1 Wechselstromtechnik

1.1 Periodisch zeitabhängige Grössen

1.1.1 Mittelwerte periodischer Grössen

Arithmetischer Mittelwert, Gleichwert, Linearer MW	$X_0 = \overline{X} = X_m = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x(t)dt$	Ist die Fläche unter der Zeitfunktion über eine Periode.
MW des Quadrates, Leistung	$X^2 = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt$	$X^n = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^n(t)dt$ (MW n. Ordnung)
Effektivwert, Quadratischer MW	$X = X_{\text{eff}} = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$	
Gleichrichtwert	$X_{\lvert m\rvert} = \lvert\bar{X}\rvert = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} \lvert x(t)\rvert dt$	Arithm. Mittelwert der Zweiweggleichrichterschaltung
Energie der Periode T	$W_T = \int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt$	ist die Energie positiv, nimmt der Zweipol Energie auf
Wirkleistung	$P = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} p(t)dt$	

1.1.2 Verhältnisszahlen

Scheitelfaktor k_s (crest factor): $k_s = \frac{\text{Scheitelwert}}{\text{Effektivwert}} = \frac{\hat{x}}{X}$

Formfaktor F (form factor): $F = \frac{\text{Effektivwert}}{\text{Gleichrichtwert}} = \frac{X}{\lvert\bar{x}\rvert}$

Klirrfaktor k: $k = \frac{\text{Effektivwert der Oberwellen}}{\text{Gesamteffektivwert}}$

Schwingungsgehalt: $s = \frac{\text{Effektivwert des Wechselanteils}}{\text{Effektivwert der Mischgrösse}}$

Effektive Welligkeit: $\frac{\text{Effektivwert des Wechselanteils}}{\text{Gleichwert der Mischgrösse}}$

Riffelfaktor: $\frac{\text{Scheitelwert des Wechselanteils}}{\text{Gleichwert der Mischgrösse}}$

Simpsonsche Regel

(Berechnungsmethode anhand eines Graphen)

Gleichwert: $\bar{x} = \frac{\Delta t}{3T}\sum m \cdot x$

Gleichrichtwert: $\lvert\bar{x}\rvert = \frac{\Delta t}{3T}\sum m \cdot \lvert x\rvert$

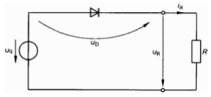
Effektivwert: $X_{eff} = \sqrt{\frac{\Delta t}{3T}\sum m \cdot x^2}$

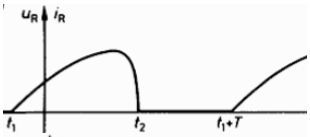
n	t	x	x^2	m	$m \cdot x$	$m \cdot x^2$
0				1		
1				4		
2				2		
⋮				⋮		
n-1				1		

- Im Graph innerhald der Periode T eine ungerade Anzahl von ***n* Stützstellen** in konstanten **Abständen Δt** $= \frac{T}{n-1}$ wählen. Mit Stützstellen bei $t = t_0$ und $t = t_0 + T \rightarrow$ Zur Kontrolle $x(t_0) = x(t_0 + (n-1)\cdot\Delta t)$
- An diesen Stützstellen jeweils den Augenblickswert ablesen und in die Tabelle (siehe Links) eintragen.
- Anschliessend die Tabelle vervollständigen und mit den obigen Formeln summieren
- **Faktor *m*** wird wie folgt gebildet: Für ungerade n ist m=4; bei der ersten und bei der letzten Stützstelle ist m=1, bei den übrigen ist m=2.

1.1.3 Gleichrichterschaltungen

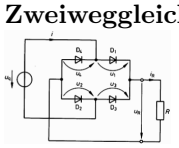
Einweggleichrichtung

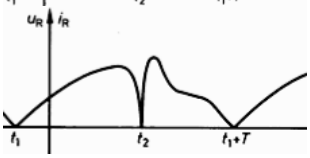




Fliesst nur ein Strom in Durchlassrichtung der Diode.
Summe der Oberwellen $i_0 = 0.2176A$
$t_1 < t < t_2 \Rightarrow u_R = u_q$; $i_R = u_q/R$; $u_D = 0$
$t_2 < t < (t_1 + T) \Rightarrow u_R = 0$; $i_R = 0$; $u_D = u_q$

Zweiweggleichrichtung





Ausgangsspannung ist Betrag der Eingangsspannung.
$t_1 < t < t_2 \Rightarrow D_1, D_2$ leiten ; D_3, D_4 sperren
$t_2 < t < (t_1 + T) \Rightarrow D_1, D_2$ sperren ; D_3, D_4 leiten
$u_R = \lvert u_q\rvert$; $i_R = u_R/R = \lvert i\rvert$

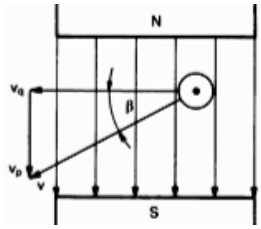
BY-NC-SA

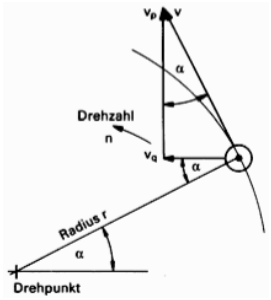
1.2 Sinusförmige Schwingungen von Spannung und Strom

1.2.1 Erzeugung sinusförmiger Schwingungen

Lenzsche Regel
Der induzierte Strom wirkt seiner Ursache entgegen.
Ursache des induzierten Stromes ist die Änderung des Flusses.

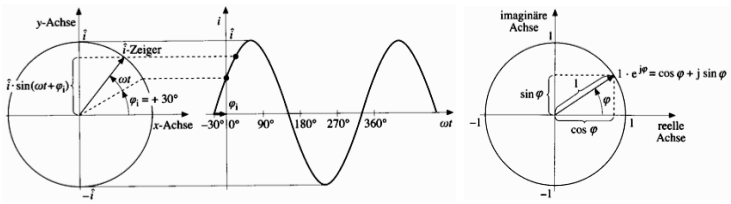
Bewegte Leiter im homogenen Magnetfeld
$U = B \cdot l \cdot v_q$
$v_q = v \cdot cos\beta = v \cdot sin\alpha$
$U = \hat{U} \cdot sin\alpha$





1.2.2 Komplexe Zeiger

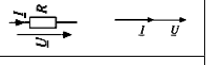
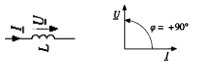
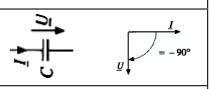
Prinzip der Zeigertechnik



