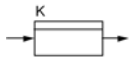


**Übertragungsfunktionen G(s)**

**P-Glied**

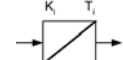


$$K \cdot x_e(t) = x_a(t)$$

$$K \cdot X_e(s) = X_a(s)$$

$$G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = K$$

**I-Glied**



$$x_a(t) = \int x_e(t) dt$$

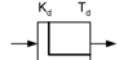
$$\dot{x}_a(t) = x_e(t)$$

$$s \cdot X_a(s) = X_e(s)$$

$$G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = \frac{1}{s}$$

Anfangsbed. = 0

**D-Glied**



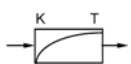
$$x_a(t) = \dot{x}_e(t)$$

$$X_a(s) = s \cdot X_e(s)$$

$$G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = s$$

Anfangsbed. = 0

**PT1-Glied**



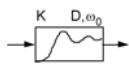
$$K \cdot x_e(t) = x_a(t) + T \cdot \dot{x}_a(t)$$

$$K \cdot X_e(s) = X_a(s) + T \cdot s \cdot X_a(s)$$

$$G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = \frac{K}{1 + s \cdot T}$$

Anfangsbed. = 0

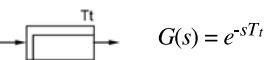
**PT2-Glied**



$$K \cdot x_e(t) = x_a(t) + \frac{2D}{\omega_0} \cdot \dot{x}_a(t) + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot \ddot{x}_a(t)$$

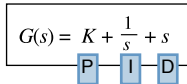
$$G(s) = \frac{X_a(s)}{X_e(s)} = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0} \cdot s + \frac{1}{\omega_0^2} \cdot s^2}$$

**Totzeit-Glied**



$$G(s) = e^{-sT_t}$$

**PID-Regler**



$$G(s) = K + \frac{1}{s} + s$$

$$x_a(t) = K \left[ x_e(t) + \frac{1}{T_n} \cdot \int x_e(t) dt + T_v \cdot \dot{x}_e(t) \right]$$

$$x_a(s) = K \left[ x_e(s) + \frac{1}{T_n} \cdot \frac{1}{s} \cdot x_e(s) + T_v \cdot s \cdot x_e(s) \right]$$

**System**

**Systeme ohne Ausgleich:**

- kein  $x_a$  in einem Term.
- wenn im Nenner keine Konstante vorhanden ist mit der  $x$  multipliziert wird (Bsp.  $1/s$ )

**Systeme mit Ausgleich:**

- Konstante im Nenner (Bsp.  $1/(1+s)$ )
- nur  $x_a$  ohne Ableitung

**Ordnung des Systems:**

- Höchste Potenz im Nenner (Bsp.  $s = 1.$  Ordnung,  $s^2 = 2.$  Ordnung)
- D-Glied hat 0te Ordnung
- Höchste Ableitung von  $x_a(t)$
- Anzahl Integrierer
- Anzahl Energiespeicher

**Eingangsfunktionen**

Funktion	Zeitbereich f(t)	Bildbereich F(t)
Impuls	$\delta$	1
Sprung	1	$1/s$
Rampe	t	$1/s^2$

**P-N-Plan (Pol-Nullstellen-Plan) (für Stabilität)**

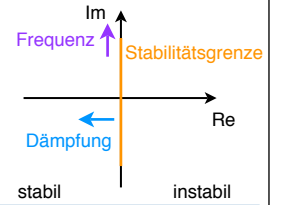
$$G(s) = \frac{xa(s)}{xe(s)} = \frac{a + bs + cs^2 + ds^3 + \dots}{e + fs + gs^2 + hs^3 + \dots}$$

Nullstellen (Zählerpolynom = 0):

$$a + bs + cs^2 + ds^3 + \dots = 0 \rightarrow s_1 = \dots, s_2 = \dots, s_3 = \dots,$$

Polstellen (Nennerpolynom = 0):

$$e + fs + gs^2 + hs^3 + \dots = 0 \rightarrow s_4 = \dots, s_5 = \dots, s_6 = \dots,$$



Stabil: Alle Polstellen links der Imaginärachse

Quad. Gleichung

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$z_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{4ac - b^2}}{2a} \cdot j$$

