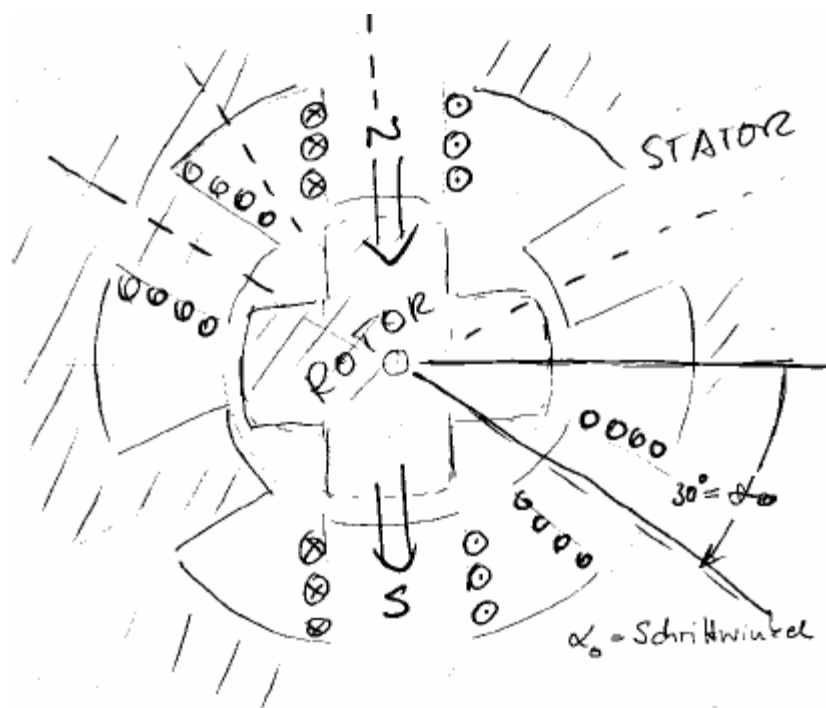


Formelsammlung Elektrotechnik II



Herbstsemester 2007

Lukas Frei

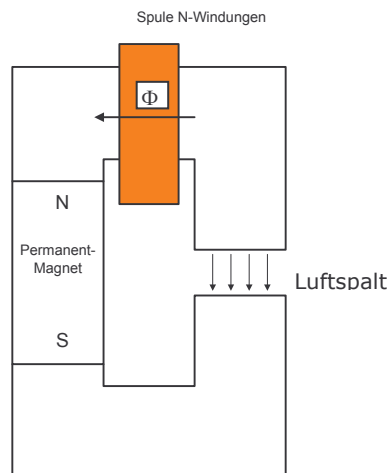
Inhalt

| | |
|--|-----------|
| 1. Magnetfelder | 3 |
| Permanent-Magnet | 3 |
| Magnetische Feldstärke | 3 |
| Magnetische Flussdichte | 3 |
| Permeabilität | 3 |
| Magnetischer Fluss | 3 |
| Magnetischer Widerstand | 3 |
| Magnetkreis | 3 |
| Grundgesetze | 3 |
| Magnetische Spannung | 3 |
| 2. Kräfte und Momente | 4 |
| Kraft auf Leiter | 4 |
| Kraft auf Eisen | 4 |
| Magnetische Energie bei Linearbewegung | 4 |
| Magnetische Energie bei Drehbewegung | 4 |
| 3. Energiewandlung und Drehmoment | 5 |
| Leistung | 5 |
| Ausnutzungs-ziffer | 5 |
| Typenschild | 5 |
| Wachstums-gesetz | 5 |
| 4. Gleichstrommaschine | 6 |
| Schaltbilder | 6 |
| Nebenschluss | 6 |
| mit Vorwiderstand | 6 |
| Kennlinien | 6 |
| 5. Schrittmotor | 7 |
| Modell | 7 |
| Grundformen | 7 |
| Reluktanz Motor | 7 |
| Drehmoment | 7 |
| 6. Drehfelder | 8 |
| Spulen-anordnung | 8 |
| Definitionen | 8 |
| Nutzahlen | 8 |
| 7. Synchronmaschine | 9 |
| Synchron-Drehzahl | 9 |
| Polradwinkel | 9 |
| Generator | 9 |
| 8. Asynchronmotor | 10 |
| Schlupf | 10 |
| Ersatzschaltung | 10 |
| Sonderbetriebe | 10 |
| Drehmoment | 10 |
| 9. Mechanik | 11 |
| Modell | 11 |
| Trägheit | 11 |
| Satz von Steiner | 11 |
| Auslaufversuch | 11 |
| 10. Prozessanalyse | 11 |
| Dynamische Bewegungs-Gleichungen | 11 |