Komplexer Effektivwert	$\underline{U} = \frac{\hat{\underline{u}}}{\sqrt{2}}$	$\underline{U}$ = Kompl. Effektivwert, $\hat{\underline{u}}$ = Kompl. Scheitelwert
Exponentialform	$\hat{\underline{u}} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u}$ $\quad \underline{U} = U \cdot e^{j\varphi_U}$	φ_U = Nullphasenwinkel der Spannung
Algebraische Form	$\hat{\underline{u}} = \hat{u}(\cos(\varphi_u) + j\sin(\varphi_u))$	$\mathrm{Re}(\hat{\underline{u}}) = \hat{u} \cdot \cos(\varphi_u)$ $\quad \mathrm{Im}(\hat{\underline{u}}) = \hat{u} \cdot \sin(\varphi_u)$
	$\underline{U} = U(\cos(\varphi_U) + j\sin(\varphi_U))$	$\mathrm{Re}(\underline{U}) = U \cdot \cos(\varphi_U)$ $\quad \mathrm{Im}(\underline{U}) = U \cdot \sin(\varphi_U)$
Umrechnung	$\lvert\hat{u}\rvert = \sqrt{\mathrm{Re}(\hat{\underline{u}})^2 + \mathrm{Im}(\hat{\underline{u}})^2}$	
	$\varphi_u = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\hat{\underline{u}})}{\mathrm{Re}(\hat{\underline{u}})}\right)$	
	$\lvert U\rvert = \sqrt{\mathrm{Re}(\underline{U})^2 + \mathrm{Im}(\underline{U})^2}$	
	$\varphi_u = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}(\underline{U})}{\mathrm{Re}(\underline{U})}\right)$	
Komplexe Drehzeiger	$\underline{u}(t) = \hat{\underline{u}} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} \cdot e^{j\varphi_u} \cdot e^{j\omega t} = \hat{u} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_u)}$	
Phasenwinkel	$\varphi = \varphi_u - \varphi_i$	$\varphi > 0$: U eilt I vor
	$\varphi = \frac{\Delta t}{T} \cdot 2\pi$	$\varphi < 0$: U eilt I nach

1.2.3 Komponenten linearer Wechselstromnetzwerke

$\underline{Z} = R + jX$: Komplexer Widerstand (Impedanz); R: Wirkwiderstand (Resistanz); X: Blindwiderstand (Reaktanz)
$\underline{Y} = G + jB$: Komplexer Leitwert (Admittanz); G: Wirkleitwert (Konduktanz); B: Blindleitwert (Suszeptanz)

Widerstand	$\underline{Z}_R = R$		$\underline{Y}_R = G = \frac{1}{R}$			
Induktivität	$\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L$	$X_L = \omega L$	$\underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = jB_L$	$B_L = -\frac{1}{\omega L}$	$W_L = \frac{1}{2}LI_L{}^2$	
Kondensator	$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$	$X_C = -\frac{1}{\omega C}$	$\underline{Y}_C = j\omega C = jB_C$	$B_C = \omega C$	$W_C = \frac{1}{2}CU_C{}^2$	
	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}^2}{\underline{S}^*} = \frac{\underline{S}}{\underline{I}^2}$		$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{1}{\underline{Z}}$			

BY-NC-SA

1.2.4 Leistung im Wechselstromnetzwerk

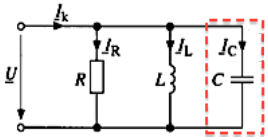
Komplexe Leistung	$\underline{S} = P + jQ$
	$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = U \cdot I \cdot e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = \frac{U^2}{\underline{Z}^*} = \underline{I}^2 \cdot \underline{Z}$
Scheinleistung [VA]	$S = U \cdot I = \frac{U^2}{Z} = I^2 \cdot Z = \sqrt{P^2 + Q^2}$
Wirkleistung [W]	$P = \mathrm{Re}(\underline{S}) = S\cos(\varphi) = I^2 \cdot \mathrm{Re}(\underline{Z})$
Blindleistung [var]	$Q = \mathrm{Im}(\underline{S}) = S\sin(\varphi) = P \cdot \tan(\varphi)$ — Kapazitiv: $Q < 0$; induktiv: $Q > 0$
Leistungsfaktor	$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{P}{U \cdot I} = \underbrace{\cos\varphi}_{\text{bei sinus Schwingungen}}$

1.3 ohmsche Leistung

$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$ $P = I^2 \cdot \omega L = \frac{U^2}{\omega L}$ $P = I^2 \cdot \omega C = \frac{U^2}{\omega C}$

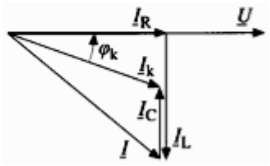
1.3.1 Blindleistungskompensation (mit Kondensator)

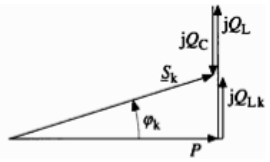
Kompensation mit C



Der Kondensator wird parallel dazu geschalten

Zeigerdiagramme Kompensation





Neue (kompensierte) Blindleistung	$Q_{Lk} = P \cdot \tan\varphi_k$
Blindleistung des Kondensators	$Q_C = Q_{Lk} - Q_L = P \cdot (\tan\varphi_k - \tan\varphi)$
Kapazität des Kondensators	$C = -\frac{Q_C}{\omega U^2}$

1.3.2 Serieschaltung von R_S & X_S

$$Z = R_S + jX_S$$
$$\varphi = \arctan(\frac{X_S}{R_S})$$
$$U_R = U_0 \cdot \cos\varphi$$
$$U_X = U_0 \cdot \sin\varphi$$
$$P = \frac{{U_R}^2}{R_S} = {I_0}^2 \cdot R_S$$
$$Q = \frac{{U_X}^2}{X_S} = {I_0}^2 \cdot X_S$$

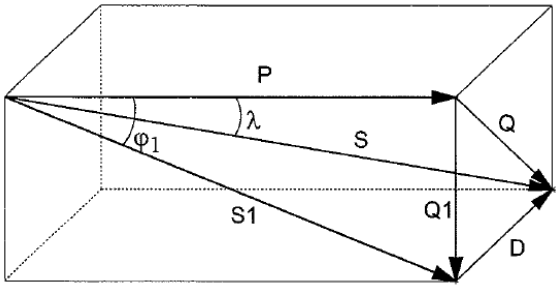
1.3.3 Parallelschaltung von R_P & X_P

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R_P} + j(-\frac{1}{X_P})}$$
$$\varphi = \arctan(-\frac{R_P}{X_P})$$
$$I_R = I_0 \cdot \cos\varphi$$
$$I_X = I_0 \cdot \sin\varphi$$
$$P = \frac{{U_0}^2}{R_P} = {I_R}^2 \cdot R_P$$
$$Q = \frac{{U_0}^2}{X_P} = {I_X}^2 \cdot X_P$$

BY-NC-SA

1.3.4 Leistungsumsatz bei nichtsinusförmigen periodischen Grössen

Allgemein: Indizes beziehen sich auf Harmonische (Bsp: 0. Har = DC)



Unterwelle: $X_U = \overline{X} = \hat{X}\frac{a_0}{2}$

Grundwelle: $X_G = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}}\sqrt{a_1^2 + b_1^2}$

Oberwellen: $X_O = \frac{\hat{X}}{\sqrt{2}}\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} a_k^2 + \sum_{k=2}^{\infty} b_k^2}$

Effektivwerte: $X_{RMS} = \sqrt{X_G^2 + X_O^2}$ $\quad X_{TRMS} = \sqrt{X_U^2 + X_{RMS}^2}$

ges. Blindleistung: $Q = \sqrt{Q_G^2 + Q_U^2 + U^2 \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2} = \sqrt{Q_1^2 + D^2}$