- wenn ein Teil komplex gibt es immer einen konjugiert komplexer Teil
- konjugiert komplexe Pole -> Schwingungen
- je weiter nach links, desto besser ist die Dämpfung
- je weiter nach oben, desto höher ist die Frequenz
- alle Pole mit negativem Realteil sind stabil
- Realisierbarkeit: Zählergrad  $\leq$  Nennergrad (Gerätetechnisch bedingt)

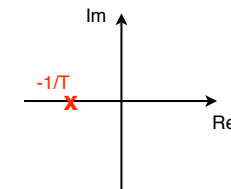
**Bsp. PT1**

$$G(s) = \frac{K}{1 + s \cdot T}$$

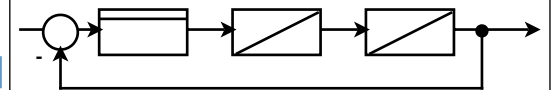
Polynom 1. Grades = 1 NS, 1 PS

Nullstellen (Zählerpolynom = 0):  
**keine** (auch wenn  $K = 0!$ )

Polstellen (Nennerpolynom = 0):  
 $1 + s \cdot T = 0 \rightarrow s = -1/T$



**Bsp. Regelkreis**



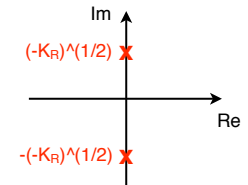
$$G_V(s) = K_R \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{s}$$

$$G_R(s) = 1$$

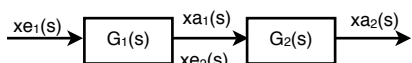
$$G(s) = \frac{G_V}{1 + G_V \cdot G_R} = \frac{K_R}{s^2 + K_R}$$

Nullstellen (Zählerpolynom = 0):  
**keine** (auch wenn  $K_R = 0!$ )

Polstellen (Nennerpolynom = 0):  
 $s^2 + K_R = 0 \rightarrow s^2 = -K_R \rightarrow s_1, s_2 = \pm (-K_R)^{1/2}$  komplex!!

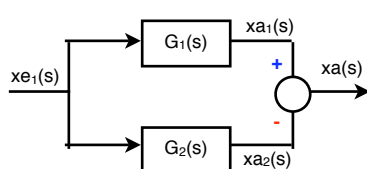


**Serieschaltung**



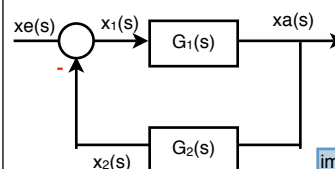
$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

**Parallelschaltung**



$$G(s) = +G_1(s) - G_2(s)$$

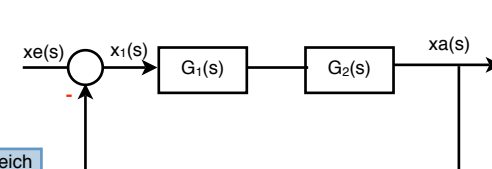
**Kreisschaltung**



immer mit Ausgleich

$$G(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

wenn auf der Rückleitung kein Übertragungsglied vorhanden ist, dann  $G_2(s) = 1$



$$G(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

**Anwendung von Laplace-Transformationen**

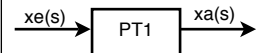
- System muss zeitinvariant sein (Konstanten dürfen sich nicht ändern Bsp. Masseänderung beim Flugzeug, weil weniger Brennstoff vorhanden)
- System muss stetig sein
- System muss linear sein (Sinus herein, veränderter Sinus heraus)

**DGL-Beispiel**

Gesucht: Sprungantwort eines PT1-Gliedes

Gegeben:  
Übertragungsfunktion PT1 (Tabelle):  $K \cdot xe(t) = xa(t) + T \cdot \dot{xa}(t)$

