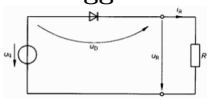
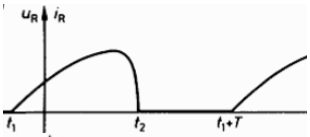
# 1 Wechselstromtechnik

## 1.1 Periodisch zeitabhängige Grössen

### 1.1.1 Gleichrichterschaltungen

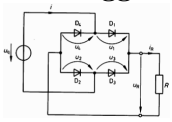
**Einweggleichrichtung**

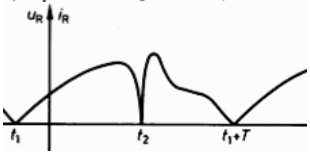





Fliesst nur ein Strom in Durchlassrichtung der Diode.
Summe der Oberwellen $i_0 = 0.2176A$
$t_1 < t < t_2 \Rightarrow u_R = u_q \; ; \; i_R = u_q/R \; ; \; u_D = 0$
$t_2 < t < (t_1 + T) \Rightarrow u_R = 0 \; ; \; i_R = 0 \; ; \; u_D = u_q$

**Zweiweggleichrichtung**






Ausgangsspannung ist Betrag der Eingangsspannung.
$t_1 < t < t_2 \Rightarrow D_1, D_2$ leiten ; $D_3, D_4$ sperren
$t_2 < t < (t_1 + T) \Rightarrow D_1, D_2$ sperren ; $D_3, D_4$ leiten
$u_R = |u_q| \; ; \; i_R = u_R/R = |i|$

### 1.1.2 Mittelwerte periodischer Grössen

Arithmetischer Mittelwert, Gleichwert, Linearer MW

$$X_0 = \overline{X} = X_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t)dt$$

Ist die Fläche unter der Zeitfunktion über eine Periode.

Quadratischer MW, Leistung

$$X^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt$$

$X^n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^n(t)dt$ (MW $n$. Ordnung)

Effektivwert

$$X = X_{\text{eff}} = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$$

Gleichrichtwert

$$X_{|m|} = |\bar{X}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |x(t)|dt$$

Arithm. Mittelwert der Zweiweggleichrichterschaltung

Energie der Periode $T$

$$W_T = \int_{t_0}^{t_0+T} P(t)dt$$

ist die Energie positiv, nimmt der Zweipol Energie auf

Wirkleistung

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} P(t)dt$$

**Verhältniszahlen**

Scheitelfaktor $k_s$ (crest factor): $k_s = \frac{\text{Scheitelwert}}{\text{Effektivwert}} = \frac{\hat{u}}{U}$

Formfaktor F (form factor): $F = \frac{\text{Effektivwert}}{\text{Gleichrichtwert}} = \frac{U}{|\overline{u}|}$

Schwingungsgehalt: $s = \frac{\text{Effektivwert des Wechselsignals}}{\text{Effektivwert der Mischgrösse}}$

Effektive Welligkeit: $\frac{\text{Effektivwert des Wechselsignals}}{\text{Gleichwert der Mischgrösse}}$

Riffelfaktor: $\frac{\text{Scheitelwert des Wechselsignals}}{\text{Gleichwert der Mischgrösse}}$

**Simpsonsche Regel**
*(Berechnungsmethode anhand eines Graphen)*

Gleichwert: $\bar{i} = \frac{h}{3T} \sum m \cdot i$

Gleichrichtwert: $|\bar{i}| = \frac{h}{3T} \sum m \cdot |i|$

Effektivwert: $I_{eff} = \sqrt{\frac{h}{3T} \sum m \cdot i^2}$

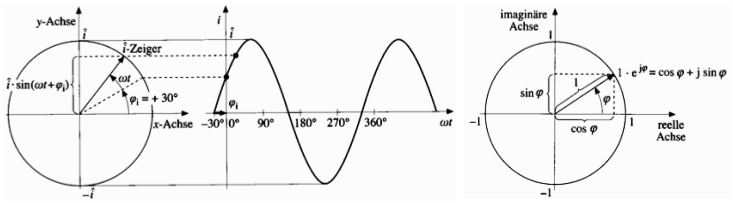
| $n$ | $t$ | $i$ | $i^2$ | $m$ | $m \cdot i$ | $m \cdot i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | 1 | | |
| 2 | | | | 2 | | |
| 3 | | | | 4 | | |
| 4 | | | | 2 | | |
| 5 | | | | 1 | | |

Wähle im Graph der Aufgabenstellung, das den Strom i(t) darstellt, innerhalb der Periode $T$ eine ungerade Anzahl von $\boldsymbol{n}$ **Stützstellen** in konstanten **Abständen** $\boldsymbol{h} = \frac{T}{n-1}$ (z.B $T = 20ms, n = 11$ mit $h = 2ms$). Lese an diesen Stellen jeweils den Augenblickswert des Stromes ab und tragen ihn in eine Tabelle ein (s.l). Berechne anschliessend für jede Stützstelle den Wert von $i^2$ und den Summanden $m \cdot i^2$. Der **Faktor** $\boldsymbol{m}$ wird wie folgt gebildet: Für ungerade n ist m=4; bei der ersten und bei der letzten Stützstelle ist m=1, bei den übrigen ist m=2.

