + R_2 j_4 + R_3 j_5 = \ldots$

→ stimmt die Richtung von 2 Maschenströmen überein, werden sie in der Matrix positiv gezählt.

Knotenpotentialverfahren

→ für k-1 Knoten die Stromgleichung formulieren
→ lineare U-Quellen in I-Quellen umwandeln
→ mit Leitwerten $G = \frac{1}{R}$ rechnen!



- ⓪ : Bezugsknoten
- Bsp: $U_5 = U_{2,0} - U_{3,0}$
  $U_2 = U_{1,0} - U_{2,0}$
- Matrix für die Knoten aufstellen

$$
\begin{array}{c}
 \\ ① \\ ② \\ ③
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccc} U_{1,0} & U_{2,0} & U_{3,0} \end{array} \\
\begin{bmatrix}
G1+G2+G4 & -G2 & -G4 \\
-G2 & G2+G3+G5 & -G5 \\
-G4 & -G5 & G4+G5+G6
\end{bmatrix}
\end{array}
\cdot
\begin{bmatrix} U_{1,0} \\ U_{2,0} \\ U_{3,0} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} I_{q1} \\ 0 \\ -I_{q6} \end{bmatrix}
$$

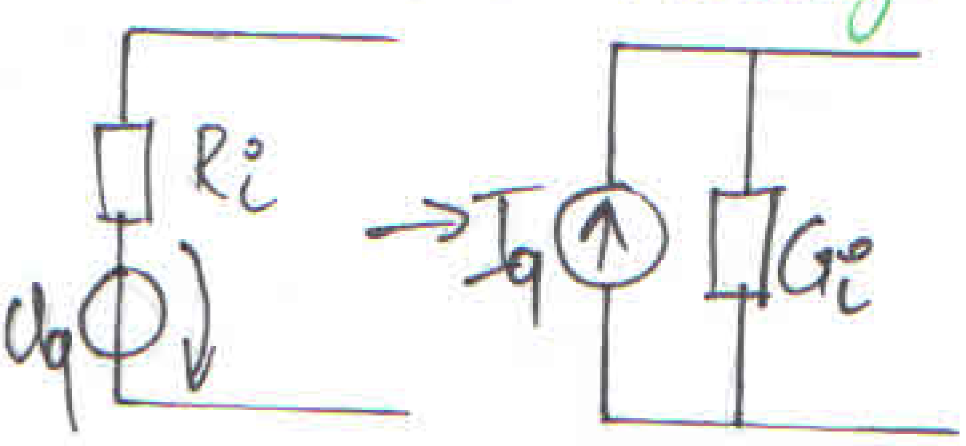
fliesst Iq in den Knoten wird er rechts positiv gezählt!

Leitwert zwischen zwei Knoten

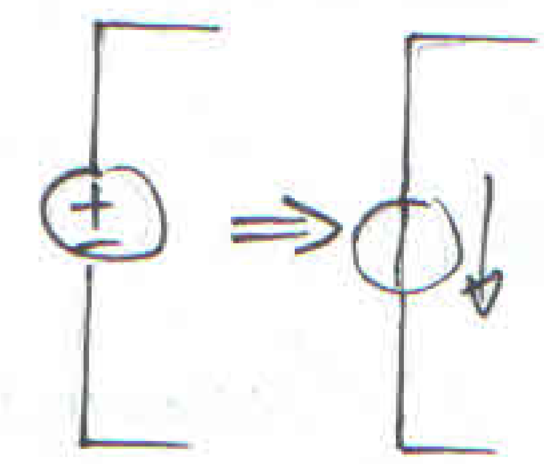
alle Leitwerte die an einem Knoten hängen

- Matrix ist symmetrisch (alle Diagonalenelemente positiv, der Rest negativ)

Quellenbehandlung:

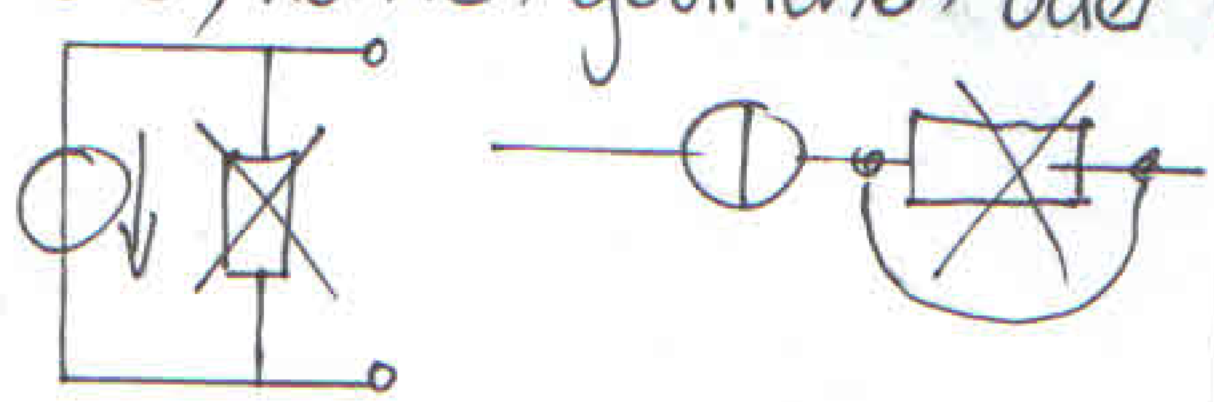


- Strompfeil ist dem Spannungspfeil entgegengesetzt

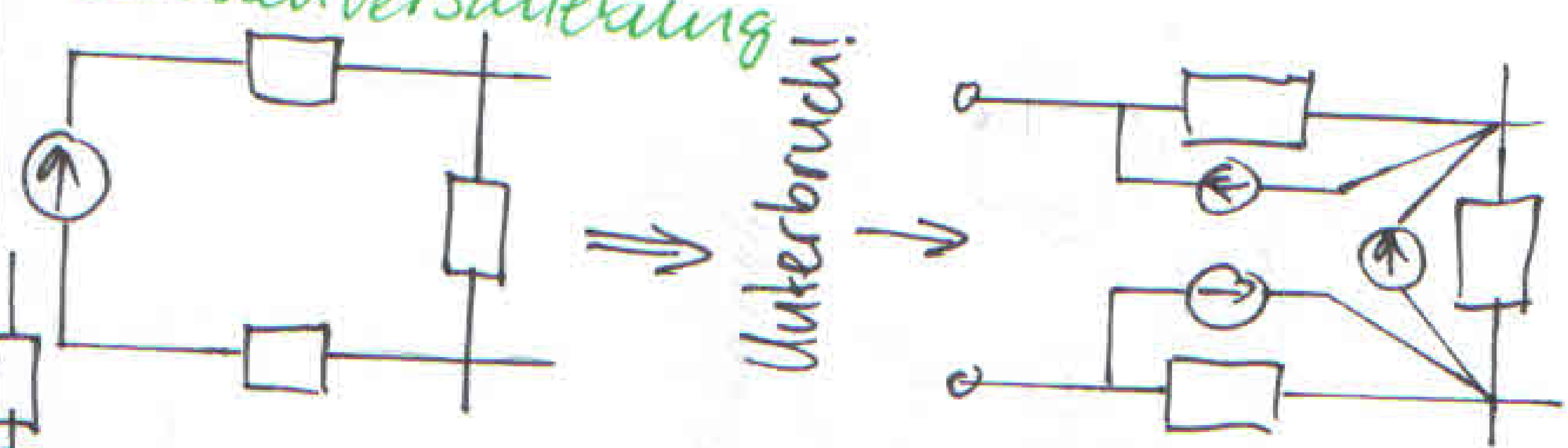


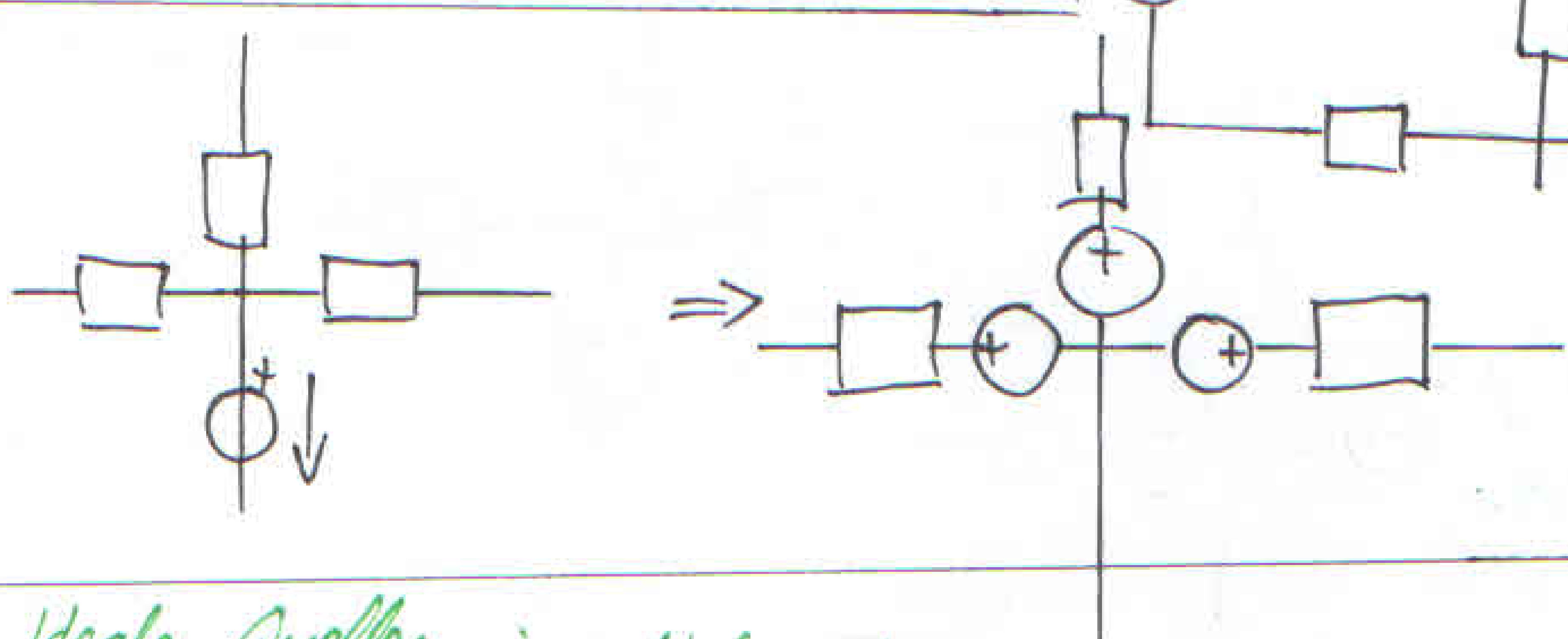
"Pfeil geht vom plus zum minus"