Grundschwinungs-Blindleistung: $Q_1 = \sqrt{{S_1}^2 - P^2}$

Wirkleistung: Durch Signale gleicher Frequenz umgesetzt, $P_R = {I_{TRMS}}^2 \cdot R$

Verzerrungsblindleistung: $D = U \cdot \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=2}^{\infty} I_k^2}$

Grundschwinungs-Scheinleistung: $S_1 = U \cdot I_G$

ges. Scheinleistung: $S = \sqrt{P^2 + {Q_1}^2 + D^2} = U \cdot I_{TRMS}$

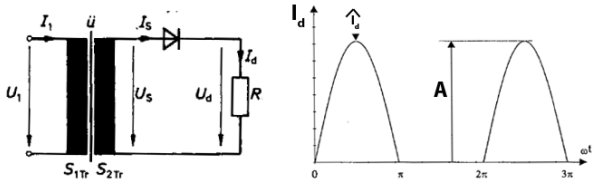
Die Verzerrungsblindleistung wird von den Oberwellen und ev. von der Unterwelle (je nach Phasenverschiebung) verursacht und ist mit Kondensatoren **nicht** zu kompensieren - Aktive Filter wären nötig.

Beispiel anhand eines Einweggleichrichters:
(mit ohmscher Last R)

$$i_d(t) = \underbrace{\frac{\hat{I}}{\pi}}_{Unterwelle} + \underbrace{\frac{\hat{I}}{2}\sin(\omega t)}_{Grundwelle} \underbrace{- \frac{2\hat{I}}{\pi}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\cos(2k\omega t)}_{Oberwellen}$$

Bezeichnung	**rel. Wert***	**Formel** ($I_s = I_d$)
Scheitelwert	$\hat{I} = \sqrt{2} = 1,414$	$= \hat{I}_d = \frac{\hat{U}_d}{R}$
Mittelwert (DC)	$I_U = 0.45$	$= I_m = \bar{I}_d = \frac{\hat{I}}{\pi}$
Grundwelle	$I_G = 0.5$	$= \frac{\hat{I}}{2\cdot\sqrt{2}}$
Oberwellen	$I_O = 0.2162$	$= \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot 0.21762$
Effektivwert (AC)	$I_{RMS} = 0.5433$	$= \sqrt{I_G^2 + I_O^2}$
Laststrom	$I_{TRMS} = 0.7071$	$= I_d = \frac{\hat{I}_d}{2} = \frac{\hat{U}_d}{2R}$
Primärstrom		$I_1 \approx \bar{I}_d \cdot \frac{1.21}{\ddot{u}}$
Bauleistung		$S_{TR} = \frac{S_{1Tr}+S_{2Tr}}{2}$
Leistungen	$Q = D \quad S_1 = P \quad Q_1 = 0$	

*: bezogen auf $I_{Eff} = 1A$ im AC-Stromkreis ohne Diode

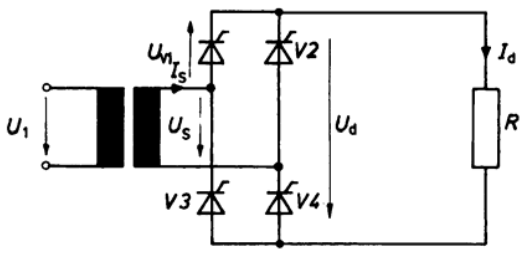


$S_{1Tr} < S_{2Tr}$ da der Trafo keine Gleichströme überträgt. Somit erscheint der Primärstrom als Sekundärstrom mit unterdrücktem Gleichstromanteil.

Beispiel anhand eines Brückengleichrichters:
(mit ohmscher Last R)

$$i_d(t) = \underbrace{\frac{2\hat{I}}{\pi}}_{Unterwelle} \underbrace{- \frac{4\hat{I}}{\pi}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(2k-1)(2k+1)}\cos(2k\omega t)}_{Oberwellen}$$

Bezeichnung	**Formel**
Scheitelwert	$\hat{I} = \hat{I}_d = \frac{\hat{U}_d}{R}$
Unterwelle (Mittelwert)	$I_U = \bar{I}_d = \frac{2\hat{I}}{\pi}$
Grundwelle	$I_G = 0$
Oberwellen	$I_O = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \cdot 0.43524$
Laststrom	$I_d = I_{TRMS} = \frac{U_s}{R} = \frac{\hat{U}_d}{\sqrt{2}R}$
Diodenstrom	$I_V = \frac{\hat{U}}{2R} = \frac{I_d}{\sqrt{2}}$
Primärstrom	$I_1 \approx \bar{I}_d \cdot \frac{0.966}{\ddot{u}}$



$S_{1Tr} < S_{2Tr}$ da der Trafo keine Gleichströme überträgt. Somit erscheint der Primärstrom als Sekundärstrom mit unterdrücktem Gleichstromanteil.

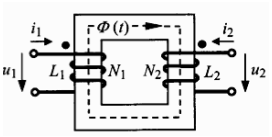
BY-NC-SA

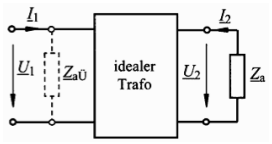
2 Transformator

2.1 Trafomodelle

2.1.1 Der ideale Trafo

Übersetzungsverhältnis	$\ddot{u} = \frac{\lvert\underline{U}_1\rvert}{\lvert\underline{U}_2\rvert} = \frac{\lvert\underline{I}_2\rvert}{\lvert\underline{I}_1\rvert} = \frac{N_1}{N_2}$
Leistungsbilanz	$\underline{S}_1 = \underline{S}_2$ oder $\underline{U}_2 \cdot \underline{I}_2^* = \underline{U}_1 \cdot \underline{I}_1^*$
Scheinwiderstandsübersetztung	$\underline{Z}_{aU} = \frac{\lvert\underline{U}_1\rvert^2}{\lvert\underline{U}_2\rvert^2} \cdot \underline{Z}_a = \ddot{u}^2 \cdot \underline{Z}_a$





2.1.2 Verlustloser und Streuungsfreier Trafo (VST)

Induktionsgesetz

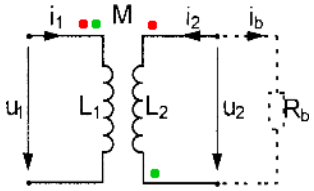
$u_i = \mp\dot{\Phi} = \mp\frac{d}{dt}\int \vec{B}\cdot d\vec{A}$ $\quad {}^{-\Rightarrow B,\, u_i \text{ Rechtsschraube}}_{+\Rightarrow B,\, u_i \text{ Linksschraube}}$

$u_i = \mp\dot{\Psi}$, meist $u_i = \mp N\cdot\dot{\Phi}$

Durchsetzt das sich ändernde Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule eine zweite Spule, so wird auch in dieser eine Spannung (=Gegeninduktionsspannung) induziert.