## 1.2 Sinusförmige Schwingungen von Spannung und Strom

### 1.2.1 Komplexe Zeiger

**Prinzip der Zeigertechnik**

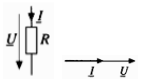



| | | |
|---|---|---|
| Komplexer Effektivwert | $\underline{U} = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}}$ | $\underline{U}$ = Kompl. Effektivwert, $\underline{\hat{u}}$ = Kompl. Scheitelwert |
| Exponentialform | $\underline{\hat{u}} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u} \quad \underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_U}$ | |
| Algebraische Form | $\underline{\hat{u}} = \hat{u}(\cos(\varphi_u) + j\sin(\varphi_u))$ | $\mathrm{Re}(\underline{\hat{u}}) = \hat{u} \cdot \cos(\varphi_u) \quad \mathrm{Im}(\underline{\hat{u}}) = \hat{u} \cdot \sin(\varphi_u)$ |
| | $\underline{U} = U(\cos(\varphi_U) + j\sin(\varphi_U))$ | $\mathrm{Re}(\underline{U}) = U \cdot \cos(\varphi_U) \quad \mathrm{Im}(\underline{U}) = U \cdot \sin(\varphi_U)$ |
| Umrechnung | $\lvert\hat{u}\rvert = \sqrt{\mathrm{Re}(\underline{\hat{u}})^2 + \mathrm{Im}(\underline{\hat{u}})^2}$ | |
| | $\varphi_u = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{\hat{u}})}{\mathrm{Re}(\underline{\hat{u}})}\right)$ | |
| | $\lvert U\rvert = \sqrt{\mathrm{Re}(\underline{U})^2 + \mathrm{Im}(\underline{U})^2}$ | |
| | $\varphi_U = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{U})}{\mathrm{Re}(\underline{U})}\right)$ | |
| Komplexe Drehzeiger | $\underline{u}(t) = \underline{\hat{u}} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}$ | |
| Phasenwinkel | $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ | Phasenwinkel positiv → Spannung eilt Strom voraus (im Gegenuhrzeigersinn) |

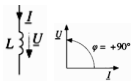
### 1.2.2 Komponenten linearer Wechselstromnetzwerke

$\underline{Z} = R + jX$: Komplexer Widerstand (Impedanz); $R$: Wirkwiderstand (Resistanz); $X$: Blindwiderstand (Reaktanz)
$\underline{Y} = G + jB$: Komplexer Leitwert (Admittanz); $G$: Wirkleitwert (Konduktanz); $B$: Blindleitwert (Suszeptanz)

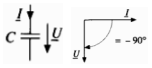
**Widerstand** $\boxed{\underline{Z_R} = R}$ $\boxed{\underline{Y} = G = \frac{1}{R}}$



**Induktivität** $\boxed{\underline{Z_L} = j\omega L = jX_L}$ $\boxed{\underline{Y_L} = -\frac{j}{\omega L} = jB_L}$ $\boxed{W_L = \frac{1}{2}LI_L^2}$



**Kondensator** $\boxed{\underline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C} = -\frac{j}{\omega C} = jX_C \quad (X_C < 0)}$ $\boxed{\underline{Y_C} = j\omega C = jB_C}$ $\boxed{W_C = \frac{1}{2}CU_C^2}$



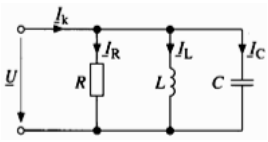
### 1.2.3 Berechnung linearer Wechselstromnetzwerke

### 1.2.4 Leistung im Wechselstromnetzwerk

| | | |
|---|---|---|
| Komplexe Leistung | $\boxed{\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)}}$ | Konjugiert Komplexer Strom! |
| Wirkleistung | $\boxed{P = \mathrm{Re}(\underline{S}) = UI\cos(\varphi)}$ | |
| Blindleistung | $\boxed{Q = \mathrm{Im}(\underline{S}) = UI\sin(\varphi)}$ | Kapazitiv: $Q < 0$; induktiv: $Q > 0$ |
| Scheinleistung | $\boxed{S = \lvert\underline{S}\rvert = UI = \frac{U^2}{R} = I^2R}$ | |
| Leistungsfaktor | $\boxed{\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{UI} = \cos\varphi}$ | |

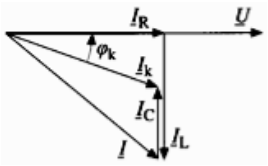
### 1.2.5 Blindleistungskompensation (mit Kondensator)