1. Magnetfelder

| | | |
|--------------------------------|---|---|
| Permanent-Magnet | Feldlinien treten am Nordpol aus und am Südpol ein. | |
| Magnetische Feldstärke | $H = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot \delta}$ | H: Feldstärke [A/m] δ: Abstand zum Leiter [m] |
| Magnetische Flussdichte | $B = \mu \cdot H$ | μ: Permeabilität Luft: $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Eisen: $\mu = 10^6$ |
| Permeabilität | $\mu = \mu_r \cdot \mu_0$ | |
| Magnetischer Fluss | $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} [Wb]$ | [Wb = Tm ² = Vs] |
| Magnetischer Widerstand | $R_m = \frac{l}{\mu \cdot A}$ | R _m : [A/Vs] l: Luftspalt A: wirksame Fläche |
| Magnetkreis | $B_\delta = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2\delta}$ | B _δ : Luftspaltinduktion N: Wicklungszahl |

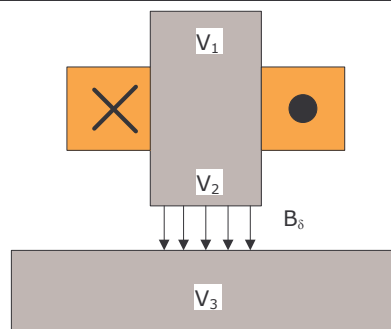
Grundgesetze



$$N \cdot I = H_M \cdot l_M + H_\delta \cdot \delta$$

| | Perm. Magnet | Eisen | Luftspalt |
|----------------------|-----------------------------|-----------------------------------|---|
| Material Gesetz | $B_M = \mu_M \cdot H_M + M$ | $B_{Fe} = \mu_{Fe} \cdot H_{Fe}$ | $B_\delta = \mu_0 \cdot H_\delta$ |
| Fluss Gesetz | $\Phi_M = B_M \cdot A_M$ | $\Phi_{Fe} = B_{Fe} \cdot A_{Fe}$ | $\Phi_\delta = B_\delta \cdot A_\delta$ |
| Durchflutungs-Gesetz | $l_M \cdot H_M$ | wird vernachlässigt | $\delta \cdot H_\delta$ |