Sprungfunktion im Bildbereich (Tabelle):  $\frac{1}{s}$



$K \cdot xe(t) = xa(t) + T \cdot \dot{xa}(t)$  Anfangsbedingungen = 0

$K \cdot X_e(s) = X_a(s) + T \cdot s \cdot X_a(s)$  Bildbereich

$K \cdot X_e(s) = X_a(s) \cdot (1 + T \cdot s)$   $X_a(s)$  ausklammern

$X_a(s) = \frac{K}{1 + T \cdot s} \cdot X_e(s)$  nach  $X_a(s)$  auflösen

$X_e(s) = \frac{X_{e0}}{s}$   $X_e(s)$  mit der Sprungfunktion definieren

$X_a(s) = \frac{K}{1 + T \cdot s} \cdot \frac{X_{e0}}{s} = \frac{K \cdot X_{e0}}{s \cdot (1 + T \cdot s)}$   $X_e(s)$  in die obere Gl. einsetzen

$\frac{1}{s \cdot (1 + as)} \rightarrow 1 - e^{-\frac{t}{a}}$  in den Zeitbereich transformieren (sinnvoll erweitern um mit Hilfe der Laplace-Tabelle zu arbeiten)

Laplace-Bildfunktion aus Tabelle

$xa(t) = xe0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$  Resultat

**Übertragungsfunktion <-> DGL**

$G(s) = \frac{x_a}{x_e} = \frac{24 + 40s}{s + 3s^2 + 2s^4} \left(\frac{x_e}{x_a}\right) \leftrightarrow 24x_e + 40 \dot{x}_e = \dot{x}_a + 3\ddot{x}_a + 2x_a^{(4)}$

**Frequenzgang**

Gegeben: Übergangsfunktion (PT1)

$G(s) = \frac{K}{1 + s \cdot T}$   $K=10, T=5$

in Real- und Imaginärschreibweise umwandeln und erweitern, dass der Imaginärteil im Zähler steht.

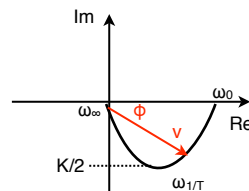
$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega \cdot T} \cdot \frac{1 - j\omega \cdot T}{1 - j\omega \cdot T} = \frac{K \cdot (1 - j\omega \cdot T)}{1 + \omega^2 \cdot T^2} = \frac{K}{1 + \omega^2 \cdot T^2} - \frac{K \cdot j\omega \cdot T}{1 + \omega^2 \cdot T^2}$

**Ortskurve (Nyquist-Diagramm)**

$v = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \frac{1}{1 + \omega^2 \cdot T^2} \cdot \sqrt{K^2 + \omega^2 \cdot T \cdot K^2}$

$= \frac{K}{1 + \omega^2 \cdot T^2} \cdot \sqrt{1 + \omega^2 \cdot T}$   $K$  aus der Wurzel kürzen

$\omega$	Re	Im
0	$K = 10$	0
$\infty$	0	0
$1/T$	$K/2 = 5$	$-K/2$



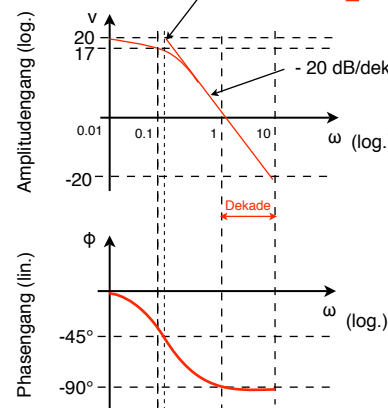
**Bode-Diagramm**

$v = \frac{xa}{xe}$

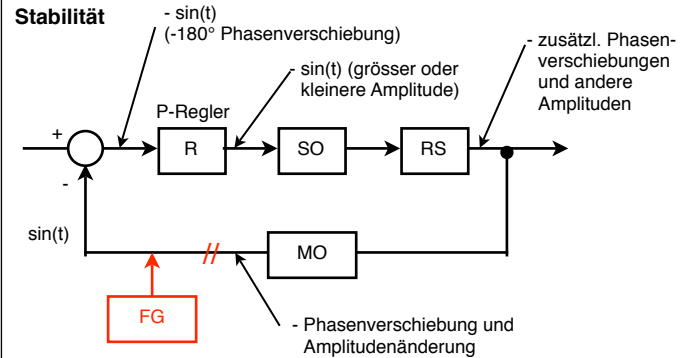
$dB = 20 \cdot \log_{10}(v)$

$\omega$	Re	Im	v	$\phi$	v in dB
0	K	0	$K = 10$	0	20
$\infty$	0	0	0	-90	$-\infty$
$1/T$	$K/2$	$-K/2$	$K/\sqrt{2} = 7.07$	-45	17

Wenn K ändert, dann Kurve vertikal verschieben  
Wenn T ändert, dann Kurve horizontal verschieben



**Stabilität**



FG und P-Regler können so geändert werden, dass das Ein- und Ausgangssignal identisch sind.