Gegeninduktion (M_{XY}; X: Wirkung, Y: Ursache)

Gegeninduktivität	$M_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{i_1}$ Meist $= \frac{N_2\phi_{m21}}{i_1}$
(wenn μ = const.)	$M = k\cdot\sqrt{L_1L_2} = M_{21} = M_{12}$
Gegeninduktionsspannung	$u_{21} = \dot{\Psi}_{21} = M_{21}\frac{di_1}{dt}$



Gleichsinnig / Gegensinnig

Transformatorgleichungen

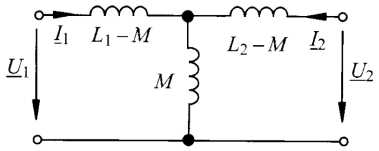
$$u_1 = L_1\frac{di_1}{dt} \mathbin{+-} M_{12}\frac{di_2}{dt} = L_1\frac{di_1}{dt} \mathbin{-+} M_{12}\frac{di_b}{dt}$$

$$u_2 = L_2\frac{di_2}{dt} \mathbin{+-} M_{21}\frac{di_1}{dt} = -L_2\frac{di_b}{dt} \mathbin{+-} M_{21}\frac{di_1}{dt}$$

Im Bildbereich:

$\underline{U}_1 = j\omega\cdot L_1\cdot\underline{I}_1 + j\omega\cdot M\cdot\underline{I}_2$

$\underline{U}_2 = j\omega\cdot L_2\cdot\underline{I}_2 + j\omega\cdot M\cdot\underline{I}_1$



Idealer Trafo

$\ddot{u} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$ $\quad \left(\text{im Leerlauf: } \frac{1}{\ddot{u}} = k\sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\right)$

Verlustbehafteter Trafo

- Primärstrom im Leerlauf: L_H (ideal $L_H \to \infty$)
- Hysterese- & Wirbelstromverluste: R_{Fe} (ideal: $R_{Fe} \to \infty$)
- Kupferwiderstände: R_{Cu1}, R_{Cu2} (ideal: $R_{Cu} \to 0$)
- Streufluss (Kopplung): $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}$ (ideal: $L_\sigma \to 0$)

2.1.3 Transformatoren-Hauptgleichung (gilt bei Leerlauf)

$$U_{10} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}N_1\cdot f\cdot\hat{B}_1\cdot A$$

$$U_{20} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}}N_2\cdot f\cdot\hat{B}_1\cdot A$$

wobei $\frac{2\pi}{\sqrt{2}} = 4.44$ und $\hat{B}\cdot A = \hat{\Phi}$

$|\hat{u}_{10}| = \hat{i}_0\cdot\omega\cdot L_1$

$|\hat{u}_{10}| = 2\pi N_1\cdot f\cdot\hat{\Phi}_{10}$

$|\hat{u}_{10}| = 2\pi N_1\cdot f\cdot\hat{B}_1\cdot A$

Mit $\omega = 2\pi\cdot f$ und $L_1 = N_1\cdot\frac{\hat{\Phi}_{10}}{\hat{i}_0}$ folgt:

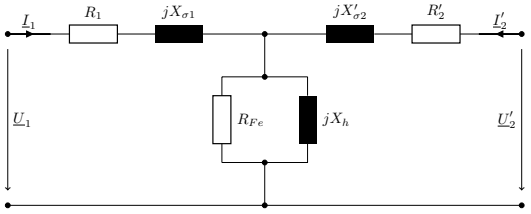
Leerlauferregerfluss durchsetzt magn. Kreis $\perp$:$\hat{\Phi}_{10} = \hat{B}_1\cdot A$. So folgt:

BY-NC-SA

2.2 Der reale (einphasige) Transformator

Für dreiphasige Trafos müssen die angegebenen Werte zuerst normiert werden (siehe Kapitel 3).

2.2.1 Ersetzen der magnetischen Kopplung

Spannung, Strom	$U_2' = U_2 \cdot \frac{N_1}{N_2} \quad I_2' = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$
Nennstrom	$I_N = S_N / U_N$
Widerstand, Streufluss	$R_2' = R_2 \cdot (\frac{N_1}{N_2})^2 \quad X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \cdot (\frac{N_1}{N_2})^2$
Vollständiges Ersatzschaltbild	

R_1, R_2': Widerstand Spule
$jX_{\sigma 1}$, $jX'_{\sigma 2}$: Streufluss Spule
R_{Fe}: Eisenverlust
jX_h: Hauptfluss Spule

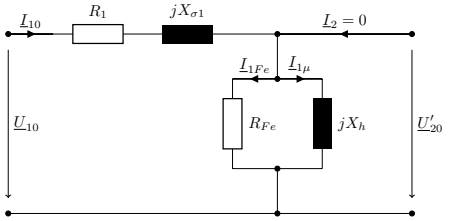
Systemgleichung des realen Trafo	$\underline{U}_1 = R_1 \cdot \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1} \cdot \underline{I}_1 + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2')$ $\underline{U}_2' = R_2' \cdot \underline{I}_2' + jX_{\sigma 2}' \cdot \underline{I}_2' + jX_h \cdot (\underline{I}_1 + \underline{I}_2')$

Für mittlere Transformatorenleistungen erbgeben sich etwa folgende Relationen zwischen den einzelnen Rs und Xs:

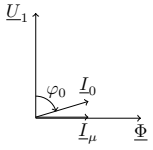
$$\boxed{R_1 : R_2' : X_{\sigma 1} : X_{\sigma 2}' : X_h : R_{Fe} \approx 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000}$$

2.2.2 Leerlauf und Magnetisierung

Rechnen	Mit Leerlaufdaten R_{Fe} und X_h ausrechnen. R_1 und $X_{\sigma 1}$ vernachlässigen.
Induktiver Leerlaufstrom	$\underline{I}_{10} = \underline{I}_{1Fe} + \underline{I}_{1\mu} \quad (\underline{I}_{1\mu} \gg \underline{I}_{1Fe})$



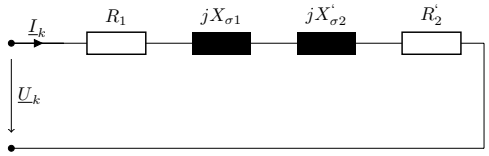
Magnetisierungsstrom	$i_\mu = \sqrt{2} I_{\mu 1} \cdot \sin(\omega t) + \sqrt{2} I_{\mu 3} \cdot \sin(3\omega t) + \ldots + \sqrt{2} I_{\mu m} \cdot \sin(m\omega t) \quad (m = 2n+1 \quad n \in \mathbb{N}_0)$ $I_{\mu RMS} = \sqrt{{I_{\mu 1}}^2 + {I_{\mu 3}}^2 + \ldots + {I_{\mu m}}^2}$	
Leerlaufverluste	$P_0 = P_{0Cu} + P_{0Hy} + P_{0Wi}$	
Kupferverluste	$P_{Cu} = {I_0}^2 \cdot R_{Cu}$	
Hystreseverluste	$P_{Hy} \sim f \cdot B^2$	
Wirbelstromverluste	$P_W = c_W \cdot f^2 \cdot B^2$	c_W ist materialabhängige Konstante
Relativer Leerlaufstrom	$i_{0N} = \frac{I_{0N}}{I_{1N}}$	I_{1N} ist eingangsseitiger Nennstrom
Eisenverluststrom	$I_{Fe} \approx \frac{P_{0N}}{U_{1N}} \approx I_0 \cdot \cos(\varphi_0)$	
Eisenverlustwiderstand	$R_{Fe} \approx \frac{U_{1N}^2}{P_{0N}} \approx \frac{P_{0N}}{I_{Fe}^2}$	
Hauptreaktanz	$X_h = L_h \omega = \frac{U_{1N}}{I_\mu} = \frac{U_{1N}^2}{Q_{0N}} = \frac{Q_{0N}}{I_\mu^2}$	mit $Q_{0N} = \sqrt{S_{0N}^2 - P_{0N}^2}$
Magnetisierungsstrom	$I_\mu = I_0 \cdot \sin(\varphi_0) = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2}$	oder $\hat{I}_\mu = \frac{\hat{H}_{Fe} \cdot l_{Fe}}{N_1} \Leftrightarrow I_\mu = \frac{\hat{H}_{Fe} \cdot l_{Fe}}{\sqrt{2} \cdot N_1}$
Leistungsfaktor i m Leerlauf	$\cos(\varphi_0) = \frac{P_{0N}}{I_{0N} \cdot U_{1N}}$	
Leerlaufstrom	$I_0 = \sqrt{{I_\mu}^2 + {I_{Fe}}^2}$	