Widerstände, die parallel zu U-Quellen oder in Serie zu I-Quellen geschaltet sind, können gestrichen oder überbrückt werden!



Quellenverschiebung





Quellen können nach dem Verschieben umgewandelt werden!

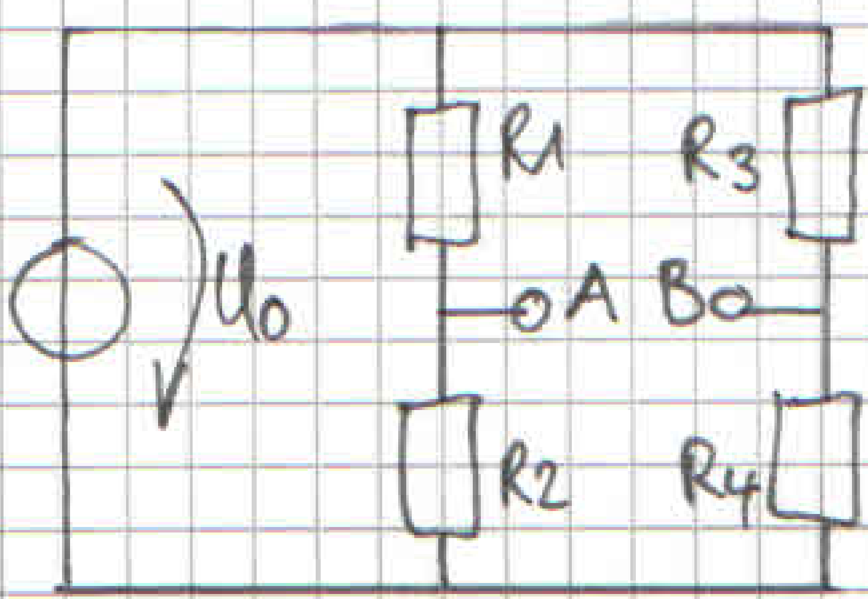
Ideale Quellen im Netzwerk:

I-Quelle im Maschenstromverfahren:
- als Kreise die 3 inneren Maschen wählen
- einen Kreis mit Iq übereinstimmen lassen
- Anzahl Kreise -1 Gleichungen aufstellen (Kreis mit Iq braucht keine Gleichung)

U-Quelle im Knotenpotenzialverfahren:
- 1 Klemme der Quelle muss am ⓪ liegen
- Eine Knotenspannung (z.B. $U_{1,0}$) $= U_q$
- Anzahl Knoten -1 Gleichungen aufstellen

Wheatstone - Brücke

Speisung mit U-Quelle



abgeglichen:

$U_{AB} = 0$

$\Rightarrow \frac{R1}{R2} = \frac{R3}{R4}$

nicht abgeglichen:

$U_{AB} = U_2 - U_4$

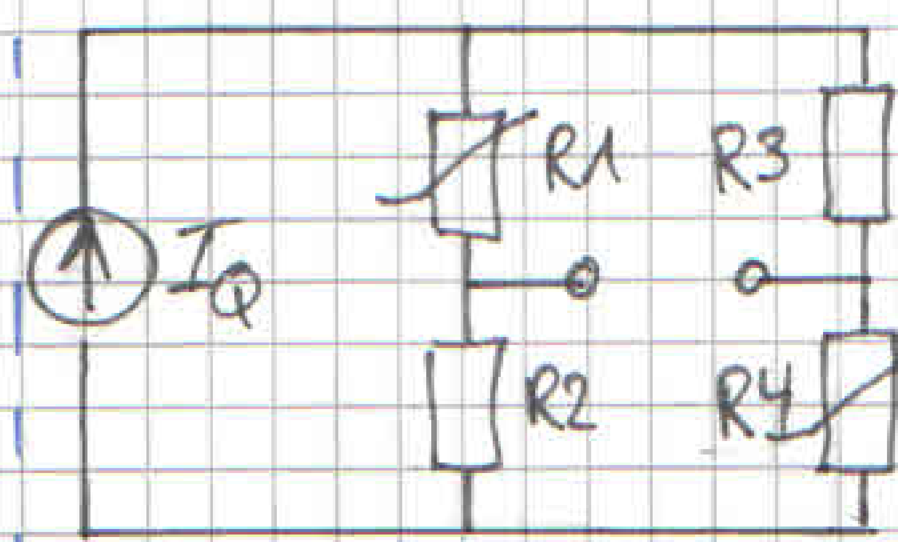
$U_{AB} = U_0 \left(\frac{R2}{R2+R1} - \frac{R4}{R4+R3} \right)$

nicht abgeglichen (mit R_L bei AB):

$U_{AB} = U_0 \cdot \frac{R_L}{R_{ie} + R_L}$

$\Rightarrow R_{ie} = (R1 \parallel R2) + (R3 \parallel R4)$

Speisung mit I-Quelle:



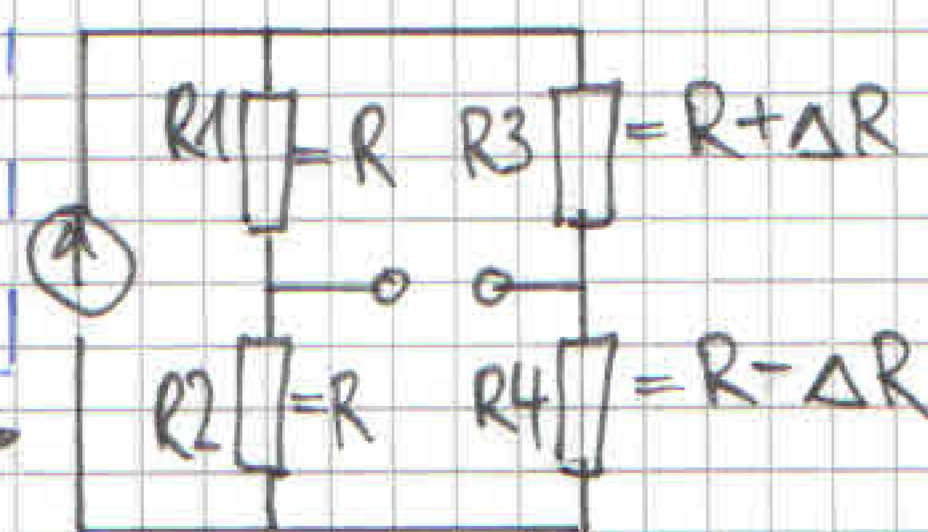
→ Ströme in beiden Zweigen gleich gross! R1, R4 veränderlich