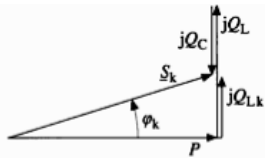
Kompensation mit C




Der Kondensator wird parallel dazu geschalten

Zeigerdiagramme Kompensation



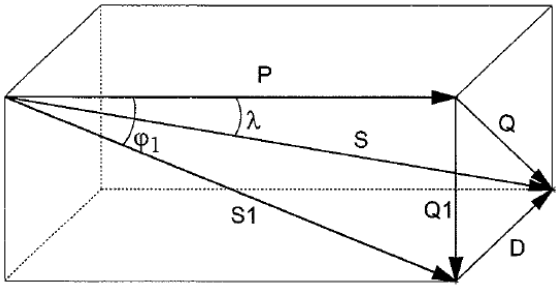




Neue (kompensierte) Blindleistung $\boxed{Q_{Lk} = P \cdot \tan\varphi_k}$

Blindleistung des Kondensators $\boxed{Q_C = Q_{Lk} - Q_L}$

Kapazität des Kondensators $\boxed{C = -\frac{Q_C}{\omega U^2}}$

### 1.2.6 Leistungsumsatz bei nichtsinusförmigen periodischen Grössen




Unterwelle: $X_U = \overline{X} = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}} a_0$

Grundwelle: $X_G = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}} \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$

Oberwellen: $X_O = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} a_k^2 + \sum_{k=2}^{\infty} b_k^2}$

Effektivwerte: $X_{RMS} = \sqrt{X_G^2 + X_O^2}$ $\quad X_{TRMS} = \sqrt{X_U^2 + X_{RMS}^2}$

ges. Blindleistung: $Q = \sqrt{Q_G^2 + Q_U^2 + U^2 \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{U^2 \sum_{k=0}^{\infty} I_k^2}$

Verzerrungsblindleistung: $D = U \cdot \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}$

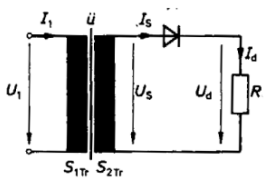
ges. Scheinleistung: $S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} = U \cdot I_{TRMS}$

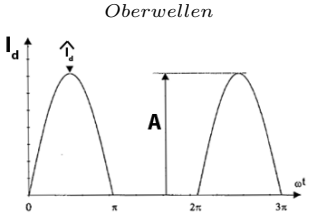
Die Verzerrungsblindleistung wird von den Oberwellen und ev. von der Unterwelle (je nach Phasenverschiebung) verursacht und ist mit Kondensatoren **nicht** zu kompensieren - Aktive Filter wären nötig.

**Beispiel anhand eines Einweggleichrichters:**
(mit ohmscher Last R)

$$i(t) = \underbrace{\frac{A}{\pi}}_{Unterwelle} + \underbrace{\frac{A}{2}\sin(t)}_{Grundwelle} \underbrace{- \frac{2A}{\pi} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \cos(2kt)}_{Oberwellen}$$

| Bezeichnung | Formel |
|---|---|
| Scheitelwert | $\hat{I} = \hat{I}_d = \frac{\hat{U}_d}{R}$ |
| Unterwelle (Mittelwert) | $I_U = \bar{I}_d = \frac{\hat{I}}{\pi}$ |
| Grundwelle | $I_G = \frac{\hat{I}}{2 \cdot \sqrt{2}}$ |
| Oberwelle | $I_O = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot 0.21762$ |
| Laststrom | $I_d = \frac{\hat{U}_s}{2R}$ |
| Primärstrom | $I_1 \approx I_U \cdot \frac{1.21}{\ddot{u}}$ |
| Bauleistung | $S_{TR} = \frac{S_{1Tr} + S_{2Tr}}{2}$ |



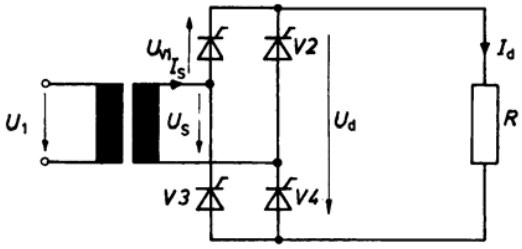




$S_{1Tr} < S_{2Tr}$ da der Trafo keine Gleichströme überträgt. Somit erscheint der Primärstrom als Sekundärstrom mit unterdrücktem Gleichstromanteil.