BY-NC-SA

2.2.3 Kurzschluss

Mit Kurzschlussdaten R_1 und $X_{\sigma 1}$ ausrechnen. R_{Fe} und X_h vernachlässigen.



Kurzschlussimpedanz

$$\underline{Z}_k = R_k + jX_k = \frac{\underline{U}_k}{\underline{I}_k}$$
$$Z_k = \frac{U_k}{I_k}$$
$$R_k = R_1 + R'_2 = \cos\varphi_k \cdot Z_k = \frac{P_k}{I_k^2}$$
$$X_k = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = \sin\varphi_k \cdot Z_k = \frac{Q_k}{I_k^2}$$

Leistungsfaktor im Kurzschluss

$$\cos(\varphi_k) = \frac{P_k}{U_k \cdot I_k} = \frac{P_k}{S_k}$$
$$P_k = I_k^2 \cdot R_k$$

$$U_R = U_k \cos\varphi_k$$
$$U_\sigma = U_k \sin\varphi_k$$
$$R_k = \frac{U_R}{I_k} \qquad X_k = \frac{U_\sigma}{I_k}$$

Dauer-Kurschluss-Strom

$$\underline{I}_{1k} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_k}$$

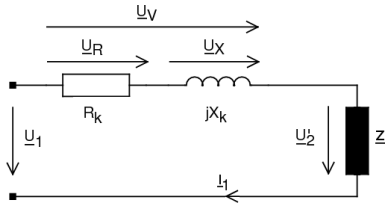
Nennkurzschlussspannung

$$U_Z = I_{1N} \cdot Z_k$$
$$u_z = \frac{U_Z}{U_{1N}}$$

2.2.4 Spannungsänderung bei Belastung

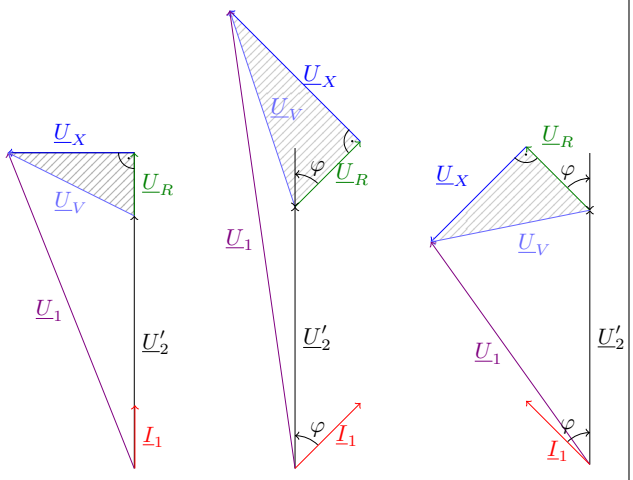
Komplexe Rechnung

$$\boxed{\underline{U}_1 = \underline{U}_R + \underline{U}_X + \underline{U}'_2} \qquad \boxed{\underline{I}'_2 = \underline{I}_1}$$
$$\underline{U}_R = R_k \cdot \underline{I}_1 \qquad \underline{U}_X = jX_k \cdot \underline{I}_1$$
$$\underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \ddot{u} = \underline{I}'_2 \cdot \underline{Z}'$$
$$\underline{Z}' = \underline{Z} \cdot \ddot{u}^2$$



Graphische Rechnung

Zeigerdiagramme

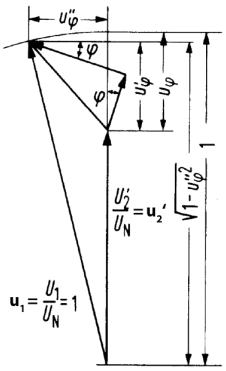


$\varphi = 0$	$\varphi > 0$	$\varphi < 0$
rein ohmsche Last	induktive Last	kapazitive Last

Konstruktion:

1. $\underline{U}'_2$ senkrecht
2. $\underline{I}_1$ mit φ zu $\underline{U}'_2$
3. $\underline{U}_R$ in Phase mit $\underline{I}_1$
4. Kappsches Dreieck $\Rightarrow \underline{U}_1$

Kappsches Dreieck



$$u_\varphi = u_{\varphi'} + 1 - \sqrt{1 - u^2_{\varphi''}}$$

$$\boxed{u_\varphi \approx u_{\varphi'}} \quad (\text{für } u_z = \frac{U_Z}{U_N} \cdot 100\% < 4\%)$$

$$u_{\varphi'} = n \cdot u_r \cdot \cos\varphi + n \cdot u_x \cdot \sin\varphi$$
$$u_{\varphi''} = n \cdot u_x \cdot \cos\varphi - n \cdot u_r \cdot \sin\varphi$$

$$\text{Lastfaktor } n = \frac{I_1}{I_{1N}}$$

$$u_r = \frac{R_k \cdot I}{U_N} \qquad u_x = \frac{X_k \cdot I}{U_N}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\ddot{u}} - \Delta U_2 = \frac{U_1}{\ddot{u}} - \frac{1}{\ddot{u}} U_N u_\varphi$$

$$\Delta U_2 \approx \frac{1}{\ddot{u}} \cdot (U_R \cdot \cos\varphi + U_X \cdot \sin\varphi)$$

Beim kappschen Dreieck wird mit "genormten" Grössen (klein u) gerechnet: $u = \frac{U_{Strang}}{U_{N,Strang}} = \frac{U_X}{U_N}$ $\qquad \boldsymbol{U_N = U_1}$

Das Kappsche Dreieck dreht sich um die Spitze der Primärspannung. Bei konstantem Strom und variablem $\cos(\varphi)$ beschreibt u'_2 einen Kreis um die Primärspannung.
Bei **kapazitiver Last steigt** die Sekundärspannung über den Leerlaufwert an.