Magnetische Spannung

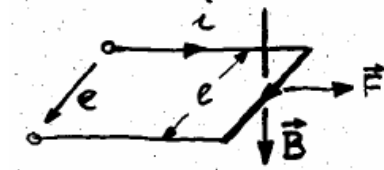


$$V_2 - V_1 = N \cdot I$$

$$V_2 - V_3 = \delta \cdot H_\delta$$

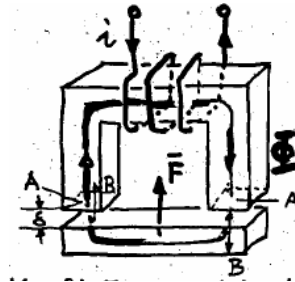
2. Kräfte und Momente

Kraft auf Leiter



$$F = B \cdot i \cdot l$$

Kraft auf Eisen

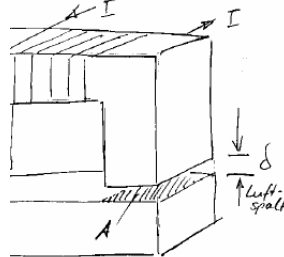


pro Schenkel

$$F = \frac{B^2 \cdot A}{2\mu_0}$$

beide Seiten: $F_{\text{Ges}} = 2F$

Magnetische Energie bei Linearbewegung

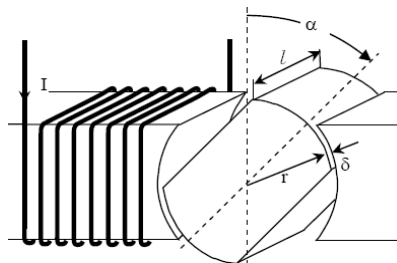


$$W_m = \frac{B_\delta^2 \cdot A \cdot \delta}{2\mu_0}$$

$$B_\delta = \frac{\mu_0 \cdot I \cdot N}{2\delta}$$

$$F_\delta = \frac{\mu_0 \cdot N^2 \cdot I^2 \cdot A}{4\delta^2}$$

Magnetische Energie bei Drehbewegung

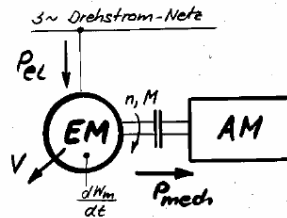


$$W_m = \frac{B_\delta^2 \cdot r \cdot l \cdot \delta \cdot v}{2\mu_0}$$

$$M = \frac{\mu_0 (I \cdot N)^2 \cdot r \cdot l}{4\delta}$$

3. Energiewandlung und Drehmoment

Leistung



$$P_{el} = P_{mech} + V + \frac{dW_m}{dt}$$

Drehmoment:

$$P_{mech} = \frac{\pi}{30} \cdot n \cdot M$$

n: Drehzahl [min^{-1}]

V: Verluste (Wärme)

$\frac{dW_m}{dt}$: magn. Leistung (oft sehr klein!!)

$$\eta = 1 - \frac{\left(V + \frac{dW_m}{dt} \right)}{P_{el}}$$

Ausnutzungsziffer

$$C = \frac{P}{D_R^2 \cdot l_R \cdot n} \left[\frac{\text{kW} \cdot \text{min}}{\text{m}^3} \right]$$

$$C = 2f$$

P: Leistung [kW]

D_R : Rotordurchmesser [m]

l_R : Rotorlänge [m]

f: Drehschub

Orientierungswerte

| Leistung | Ausnutzungsziffer |
|------------------------|-----------------------------------|
| $P < 10 \text{ kW}$ | $C = 0.4 - 0.6 \text{ kWmin/m}^3$ |
| $P \geq 10 \text{ kW}$ | $C = 1.0 - 6.0 \text{ kWmin/m}^3$ |

Typenschild

$$M_N = \frac{30P_N}{\pi \cdot n_N}$$

n: Drehzahl [min^{-1}]

$$P = \Omega \cdot M, \text{ wobei } \Omega = \frac{\pi}{30} n$$

Wachstumsgesetz

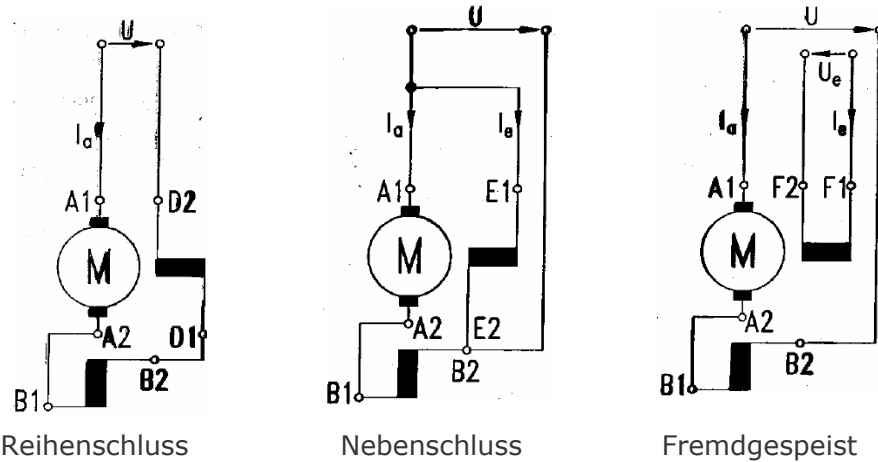
| | Abmessungen $D \sim k, l \sim k$ | Gewicht $G \sim D^2 l$ | Oberfläche $O \sim D l$ | Leistung $P \sim B A D^2 l n$ | Drehmoment $M \sim P$ | Rel. Verluste $V \sim G S / P$ | Anlaufzeit $T_a \sim D^2 / A$ |
|--|-------------------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|--------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| Kleine Maschinen $A \sim k^{1/2}$ | 1 | k^3 | k^2 | $k^{7/2}$ | $k^{7/2}$ | $k^{-3/2}$ | $k^{3/2}$ |
| | $P^{2/7}$ | $P^{6/7}$ | $P^{4/7}$ | 1 | P | $P^{-2/7}$ | $P^{3/7}$ |
| Grosse Maschinen $A = \text{konst.}$ | 1 | k^3 | k^2 | k^3 | k^3 | k^{-1} | k |
| | $P^{1/3}$ | P | $P^{2/3}$ | 1 | P | $P^{-1/3}$ | $P^{1/3}$ |

k = Vergrößerungsfaktor für Abmessungen
Durchmesser D, Länge l, usw.