**Beispiel anhand eines Brückengleichrichters:**
(mit ohmscher Last R)

$$i(t) = \underbrace{\frac{2A}{\pi}}_{Unterwelle} \underbrace{- \frac{4A}{\pi} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(2k-1)(2k+1)} \cos(2kt)}_{Oberwellen}$$

| Bezeichnung | Formel |
|---|---|
| Scheitelwert | $\hat{I} = \hat{I}_d = \frac{\hat{U}_d}{R}$ |
| Unterwelle (Mittelwert) | $I_U = \bar{I}_d = \frac{2\hat{I}}{\pi}$ |
| Grundwelle | $I_G = 0$ |
| Oberwelle | $I_O = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot 0.43524$ |
| Laststrom | $I_{deff} = \frac{U_s}{R} = \frac{\hat{U}_d}{\sqrt{2}R}$ |
| Diodenstrom | $I_V = \frac{\hat{U}}{2R} = \frac{I_{deff}}{\sqrt{2}}$ |
| Primärstrom | $I_1 \approx I_U \cdot \frac{0.966}{\ddot{u}}$ |
| Bauleistung | $S_{TR} = \frac{S_{1Tr}+S_{2Tr}}{2}$ |

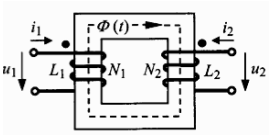
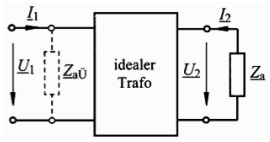



$S_{1Tr} < S_{2Tr}$ da der Trafo keine Gleichströme überträgt. Somit erscheint der Primärstrom als Sekundärstrom mit unterdrücktem Gleichstromanteil.

# 2 Transformator

## 2.1 Trafomodelle

### 2.1.1 Der ideale Trafo

| | | |
|---|---|---|
| Übersetzungsverhältnis | $\ddot{u} = \frac{\lvert U_1 \rvert}{\lvert U_2 \rvert} = \frac{\lvert I_2 \rvert}{\lvert I_1 \rvert} = \frac{N_1}{N_2}$ |  |
| Leistungsbilanz | $\underline{S}_1 = \underline{S}_2$ | oder $\underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$ |
| Scheinwiderstandsübersetztung | $\underline{Z}_{aU} = \frac{\lvert U_1 \rvert^2}{\lvert U_2 \rvert^2} \cdot \underline{Z}_a = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}_a$ |  |



### 2.1.2 Verlustloser und Streuungsfreier Trafo

**Gegeninduktion** ($M_{XY}$; $X$: Wirkung, $Y$: Ursache)

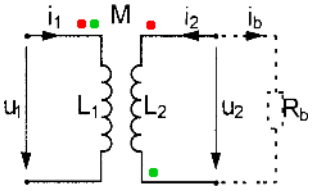
| | |
|---|---|
| Gegeninduktivität | $M_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{i_1} = (\text{Meist} = \frac{N_2 \phi_{m21}}{i_1})$ |
| (wenn $\mu = \text{const.}$) | $M = k \cdot \sqrt{L_1 L_2} = M_{21} = M_{12}$ |
| Gegeninduktionsspannung | $u_{21} = \dot{\Psi}_{21} = M_{21} \frac{di_1}{dt}$ |

Durchsetzt das sich ändernde Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule eine zweite Spule, so wird auch in dieser eine Spannung (=Gegeninduktionsspannung) induziert.

**Transformatorgleichungen**

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \mp M_{12} \frac{di_b}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt} = -L_2 \frac{di_b}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt}$$



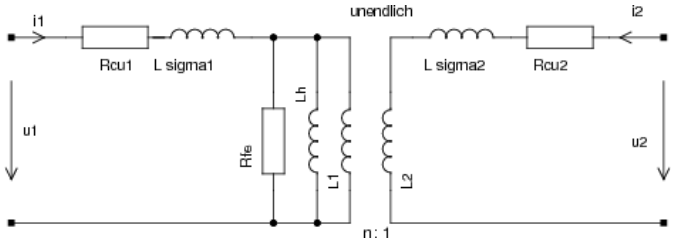

Gleichsinnig / Gegensinnig

**Idealer Trafo**

$$\ddot{u} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = n \qquad (\text{im Leerlauf: } \frac{1}{\ddot{u}} = k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}})$$

**Verlustbehafteter Trafo**

- Primärstrom im Leerlauf: $L_H$ (ideal $L_H \to \infty$)
- Hysterese- & Wirbelstromverluste: $R_{Fe}$ (ideal: $R_{Fe} \to \infty$)
- Kupferwiderstände: $R_{Cu1}, R_{Cu2}$ (ideal: $R_{Cu} \to 0$)
- Streufluss (Kopplung): $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ (ideal: $L_\sigma \to 0$)



### 2.1.3 Transformatoren-Hauptgleichung (gilt bei Leerlauf)

$\boxed{|\hat{u}_{10}| = \hat{i}_0 \cdot X_{L1}}$ $\boxed{\hat{u}_{10} = \hat{i}_0 \cdot \omega \cdot L_1}$

$\boxed{U_{20} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_2 f \hat{B}_1 A}$ $\boxed{U_{10} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_1 f \hat{B}_1 A}$ wobei $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4.44$ und $\hat{B} \cdot A = \hat{\Phi}$