Ähnlichkeitssatz:
Ändert sich U_2 oder U_1 so ändern sich alle Grössen masstäblich

Bsp.: $\boxed{U_{2_{neu}} = U_{2_{alt}} \cdot \frac{U_{1_{neu}}}{U_{1_{alt}}}}$

BY-NC-SA

2.2.5 Wirkungsgrad des Trafos

Wirkungsgrad	$\eta = 1 - \frac{P_V}{P_B} = 1 - \frac{P_{V0} + P_{VK} \cdot (\frac{P_B}{P_N})^2}{P_B}$	P_B = Betriebsnennleistung = $P_1 = S_1 \cdot \cos\varphi$ P_N = Nennleistung P_{V0} = Leerlaufverlustleistung = P_{Fe_N} P_{VK} = Kurzschlussverlustleistung = P_{Cu_N}
	$\eta = 1 - \frac{a + (\frac{P_B}{P_N})^2}{P_B} P_{VK}$	$a = \frac{P_{V0}}{P_{VK}}$ = Verlustverhältnis
	$\eta = 1 - \frac{P_{V0} + P_{VK}}{P_B}$	(bei Wirkleistungsvollast)
Maximaler Wirkungsgrad	$S_{\eta-max} = \sqrt{a} \cdot S_N \quad P_{\eta-max} = \sqrt{a} \cdot P_N$	(Kupferverluste = Eisenverluste)

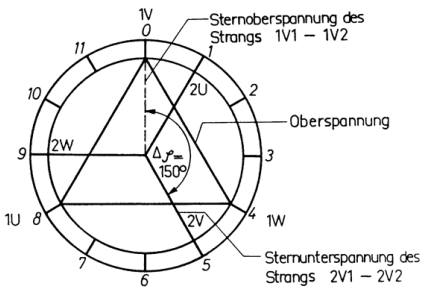
2.3 Drehstrom-Leistungstransformatoren

Angegebene Leistung bezieht sich immer auf alle drei Wicklungen. $\Rightarrow P_{Wicklung} = \frac{P_N}{3}$
Angegebene Spannungen und Ströme gelten immer für Aussenleiter. Somit muss immer entweder - je nachdem ob Dreieck- oder Sternschaltung vorliegt - Strom oder Spannung mit Faktor $\frac{1}{\sqrt{3}}$ multipliziert werden.

2.3.1 Bauformen

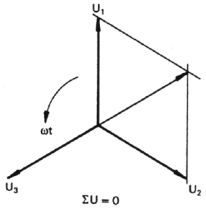
$$\text{Kennzeichnung} = [a][b][c][d] = \begin{cases} [a] = \text{Oberspannungswicklung, Grossbuchstabe (Y,D,III,Z)} \\ [b] = \text{Unterspannungswicklung, Kleinbuchstabe (y,d,iii,z)} \\ [c] \cdot 30° = \text{Phasenverschiebung zwischen Unter- und Oberspannung} \\ [d] = 0, \text{ falls Neutralleiter herausgeführt (optional)} \end{cases}$$

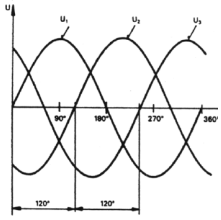
Schaltung Ober-spannungs-wicklung	Unter-spannungs-wicklung	**Zeigerbild** Ober-spannungs-wicklung	Unter-spannungs-wicklung	Schalt-gruppe	hauptsächlicher Verwendungszweck
1U 1V 1W	2U 2V 2W 2N	V; U W	v; u w	YynO	Stern–Stern Transformatoren, die nicht zur Verteilung dienen
1U 1V 1W	2U 2V 2W 2N	V; U W	u; w v	Yzn5	Stern–Zickzack Kleine Verteilungstransformatoren mit sekundär voll belastbarem Sternpunktleiter
1U 1V 1W	2U 2V 2W	V; U W	u; w v	Dy5	Dreieck–Stern große Verteilungstransformatoren mit sekundär voll belastbarem Sternpunktleiter
1U 1V 1W	2U 2V 2W	V; U W	u; w v	Yd5	Stern–Dreieck Maschinentransformatoren für Generatoren großer Leistung



BY-NC-SA

3 Dreiphasenwechselstrom (Drehstrom)

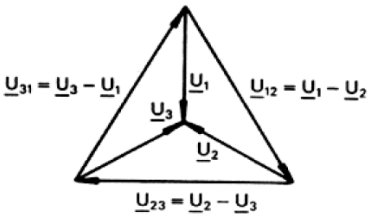
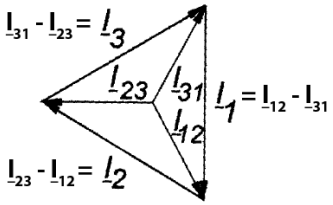




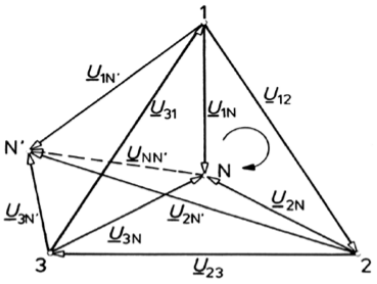
Zeiger drehen mit ωt im Gegenuhrzeigersinn ($\omega > 0$).
$\underline{U}_2$ ist gegenüber $\underline{U}_1$ 120° nacheilend, $\underline{U}_3$ gegenüber $\underline{U}_1$ 240°.

Somit gilt (bei symmetrischer Belastung):
$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \cdot e^{j(-120°)}$ $\quad \underline{U}_3 = \underline{U}_1 \cdot e^{j(-240°)} = \underline{U}_1 \cdot e^{j(120°)}$
$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = 0$ $\quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0$

3.0.2 Stern- (Y) / Dreieckschaltung (Δ)

	Sternschaltung (Y)	Dreieckschaltung (Δ)
Rechtsdrehend:		
Verkettete Spannung	$U = U_{Str} \cdot \sqrt{3}$ $\quad \underline{U} = \underline{U}_{Str} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{j30°}$	$\underline{U} = \underline{U}_{Str}$
Aussenleiterströme	$\underline{I} = \underline{I}_{Str}$	$I = I_{Str} \cdot \sqrt{3}$ $\quad \underline{I} = \underline{I}_{Str} \cdot \sqrt{3} \cdot e^{-j30°}$
Gesamt-Scheinleistung	$S = 3 \cdot S_{Str} = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$ in [VA]	
Scheinleistung pro Strang	$\underline{S}_{Str} = \underline{U}_{Str} \cdot \underline{I}^*_{Str}$ in [VA]	
Wirkleistung	$P = S \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi$ in [W]	
Blindleistung	$Q = S \cdot \sin\varphi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi$ in [var]	
Wirkarbeit	$W = P \cdot t = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot cos\varphi \cdot t$ in $[Ws, kWh]$	
Blindarbeit	$W_b = Q \cdot t = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot sin\varphi \cdot t$ in $[varh, kvarh]$	