P = Leistung

4. Gleichstrommaschine

Schaltbilder

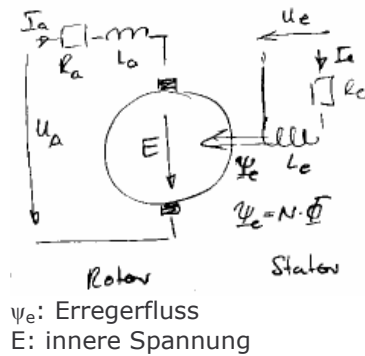


Reihenschluss

Nebenschluss

Fremdgespeist

Nebenschluss



Erregerseite

$$U_e = I_e R_e$$

Ankerseite

$$U_a = I_a R_a + E$$

$$M = I_a \cdot \psi_e$$

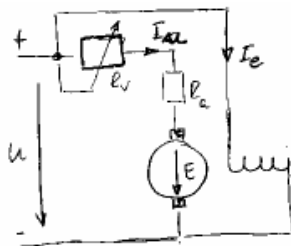
$$E = \Omega \cdot \psi_e$$

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_w$$

J: Massenträgheit

M_w : Widerstandsmoment

mit Vorwiderstand



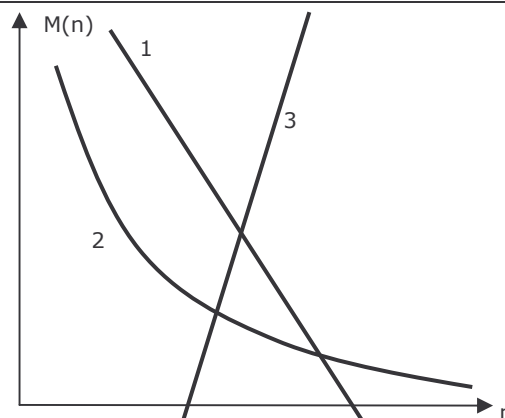
$$M = \frac{U \cdot \psi_e}{R_a + R_v} - 2\pi \frac{\psi_e^2}{R_a + R_v} \cdot n$$

R_v : Vorwiderstand (verstellbar)

$$n_0 = \frac{U_0}{2\pi \cdot \psi_e}$$

n_0 : Leerlauf Drehzahl

Kennlinien



1: Nebenschluss

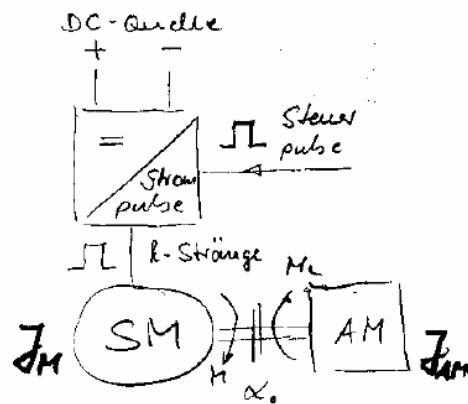
2: Reihenschluss

(Drehzahlbegrenzung!!)

3: Generator fremderregt

5. Schrittmotor

Modell



Schrittzahl

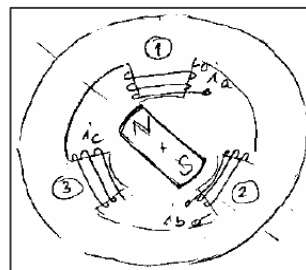
$$N_p = \frac{2\pi}{\alpha_0}$$

Schrittfrequenz

$$f_z = N_p \frac{n}{60}$$

α_0 : Schrittwinkel
 n : Drehzahl [min^{-1}]
 Z_S : Statorzahnzahl
 Z_R : Rotorzahnzahl