$\Rightarrow R2 = R3 \wedge R1 = R4$

$U_{AB} = U_2 - U_4 = R_2 \frac{I_Q}{2} - R4 \frac{I_Q}{2}$

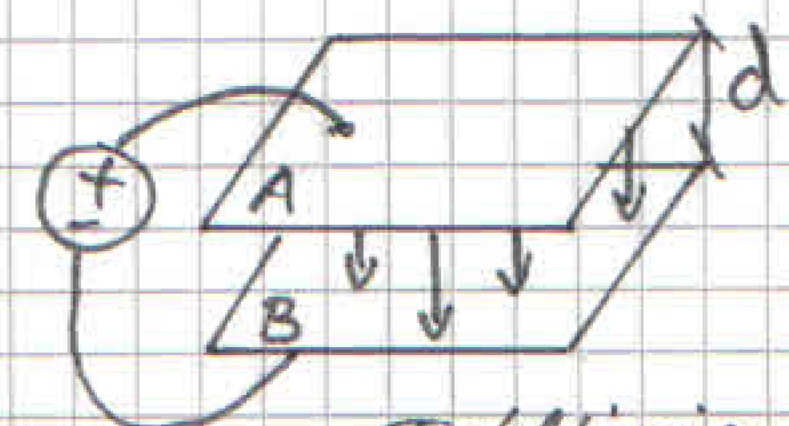
$= \frac{I_Q}{2}(R2 - R4)$

oder R3, R4 veränderlich:



$U_{AB} = \frac{I_Q}{2} R - \frac{I_Q}{2}(R - \Delta R) = \frac{I_Q}{2} \Delta R$

Felder:



$E = \frac{F}{Q}$ $\quad U_{A,B} = E \cdot d$ $\quad W_{A,B} = F \cdot d = Q \cdot E \cdot d$

im homogenen Feld: $R = \frac{\delta \cdot d}{A} = \frac{d}{\sigma \cdot A}$

$J = \frac{I}{A} = \frac{U \cdot \sigma}{d}$; $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} \rightarrow \vec{E} = \delta \cdot \vec{J}$

Feldlinien nicht senkrecht auf A: $I = J \cdot A \cdot \cos\alpha \Rightarrow I = \vec{J} \cdot \vec{e_n} \cdot A$

($\vec{e_n}$: Einheitsvektor, normal auf A)

inhomogenes Feld: $I = \int \vec{J} \, d\vec{A}$ $\quad (d\vec{A} = dA \cdot \vec{e_n})$

Leistung im Strömungsfeld: $p = J \cdot E = \sigma E^2 = \delta J^2$

Räumliches Zentralfeld:

Kugel:

$A = 4\pi r^2$

$J(r) = \frac{I}{4\pi r^2}$

$E(r) = \frac{1}{\sigma} J$

$U = \int_{r_1}^{r_2} E(r) \, dr = \frac{I}{4\pi\sigma} \int_{r_1}^{r_2} r^{-2} \, dr$

$= \frac{I}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$; $\quad R = \frac{R2 - R1}{4\pi\sigma R1 \cdot R2}$

Zylindrisches Koaxialfeld:

Zylinder:

$A = 2\pi r l$

$J(r) = \frac{I}{2\pi r l}$

$E(r) = \frac{1}{\sigma} J$

$U = \int_{r_1}^{r_2} E(r) \, dr = \frac{I}{2\pi\sigma l} \int_{r_1}^{r_2} \frac{1}{r} \, dr$

$= \frac{I}{2\pi\sigma l} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)$

$R = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi\sigma l}$