P-Regler regelt die Amplitude  
FG regelt die Frequenz

**System an der Stabilitätsgrenze**

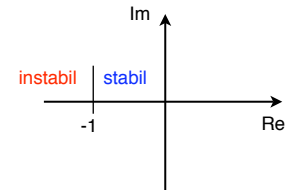
$K_R > K_{krit} \Rightarrow$  instabil (Amplitude schaukelt sich auf)  
 $K_R < K_{krit} \Rightarrow$  stabil (gedämpft)

Für 180° Phasenverschiebung braucht es 3 PT1- oder I-Glieder! Bei nur zwei Gliedern wird die Amplitude = 0.

**Stabilitätsbestimmung nach Nyquist**

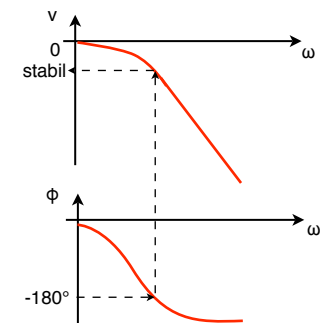
1. Wert bei 180° ablesen

2. ist der Wert > -1, dann instabil
3. ist der Wert < -1, dann stabil



**nach Bode**

1. Phasenverschiebung bei 180° herauslesen
2. In den Amplitudengang übertragen und die dB-Zahl herauslesen
3. Ist die dB-Zahl kleiner als 0 dB (=1), dann ist die Regelung stabil



1. Ordnung: max. Phasenverschiebung = 90° => kein Schnittpunkt also stabil!
2. Ordnung: max. Phasenverschiebung = 180° => Schnittpunkt bei  $\omega = \infty$  also stabil!

**Amplitudengang PT1**

- 0. Ordnung 0 dB/dek
- 1. Ordnung -20 dB/dek
- 2. Ordnung -40 dB/dek
- 3. Ordnung -60 dB/dek
- ...

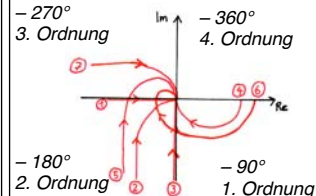
**Verschiebung PT1-, I-Glied**

- 0. Ordnung 0°/dek
- 1. Ordnung -90°/dek
- 2. Ordnung -180°/dek
- 3. Ordnung -270°/dek
- ...

**Differenz PT1**

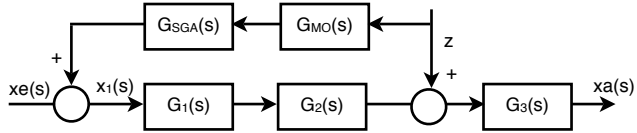
- 0. Ordnung 3 dB
- 1. Ordnung 6 dB
- 2. Ordnung 9 dB
- 3. Ordnung 12 dB
- ...

**Diverse Ortskurven**



1. 2x I-Glied in Serie (2. Ordnung)
2. I- und PT1-Glied in Serie (2. O.)
3. I-Glied (1. Ordnung)
4. PT1-Glied (1. Ordnung)
5. I- und 2 PT1-Glied in Serie
6. 3 PT1-Glieder (3 Ordnung)
7. 2 I- und 1 PT1-Glied

**Störgrössenaufschaltung**



$$G_{tot} = 0 = 1 + G_{MO} \cdot G_{SGA} \cdot G_1 \cdot G_2 \quad G_{SGA} = - \frac{1}{G_{MO} \cdot G_1 \cdot G_2}$$

**Grad Zähler > Grad Nenner**

wenn Grad Zähler > Grad Nenner, ist das System nicht realisierbar. Um dennoch eine Annäherung zu realisieren, ist folgender Trick notwendig.

$$G(s) = \frac{1 + s \cdot T}{K}$$

$$G(s) = \frac{1 + s \cdot T}{K} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot T_{klein}}$$

$T_{klein} \ll T$