3.0.3 Ausfall des Neutralleiters: Bestimmung des Y-Punktes mittels Leitwert-Operatoren

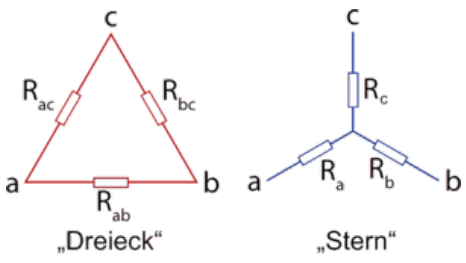


$$\underline{U}_{12}; \underline{U}_{23}; \underline{U}_{31} \Rightarrow const$$

$$\begin{array}{lll} \underline{U}_{12} = \underline{U}_{1N'} - \underline{U}_{2N'} & \underline{U}_{1N'} = \underline{U}_{1N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_1 = \underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N'} = \underline{Y}_1 \cdot (\underline{U}_{1N} + \underline{U}_{NN'}) \\ \underline{U}_{23} = \underline{U}_{2N'} - \underline{U}_{3N'} & \underline{U}_{2N'} = \underline{U}_{2N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_2 = \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N'} = \underline{Y}_2 \cdot (\underline{U}_{2N} + \underline{U}_{NN'}) \\ \underline{U}_{31} = \underline{U}_{3N'} - \underline{U}_{1N'} & \underline{U}_{3N'} = \underline{U}_{3N} + \underline{U}_{NN'} & \underline{I}_3 = \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N'} = \underline{Y}_3 \cdot (\underline{U}_{3N} + \underline{U}_{NN'}) \end{array}$$

$$\underline{U}_{NN'} = -\frac{(\underline{Y}_1 \cdot \underline{U}_{1N} + \underline{Y}_2 \cdot \underline{U}_{2N} + \underline{Y}_3 \cdot \underline{U}_{3N})}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3}$$

3.1 Stern-Dreieck-Umwandlung



Umwandlung $\triangle \rightarrow Y$: $\quad Z_c = \dfrac{Z_{ac} Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ac}}$

Umwandlung $Y \rightarrow \triangle$: $\quad Y_{ac} = \dfrac{Y_a Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c}$

Bei gleichen Widerständen: $\quad R_Y = \frac{R_\triangle}{3}$

Bei gleichen Kapazitäten: $\quad C_Y = C_\triangle \cdot 3$

Bei gleichen Induktivitäten: $\quad L_Y = \frac{L_\triangle}{3}$

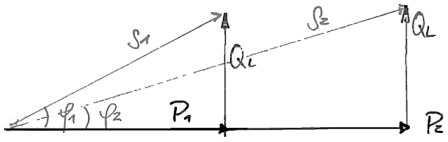
BY-NC-SA

3.2 Defektleistung von symmetrischen Drehstromverbrauchern

	Normalleistung	Defektleistung ($P_{Def_{Str}}$ = Restleistung pro intaktem Strang)
Y-Schaltung bei Leiter- oder Strangausfall ohne Neutralleiter	$P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{U^2}{R}$	$P_{Def} = \frac{1}{2}\frac{U^2}{R}$ nur 50% von P_{Norm}
Y-Schaltung bei Leiter- oder Strangausfall mit Neutralleiter	$P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{U^2}{R}$	$P_{Def_{Str}} = \frac{U_{Str}^2}{R} = \frac{1}{3}\frac{U^2}{R}$ nur 33% von P_{Norm} pro Strang
Δ-Schaltung bei Leiterausfall	$P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U^2}{R}$	$P_{Def} = \frac{U^2}{R} + \frac{U^2}{2R} = \frac{3U^2}{2R}$ nur 50% von P_{Norm}
Δ-Schaltung bei Strangausfall	$P_{Norm} = 3 \cdot \frac{U^2}{R}$	$P_{Def_{Str}} = \frac{U^2}{R}$ nur 33% von P_{Norm} pro Strang

3.3 Leistungsfaktorverbesserung

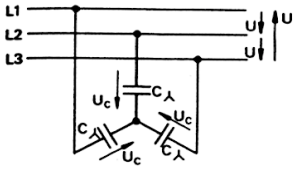
3.3.1 ... durch Zuschalten einer Wirkleistung P



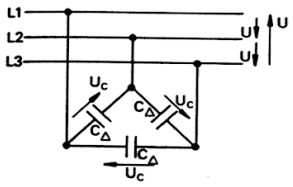
$$P_2 = \frac{Q_L}{\tan\varphi_2} - \frac{Q_L}{\tan\varphi_1}$$

3.3.2 ... durch Zuschalten von Kondensatoren

Sternschaltung



Dreieckschaltung



$$C = \frac{Q_c}{3 \cdot U_c^2 \cdot \omega}$$

$$Q_c = P \cdot (\tan\varphi_1 - \tan\varphi_2)$$

$$U_c = \frac{U}{\sqrt{3}} \quad \Big| \quad U_c = U$$

$$C_\Delta = \frac{C_Y}{3}$$

φ_1 = Phasenwinkel unkompensiert
φ_2 = Phasenwinkel kompensiert

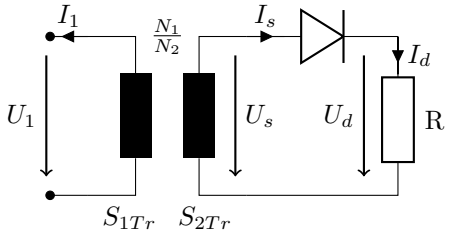
BY-NC-SA

4 Beispiele

4.1 Gleichrichter

4.1.1 Einweggleichrichter

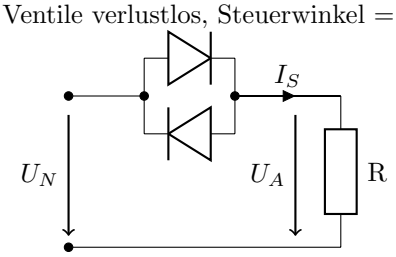
Ungesteuerter Einweggleichrichter M1U:
Ventil/Diode und Trafo werden als verlustlos betrachtet.



Mittelwert U_d	$= \frac{\hat{U}_s}{\pi}$
Mittelwert I_d	$= \frac{U_d}{R}$
Effektifvert I_s	$= \frac{\hat{U}_s}{2R}$
Wirkleistung Last P_L	$= I_s^2 \cdot R$
Leistungsaufnahme S_{2Tr}	$= U_s \cdot I_s$
Leistungsaufnahme S_{1Tr}	$= U_1 \cdot 1.21 \cdot I_d \frac{1}{\ddot{u}}$
Primärstrom I_1	$\approx I_d \cdot \frac{1.21}{\ddot{u}}$
Bauleistung S_{Tr}	$= \frac{S_{1Tr}+S_{2Tr}}{2}$
Stromgrundschwingung I_{s1}	$= \frac{P}{U_s \cdot \cos\varphi_1}$,$(\varphi_1 = 0)$
Spitzenstrom in Ventil $\hat{i}$	$= \hat{i}_d = \frac{\sqrt{2}U_s}{R}$

4.1.2 Dimmer (Triac, W1C)

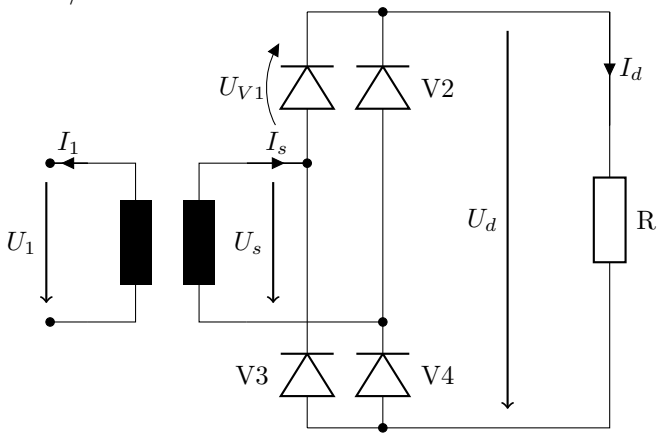
Ventile verlustlos, Steuerwinkel = 90°



Effektivspannung U_A	$= U_N \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$
Effektivstrom I_S	$= \frac{U_A}{R}$
Wirkleistung P_R	$= \frac{U_A^2}{R}$
Leistungsaufname S_N	$= U_N \cdot I_S$ (Winkel: 45°)
Leistungsfaktor λ	$= \cos\varphi = 0.707$
Blindleistung Q	$= \sqrt{S_N^2 - P_R^2}$

4.1.3 Brückengleichrichter B2U

Ventile/Dioden und Trafo verlustlos!



