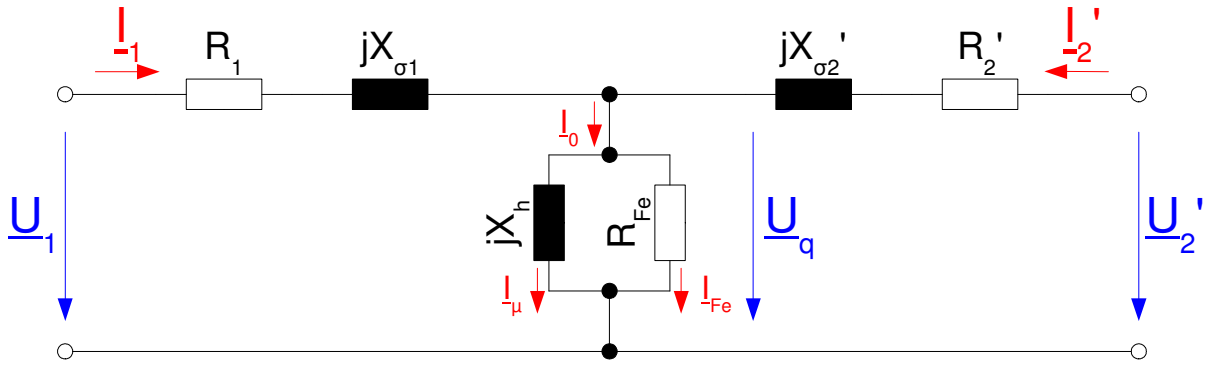
Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

1) Vollständiges T-Ersatzschaltbild, Grundformeln



U_1	Primärspannung	R_1	Wicklungswiderstand primär
U_2	Sekundärspannung	R_2	Wicklungswiderstand sekundär
U_q	Quellenspannung	X_h	Hauptinduktivität
		R_{Fe}	Eisenverlustwiderstand
I_1	Primärstrom		
I_2	Sekundärstrom	$X_{\sigma 1}$	Streureaktanz primär
		$X_{\sigma 2}$	Streureaktanz sekundär
I_0	Leerlaufstrom		
I_μ	Magnetisierungsstrom	Φ_h	Hauptfluss
I_{Fe}	Eisenverluststrom	Φ_σ	Streufluss

Spannungsgleichung

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{1\sigma}\underline{I}_1 + jX_h\left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2'\right)$$
$$\underline{U}_2' = R_2' \underline{I}_2' + jX_{2\sigma}'\underline{I}_2' + jX_h\left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2'\right)$$

Leerlaufstrom

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2'$$
$$\underline{I}_0 = \underline{I}_\mu + \underline{I}_{Fe}'$$

$$\ddot{u} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$U_2' = U_2 \cdot \frac{N_1}{N_2}$$
$$I_2' = I_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

$$R_2' = R_2 \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$
$$X_{2\sigma}' = X_{2\sigma} \cdot \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

$$R_1 \approx R_2'$$
$$X_{1\sigma} \approx X_{2\sigma}'$$

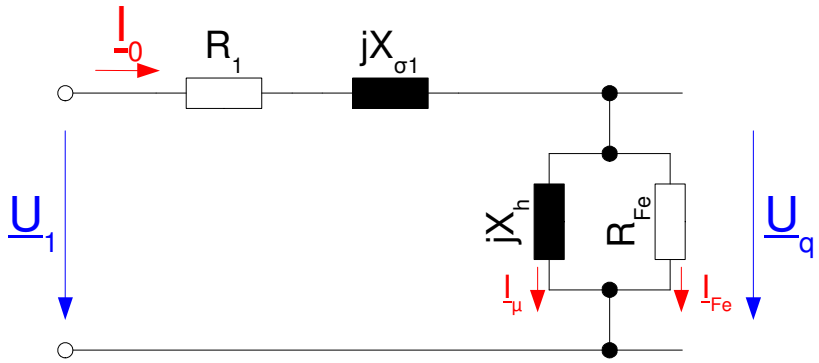
$$U_{q1} = 4{,}44 \cdot f \cdot N_1 \cdot \Phi_h$$
$$U_{q2} = 4{,}44 \cdot f \cdot N_2 \cdot \Phi_h$$
$$\Phi_h(t) = \Phi_h \cdot \sin(\omega t)$$

$$\frac{N_1}{N_2} \approx \frac{U_1}{U_2}$$

- Die Bemessungsspannung ist laut VDE primärseitig die für die Auslegung zugrundegelegte Spannung, sekundärseitig die Leerlaufspannung

Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

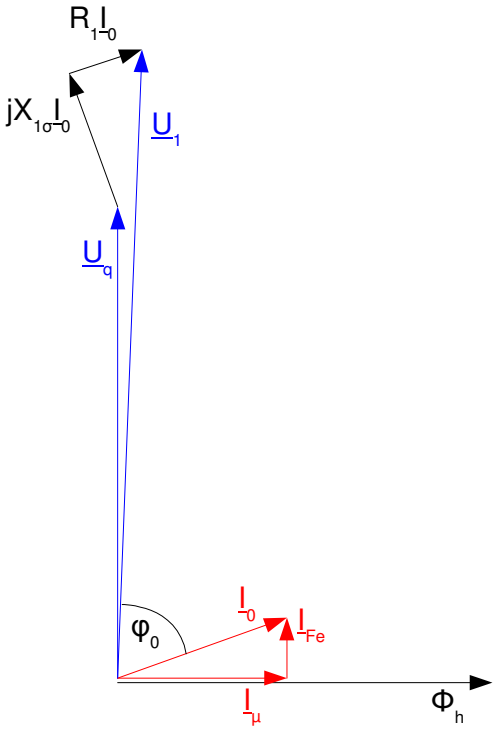
2) Leerlauf



$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_0 + jX_{1\sigma} \cdot \underline{I}_0 + U_q$$

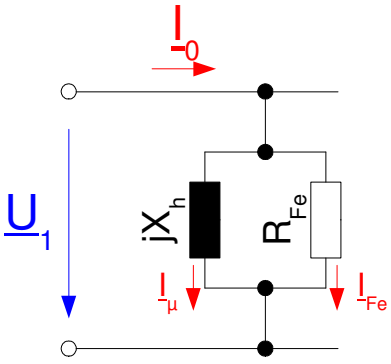
$$\underline{I}_0 = \underline{I}_\mu + \underline{I}'_{Fe}$$

$$\varphi > 70°$$



- Der Leerlaufstrom dient hauptsächlich der Magnetisierung und enthält eine kleine ohmsche Komponente zur Deckung der Eisenverluste (ca. 10%)
- Der Leerlaufstrom hat einen Anteil von 1-5% am Bemessungsstrom. Der geschlossene Eisenkern (kein Luftspalt) hält den Magnetisierungsstrom klein.

Vereinfachung:





Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

3) Belastung

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 + \underline{I}_2' \quad \text{und} \quad \underline{I}_0 \approx \underline{I}_\mu$$

$$\Rightarrow \underline{I}_\mu \approx \underline{I}_1 + \underline{I}_2 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

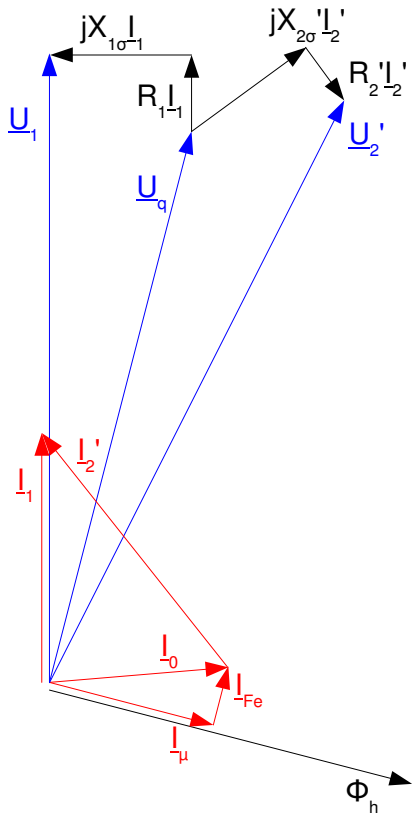
$$N_1 \underline{I}_\mu \approx N_1 \underline{I}_1 + N_2 \underline{I}_2$$