Grundformen

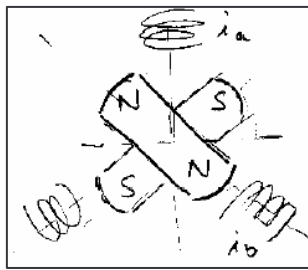


Wechseelpol SM

Wickl. einzeln
ansteuern!

$$Z_S=3$$

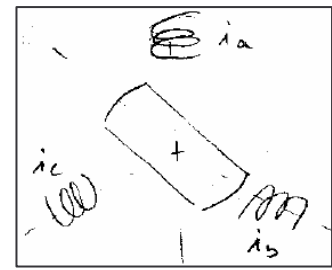
$$Z_R=2$$



Hybrid SM

Seiten-
Ansicht:

$$Z_R=4$$



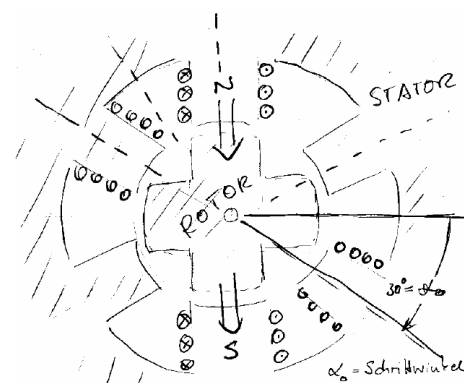
Reluktanz SM

$$\alpha_0 = \frac{2\pi}{m \cdot Z_R}$$

$$m=3$$

$$Z_R=2$$

Reluktanz Motor



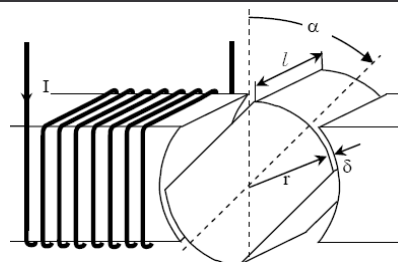
$$\alpha_0 = \alpha_R - \alpha_S \quad (\text{Vollschritt})$$

$$\alpha_0 = 0.5(\alpha_R - \alpha_S) \quad (\text{Halbschritt})$$

$$\alpha_R = m \cdot \alpha_0$$

$$Z_S = \frac{m}{m-1} Z_R$$

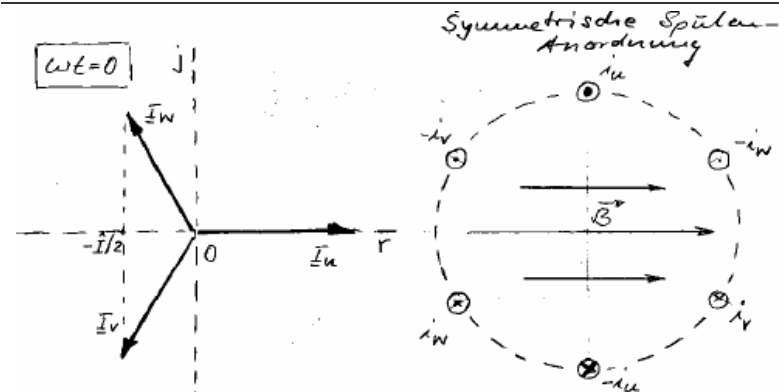
Drehmoment



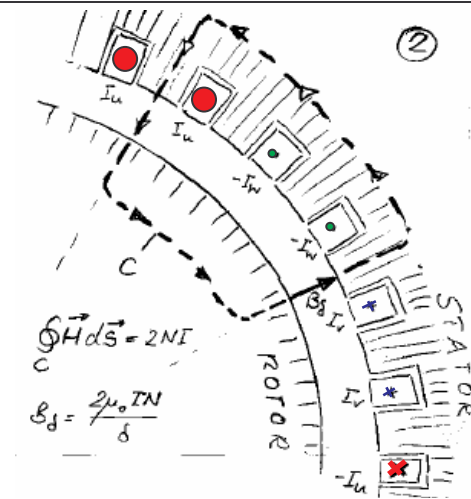
$$M = \frac{\mu_0 \cdot I^2 \cdot N^2 \cdot r \cdot l}{4\delta}$$