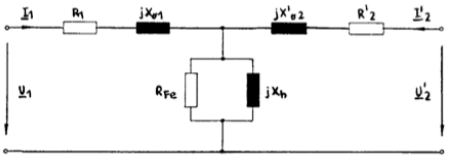
## 2.2 Der reale (einphasige) Transformator

### 2.2.1 Ersetzen der magnetischen Kopplung

Spannung, Strom $U_2' = U_2 \cdot \frac{N_1}{N_2}$ $I_2' = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$

Widerstand, Streufluss $R_2' = R_2 \cdot (\frac{N_1}{N_2})^2$ $X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \cdot (\frac{N_1}{N_2})^2$

Vollständiges Ersatzschaltbild




$R_1$, $R_2'$: Widerstand Spule
$jX_{\sigma 1}$, $jX_{\sigma 2}'$: Streufluss Spule
$R_{Fe}$: Eisenverlust
$jX_h$: Hauptfluss Spule

Systemgleichung des realen Trafo

$$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1} \cdot \underline{I}_1 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2')$$
$$\underline{U}_2' = R_2' \cdot \underline{I}_2' + jX_{\sigma 2}' \cdot \underline{I}_2' + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2')$$

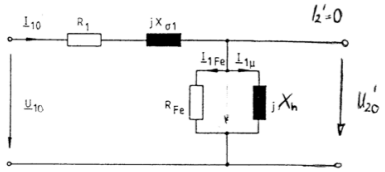
Für mittlere Transformatorenleistungen erbgeben sich etwa folgende Relationen zwischen den einzelnen $R$s und $X$s:

$$R_1 : R_2' : X_{\sigma 1} : X_{\sigma 2}' : X_h : R_{Fe} \approx 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$$

### 2.2.2 Leerlauf und Magnetisierung

Rechnen: Mit Leerlaufdaten $R_{Fe}$ und $X_h$ ausrechnen. $R_1$ und $X_{\sigma 1}$ vernachlässigen.

Induktiver Leerlaufstrom $\boxed{\underline{I}_{10} = \underline{I}_{1Fe} + \underline{I}_{1\mu}}$ $(\underline{I}_{1\mu} \gg \underline{I}_{1Fe})$




Magnetisierungsstrom $\boxed{i_\mu = \sqrt{2} I_{\mu 1} \cdot \sin(\omega t) + \sqrt{2} I_{\mu 3} \cdot \sin(3\omega t) + \sqrt{2} I_{\mu m} \cdot \sin(m\omega t)}$ $(m = 2n+1 \quad n \epsilon \mathbb{N}_0)$

Für den Effektivwert des Stromes: $\boxed{I_{\mu RMS} = \sqrt{I_{\mu 1}^2 + I_{\mu 3}^2 + \ldots + I_{\mu m}}}$

Leerlaufverluste $\boxed{P_0 = P_{0Cu} + P_{0Hy} + P_{0Wi}}$

Hystreseverluste $\boxed{P_{Hy} \sim f \cdot B^2}$

Wirbelstromverluste $\boxed{v_W = c_W \cdot f^2 \cdot B^2}$ $c_W$ ist materialabhängige Konstante

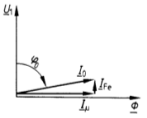
Relativer Leerlaufstrom $\boxed{i_{0N} = \frac{I_{0N}}{I_{1N}}}$ $I_{1N}$ ist eingangsseitiger Nennstrom

Eisenverluststrom $\boxed{I_{Fe} = \frac{P_{0N}}{U_{1N}} = I_0 \cdot \cos(\varphi_0)}$

Eisenverlustwiderstand $\boxed{R_{Fe} = \frac{U_{1N}^2}{P_{0N}} = \frac{P_{0N}}{I_{Fe}^2}}$

Hauptreaktanz $\boxed{X_h = L_h \omega = \frac{U_{1N}}{I_\mu} = \frac{U_{1N}^2}{Q_{0N}} = \frac{Q_{0N}}{I_\mu^2}}$ $\boxed{Q_{0N} = \sqrt{S_{0N}^2 - P_{0N}^2}}$

Magnetisierungsstrom $\boxed{I_\mu = I_{0N} \cdot \sin(\varphi_0) = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}}$

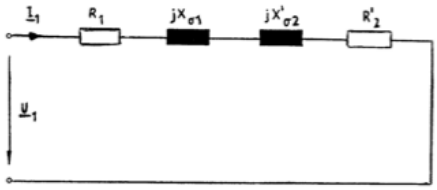



oder $\boxed{\hat{I}_\mu = \frac{\hat{H}_{Fe} \cdot l_{Fe}}{N_1}}$

Leistungsfaktor im Leerlauf $\boxed{\cos(\varphi_0) = \frac{P_{0N}}{I_{0N} \cdot U_{1N}}}$

### 2.2.3 Kurzschluss

Mit Kurzschlussdaten $R_1$ und $X_{\sigma 1}$ ausrechnen. $R_{Fe}$ und $X_h$ vernachlässigen.