Mittelwert U_d	$= 2 \cdot \frac{\hat{U}_s}{\pi}$
Mittelwert I_d	$= \frac{U_d}{R}$
Effektivwert $I_{d,eff}$	$= \frac{U_{d,eff}}{R} = \frac{\sqrt{2}U_s}{\sqrt{2}R}$
Effektivwert Ventilstrom $I_{V,eff}$	$= \frac{\hat{U}_s}{2R} = \frac{U_s}{\sqrt{2}R}$
Leistung P_R	$= R \cdot I_{d,eff}$
Leistungsaufnahme S_{TR}	$= P_R$ Wenn alles ideal!

BY-NC-SA

5 Riisä Tricks

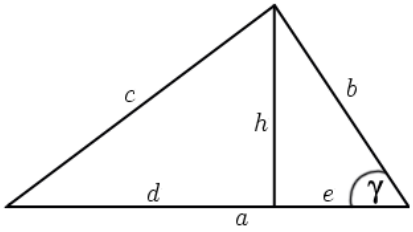
5.1 Dreiecksformeln

Cosinussatz

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma$$

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2r = \frac{u}{\pi}$$



Pythagoras beim Sinus

$$\sin^2(b) + \cos^2(b) = 1 \qquad \tan(b) = \frac{\sin(b)}{\cos(b)}$$

$$\sin\beta = \frac{b}{a} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \tan\beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$
$$\cos\beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} \qquad \cot\beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$

5.2 Funktionswerte für Winkelargumente

deg	rad	sin	cos	tan
0 °	0	0	1	0
30 °	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45 °	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60 °	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

deg	rad	sin	cos
90 °	$\frac{\pi}{2}$	1	0
120 °	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
135 °	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
150 °	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

deg	rad	sin	cos
180 °	π	0	-1
210 °	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
225 °	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240 °	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

deg	rad	sin	cos
270 °	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
300 °	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
315 °	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
330 °	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

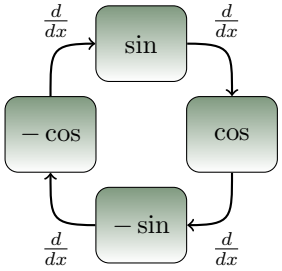
5.3 Periodizität

$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a) \qquad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a) \qquad (k \in \mathbb{Z})$

5.4 Quadrantenbeziehungen

$\sin(-a) = -\sin(a)$ $\qquad$ $\cos(-a) = \cos(a)$
$\sin(\pi - a) = \sin(a)$ $\qquad$ $\cos(\pi - a) = -\cos(a)$
$\sin(\pi + a) = -\sin(a)$ $\qquad$ $\cos(\pi + a) = -\cos(a)$
$\sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos(a)$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \sin(a)$

5.5 Ableitungen



5.6 Additionstheoreme

$\sin(a \pm b) = \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \cos(a) \cdot \sin(b)$
$\cos(a \pm b) = \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b)$
$\tan(a \pm b) = \dfrac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)}$

5.7 Doppel- und Halbwinkel

$\sin(2a) = 2\sin(a)\cos(a)$
$\cos(2a) = \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2\cos^2(a) - 1 = 1 - 2\sin^2(a)$
$\cos^2\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1+\cos(a)}{2} \qquad \sin^2\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1-\cos(a)}{2}$

5.8 Produkte

$\sin(a)\sin(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b))$
$\cos(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b))$
$\sin(a)\cos(b) = \frac{1}{2}(\sin(a-b) + \sin(a+b))$

5.9 Euler-Formeln

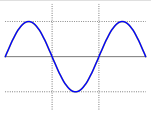
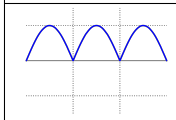
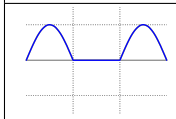
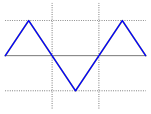
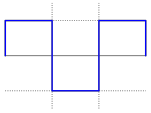
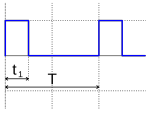
$\sin(x) = \frac{1}{2j}\left(e^{jx} - e^{-jx}\right) \qquad \cos(x) = \frac{1}{2}\left(e^{jx} + e^{-jx}\right)$
$e^{x+jy} = e^x \cdot e^{jy} = e^x \cdot (\cos(y) + j\sin(y))$
$e^{j\pi} = e^{-j\pi} = -1$

5.10 Summe und Differenz

$\sin(a) + \sin(b) = 2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
$\sin(a) - \sin(b) = 2 \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$
$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$
$\cos(a) - \cos(b) = -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$
$\tan(a) \pm \tan(b) = \dfrac{\sin(a \pm b)}{\cos(a)\cos(b)}$

BY-NC-SA

5.11 Eigenschaften unterschiedlicher Schwingungsformen

Schwingungsform	Funktion	Gleichrichtwert	Formfaktor	Effektivwert	Scheitelfaktor	X_0	X^2	**var(X)**
Formel		$\overline{\lvert x\rvert} = \frac{1}{T}\int_0^T \lvert x(t)\rvert\, dt$	$\frac{X}{\overline{\lvert x\rvert}}$	$X = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t)dt}$	$k_s = \frac{X_{\max}}{X_{\text{eff}}}$			
	$A \cdot \sin(t)$	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	0	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2}$
	$A \cdot \lvert\sin(t)\rvert$	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2} - \frac{4A^2}{\pi^2}$
	$\begin{cases} A \cdot \sin(t) & 0 < t < \pi \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	$\frac{1}{\pi} \approx 0.318$	$\frac{\pi}{2} \approx 1.571$	$\frac{1}{2} = 0.5$	2	$\frac{A}{\pi}$	$\frac{A^2}{4}$	$\frac{A^2}{4} - \frac{A^2}{\pi^2}$
	$A \cdot \Lambda(t)$	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.557$	$\sqrt{3} \approx 1.732$	0	$\frac{A^2}{3}$	$\frac{A^2}{3}$
	$\begin{cases} A & 0 < x < t \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	1	1	1	1	0	A^2	A^2
DC	1	1	1	1	1	-	-	-
		$\frac{t_1}{T}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$\sqrt{\frac{t_1}{T}}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$A\frac{t}{T}$	$A^2\frac{t}{T}$	$\frac{A^2 t}{T} - \frac{A^2 t^2}{T^2}$

BY-NC-SA