6. Drehfelder

Spulen- anordnung



Definitionen



q: Nutenzahl pro
Phasenband
N: Stator-Nutzzahl
p: Polpaar-Zahl
m: Strangzahl

$$N = m \cdot 2p \cdot q$$

$$\oint_C \vec{H} d\vec{s} = 2NI$$

$$B_s = \frac{2\mu_0 IN}{\delta}$$

Nutzahlen

| N | q=1 | 2 | 3 | 4 |
|-----|-----|----|----|----|
| p=1 | 6 | 12 | 18 | 24 |
| 2 | 12 | 24 | 36 | 48 |
| 3 | 18 | 36 | 54 | 72 |
| 4 | 24 | 48 | 72 | 96 |

Achtung: Gilt für
3-Phasennetz 400V/50Hz
(m=3)

7. Synchronmaschine

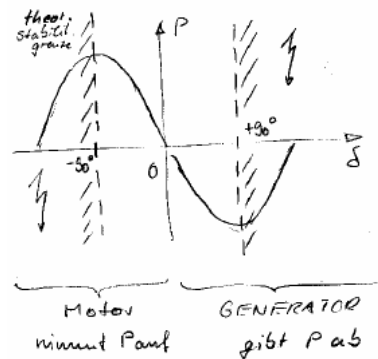
Synchron-
Drehzahl

| | Netzfrequenz [Hz] | | |
|---|-------------------|------|------|
| P | 16.67 | 50 | 60 |
| 1 | 1000 | 3000 | 3600 |
| 2 | 500 | 1500 | 1800 |
| 3 | 333.33 | 1000 | 1200 |
| 4 | 250 | 750 | 900 |

$$n_s = \frac{60}{p} f$$

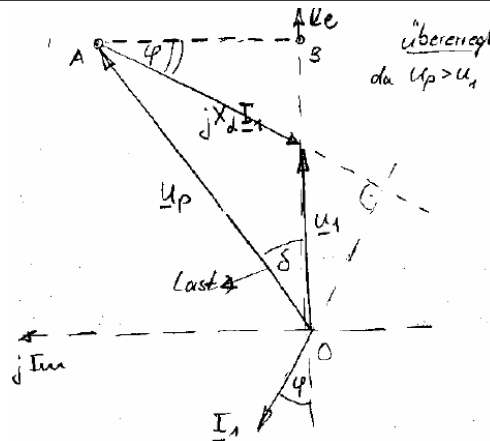
n_s : Synchrondrehzahl [min^{-1}]