Kurzschlussimpedanz

$$\boxed{\underline{Z}_k = R_k + jX_k} \quad \boxed{Z_k = \frac{U_k}{I_k}}$$

$$\boxed{R_k = R_1 + R'_2 = \cos\varphi_k \cdot Z_k = \frac{P_k}{I_k^2}}$$

$$\boxed{X_k = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = \sin\varphi_k \cdot Z_k = \frac{Q_k}{I_k^2}}$$

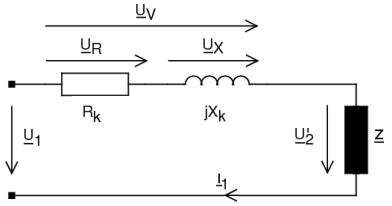
Leistungsfaktor im Kurzschluss

$$\boxed{\cos(\varphi_k) = \frac{P_k}{U_1 \cdot I_k} = \frac{P_k}{S_k}}$$

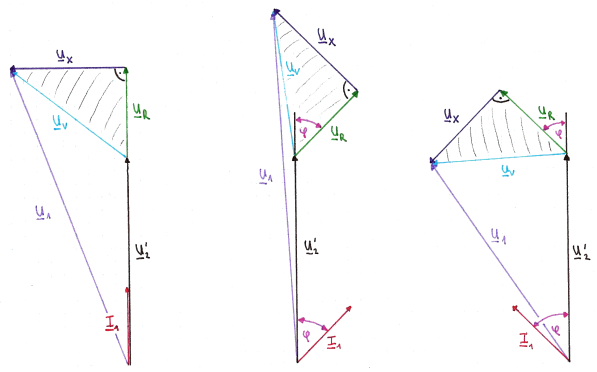
### 2.2.4 Spannungsänderung bei Belastung

$$\boxed{\underline{U}_1 = \underline{U}_R + \underline{U}_X + \underline{U}'_2} \qquad \boxed{\underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \ddot{u}}$$

$$\boxed{\underline{U}_R = R_k \cdot \underline{I}_1} \qquad \boxed{\underline{U}_X = jX_k \cdot \underline{I}_1} \qquad \boxed{\underline{I}'_2 = \underline{I}_1}$$

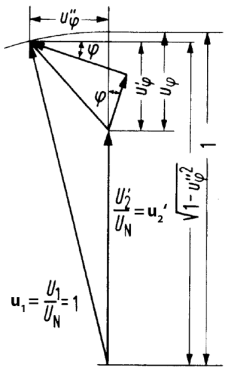



#### Zeigerdiagramme



| $\varphi = 0$ | $\varphi > 0$ | $\varphi < 0$ |
|---|---|---|
| rein ohmsche Last | induktive Last | kapazitive Last |

#### Kappsches Dreieck




$$u_\varphi = u_{\varphi'} + 1 - \sqrt{1 - u^2_{\varphi''}}$$

$$u_\varphi \approx u_{\varphi'} \quad (\text{für } u_k = \frac{U_k}{U_N} \cdot 100\% < 4\%)$$

$$u_{\varphi'} = u_r \cdot \cos\varphi + u_x \cdot \sin\varphi$$

$$u_{\varphi''} = u_x \cdot \cos\varphi - u_r \cdot \sin\varphi$$

$$u_r = \frac{R_k I}{U_N} \qquad u_x = \frac{X_k I}{U_N}$$

$$U_2 = \frac{U_N}{\ddot{u}} - \Delta U_2 = \frac{U_1}{\ddot{u}} - \frac{1}{\ddot{u}} U_N u_\varphi$$

Beim kappschen Dreieck wird mit "genormten" Grössen (klein $u$) gerechnet: $u = \frac{U_{Strang}}{U_{N,Strang}} = \frac{U_X}{U_1}$ $\qquad \boldsymbol{U_N = U_1}$

Das Kappsche Dreieck dreht sich um die Spitze der Primärspannung. Bei konstantem Strom und variablem $cos(\varphi)$ beschreibt $u'_2$ einen Kreis um die Primärspannung.
Bei **kapazitiver Last steigt** die Sekundärspannung über den Leerlaufwert an.