Polradwinkel



δ : Last- oder Polradwinkel

Generator



U_1, I_1 : Netzspannung, -strom

X_d : Synchron-Reaktanz

U_p : Polradspannung

φ : Phasenwinkel

$$I_1 = \frac{U_d}{X_d}$$

$$U_p = U_1 - U_d$$

Ausgangsleistung

$$P(\delta) = 3 \frac{U_1 \cdot U_p}{X_d} \sin(\delta)$$

$$P_{\text{Strang}} = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi)$$

8. Asynchronmaschine

Schlupf

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1}$$

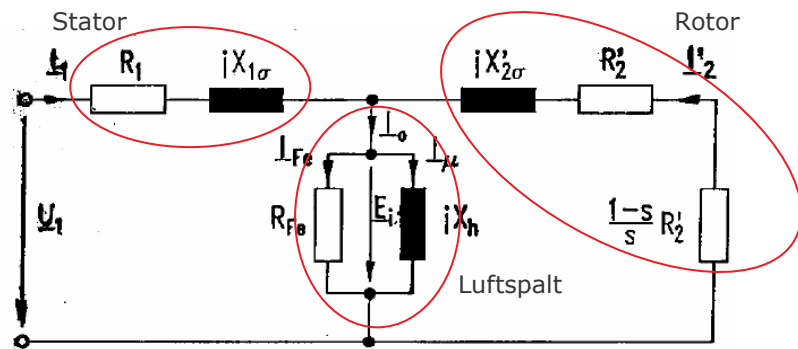
$$n = (1 - s)n_1$$

$$\eta \approx 1 - s$$

n_1 : Synchrondrehzahl
 n : Wellendrehzahl

$s=1 \rightarrow$ Maschine steht

Ersatzschaltung



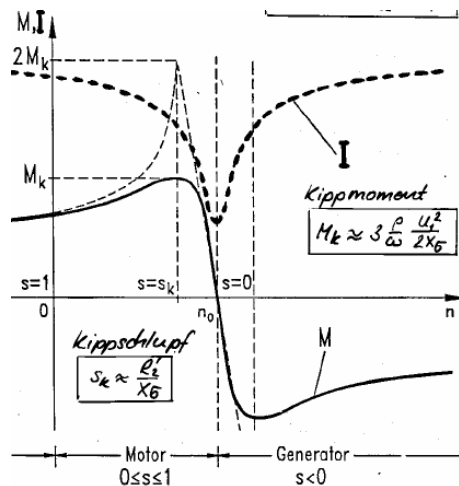
Betriebsarten

| | | |
|------------|-------------|-------------------------|
| Generator: | $s < 0$ | übersynchron |
| Motor: | $0 < s < 1$ | untersynchron |
| Bremse: | $s > 1$ | gegensynchron (Hitze!!) |

Sonderbetriebe

| | | |
|--------------|---------------|---|
| Kurzschluss: | $s=1$ | Stillstand I_k fließt komplett über Rotor, Luftspalt stromfrei |
| Leerlauf: | $s \approx 0$ | synchron I_o fließt komplett über Luftspalt, Rotor stromfrei |

Drehmoment



$$\frac{M}{M_k} = \frac{2}{s/s_k + s_k/s}$$

Näherungen:

$$s/s_k \ll 1: \frac{M}{M_k} = 2 \frac{s}{s_k}$$

$$s/s_k \gg 1: \frac{M}{M_k} = \frac{2}{s/s_k}$$

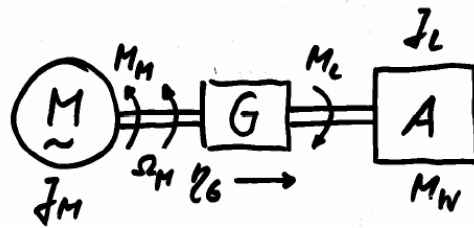
Skriptverweise

Im Skript sind die folgenden Betriebshinweise ausführlich zu finden:

- Direktes Einschalten
- Stern/Dreieck Umschaltung
- Anlasstransformation
- Schleifringläufer
- Änderung des Schlupfes
- Stromrichterspeisung
- Stromrichter-Kaskade
- Gegenstrombremse
- Polumschaltung
- Gleichstrombremse
- 4Q-Umrichterbetrieb

9. Mechanik

Modell



M_M : Motorenmoment
 M_W : Widerstandsmoment
 M_B : Beschleunigungsmoment
 i : Getriebeübersetzung
 J_M : Trägheit Motor
 J_L : Trägheit Last
 J_Z : zusätzl. Trägheiten

$$M_M = \frac{M_W}{\eta_G \cdot i} + J_t \frac{d\Omega}{dt}$$

$$J_t = J_M + J_L + J_Z$$

Trägheit

Vollzylinder: $J = \frac{1}{2} m r^2$

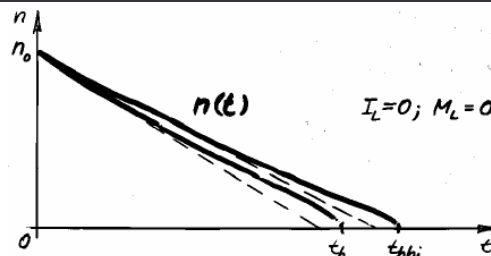
Hohlzylinder: $J = \frac{1}{2} m (r_a^2 + r_i^2)$

Satz von Steiner

$$J_A = J_S + m \cdot d^2$$

J_S : J um Schwerpunktsachse
 J_A : J um Parallelachse
 d : Achsabstand

Auslaufversuch



$$J = J_{hi} \frac{t_b}{t_{bhi} - t_b}$$

J_{hi} : J der Hilfsschwingmasse

Anlaufzeit

$$T_A = \frac{\pi}{30} \cdot J \cdot \frac{n_0}{M_b}$$

$$T_A = m \frac{v_0}{F_b}$$

T_A : Anlaufzeit
 n_0 : Enddrehzahl
 M_b : Beschleunigungsmoment
 m : Masse
 v_0 : Endgeschwindigkeit
 F_b : Beschleunigungskraft

10. Prozessanalyse

Dynamische Bewegungsgleichungen

Rotation: $J \frac{d\Omega}{dt} = M_{Mot} - M_{Last}$

Linear: $m \frac{dv}{dt} = F_{Mot} - F_{Last}$