### 2.2.5 Wirkungsgrad des Trafos

Wirkungsgrad

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{P_{V0} + P_{VK} \cdot (\frac{P_B}{P_N})^2}{P_B}}$$

$P_B$ = Betriebsnennleistung
$P_N$ = Nennleistung
$P_{V0}$ = Leerlaufverlustleistung
$P_{VK}$ = Kurzschlussverlustleistung

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{a + (\frac{P_B}{P_N})^2}{P_B} P_{VK}}$$

$$a = \frac{P_{V0}}{P_{VK}}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{P_{V0} + P_{VK}}{P_B}}$$

(bei Wirkleistungsvollast)

Maximaler Wirkungsgrad

$$\boxed{S_{\eta-max} = \sqrt{a} \cdot S_N} \quad \boxed{P_{\eta-max} = \sqrt{a} \cdot P_N}$$

(Kupferverluste = Eisenverluste)

## 2.3 Transformatoren Kühlmittel

| 1. Buchstabe | 2. Buchstabe | 3. Buchstabe | 4.Buchstabe |
|---|---|---|---|
| Kühlmittel, das mit den Wicklungen in Berührung steht | | Kühlmittel, das mit dem äußeren Kühlungssystem in Berührung steht | |
| Kühlmittel | Kühlmittel-bewegung | Kühlmittel | Kühlmittel-bewegung |

| Kühlmittel | Kurz-zeichen |
|---|---|
| Mineralöl oder entsprechende brennbare synthetische Kühl- und Isolierflüssigkeit | O |
| Nichtbrennbare synthetische Kühl- u. Isolierflüssigkeit | L |
| Gas | G |
| Wasser | W |
| Luft | A |
| **Kühlmittelbewegung** | |
| Natürlich | N |
| Erzwungen (öl nicht gerichtet) | F |
| Erzwungen (öl gerichtet) | D |

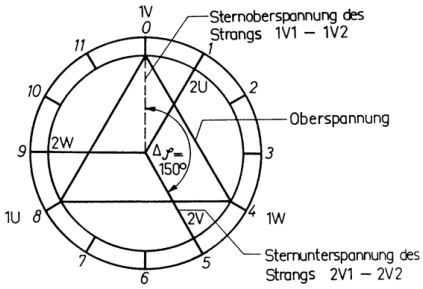
## 2.4 Drehstrom-Leistungstransformatoren

Angegebene Leistung bezieht sich immer auf alle drei Wicklungen. $\Rightarrow P_{Wicklung} = \frac{P_N}{3}$
Angegebene Spannungen und Ströme gelten immer für Aussenleiter. Somit muss immer entweder - je nachdem ob Dreieck- oder Sternschaltung vorliegt - Strom oder Spannung mit Faktor $\frac{1}{\sqrt{3}}$ multipliziert werden.

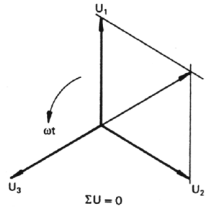
### 2.4.1 Bauformen

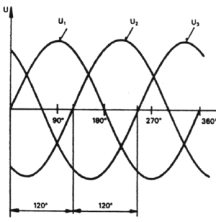
$$\text{Kennzeichnung} = [a][b][c][d] = \begin{cases} [a] = \text{Oberspannungswicklung, Grossbuchstabe (Y,D,III,Z)} \\ [b] = \text{Unterspannungswicklung, Kleinbuchstabe (y,d,iii,z)} \\ [c] \cdot 30° = \text{Phasenverschiebung zwischen Unter- und Oberspannung} \\ [d] = 0, \text{ falls Neutralleiter herausgeführt (optional)} \end{cases}$$

| **Schaltung** Ober-spannungs-wicklung | Unter-spannungs-wicklung | **Zeigerbild** Ober-spannungs-wicklung | Unter-spannungs-wicklung | Schalt-gruppe | hauptsächlicher Verwendungszweck |
|---|---|---|---|---|---|
| 1U 1V 1W | 2U 2V 2W 2N | V; U W | v; u w | YynO | Stern–Stern Transformatoren, die nicht zur Verteilung dienen |
| 1U 1V 1W | 2U 2V 2W 2N | V; U W | u; w v | Yzn5 | Stern–Zickzack Kleine Verteilungstransformatoren mit sekundär voll belastbarem Sternpunktleiter |
| 1U 1V 1W | 2U 2V 2W | V; U W | u; w v | Dy5 | Dreieck–Stern große Verteilungstransformatoren mit sekundär voll belastbarem Sternpunktleiter |
| 1U 1V 1W | 2U 2V 2W | V; U W | u; w v | Yd5 | Stern–Dreieck Maschinentransformatoren für Generatoren großer Leistung |




# 3 Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)

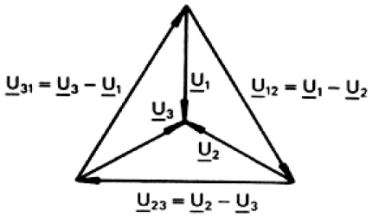
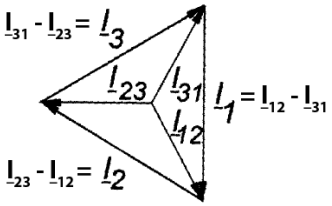


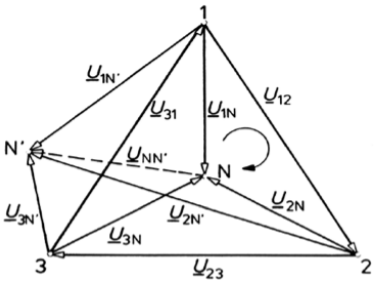

Zeiger drehen mit $\omega t$ im Gegenuhrzeigersinn ($\omega > 0$).
$\underline{U}_2$ ist gegenüber $\underline{U}_1$ 120° nacheilend, $\underline{U}_3$ gegenüber $\underline{U}_1$ 240°.

Somit gilt (bei symmetrischer Belastung):
$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot e^{j(-120°)}; \underline{U}_3 = \underline{U}_1 \cdot e^{j(-240°)} = \underline{U}_1 \cdot e^{j(120°)}$

### 3.0.2 Stern- (Y) / Dreieckschaltung (Δ)

| | Sternschaltung (Y) | Dreieckschaltung (Δ) |
|---|---|---|
| |   |   |
| Verkettete Spannung | $U = U_{Str} \cdot \sqrt{3} \quad \underline{U} = \underline{U}_{Str} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30°}$ | $U = U_{Str} \quad \underline{U} = \underline{U}_{Str}$ |
| Aussenleiterströme | $I = I_{Str} \quad \underline{I} = \underline{I}_{Str}$ | $I = I_{Str} \cdot \sqrt{3} \quad \underline{I} = \underline{I}_{Str} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j30°}$ |
| Gesamt-Scheinleistung | $S = 3 \cdot S_{Str} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad$ in $[VA]$ | $S = 3 \cdot S_{Str} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad$ in $[VA]$ |
| Scheinleistung pro Strang | $S_{Str} = U_{Str} \cdot I_{Str} \quad$ in $[VA]$ | |
| Wirkleistung | $P = S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad$ in $[W]$ | |
| Blindleistung | $Q = S \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad$ in $[var]$ | |

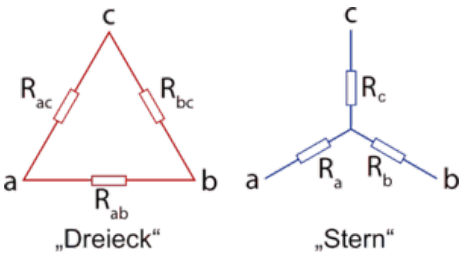
### 3.0.3 Ausfall des Neutralleiters: Bestimmung des Y-Punktes mittels Leitwert-Operatoren




$$\begin{array}{lll} \underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N'} - \underline{U}_{2N'} & \underline{U}_{1N'} = \underline{U}_{1N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N'} = \underline{Y}_1 \cdot (\underline{U}_{1N} + \underline{U}_{NN'}) \\ \underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N'} - \underline{U}_{3N'} & \underline{U}_{2N'} = \underline{U}_{2N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N'} = \underline{Y}_2 \cdot (\underline{U}_{2N} + \underline{U}_{NN'}) \\ \underline{U}_{31} = \underline{U}_{3N'} - \underline{U}_{1N'} & \underline{U}_{3N'} = \underline{U}_{3N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_3 = \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N'} = \underline{Y}_3 \cdot (\underline{U}_{3N} + \underline{U}_{NN'}) \end{array}$$

$$\underline{U}_{NN'} = -\frac{(\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N})}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

## 3.1 Stern-Dreieck-Umwandlung




Umwandlung $\triangle \rightarrow Y$: $Z_c = \dfrac{Z_{ac} Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ac}}$

Umwandlung $Y \rightarrow \triangle$: $Y_{ac} = \dfrac{Y_a Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$

Bei gleichen Widerständen: $R_Y = \frac{R_\triangle}{3}$

Bei gleichen Kapazitäten: $C_Y = C_\triangle \cdot 3$

Bei gleichen Induktivitäten: $L_Y = \frac{L_\triangle}{3}$

## 3.2 Defektleistung von symmetrischen Drehstromverbrauchern

| | Normalleistung | Defektleistung |
|---|---|---|
| **Y-Schaltung bei Leiter- oder Strangausfall** ohne Neutralleiter | $P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{U^2}{R}$ | $P_{Def} = \frac{1}{2}\frac{U^2}{R}$ nur 50% von $P_{Norm}$ |
| **Y-Schaltung bei Leiter- oder Strangausfall** mit Neutralleiter | $P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{U^2}{R}$ | $P_{Def} = 2 \cdot \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{2}{3}\frac{U^2}{R}$ nur 66% von $P_{Norm}$ |
| **Δ-Schaltung bei Leiterausfall** | $P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U^2}{R}$ | $P_{Def} = \frac{U^2}{R} + \frac{U^2}{2R} = \frac{3U^2}{2R}$ nur 50% von $P_{Norm}$ |
| **Δ-Schaltung bei Strangausfall** | $P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U^2}{R}$ | $P_{Def} = 2 \cdot \frac{U^2}{R}$ nur 66% von $P_{Norm}$ |