Primäre und sekundäre Wicklung bilden gemeinsam die Magnetisierungsdurchflutung zur Erzeugung des Hauptfeldes.

ohmsche Belastung

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \underline{I}_1 + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$

$$\underline{U}_2' = R_2' \underline{I}_2' + jX_{2\sigma}' \underline{I}_2' + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$



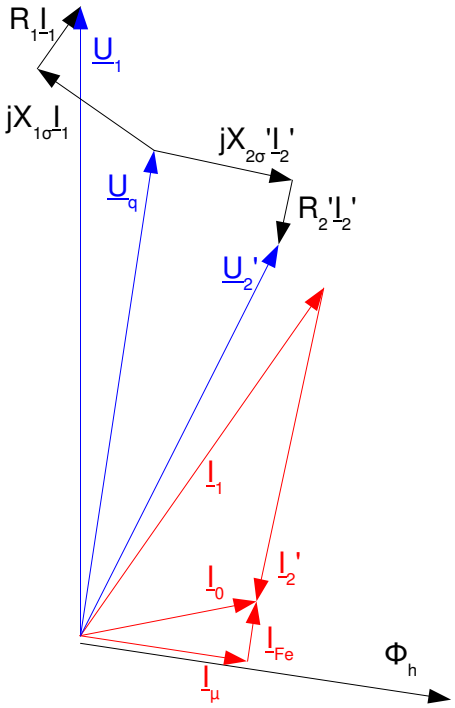
Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

3) Belastung (Forts.)

ohmsch-induktive Belastung

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \underline{I}_1 + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$

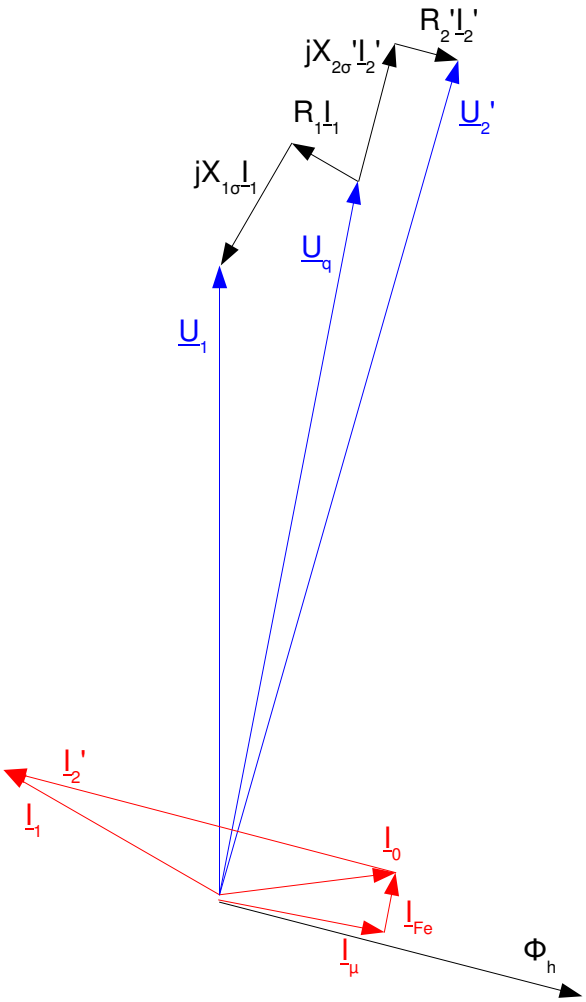
$$\underline{U}_2' = R_2' \underline{I}_2' + jX_{2\sigma}' \underline{I}_2' + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$



ohmsch-kapazitive Belastung

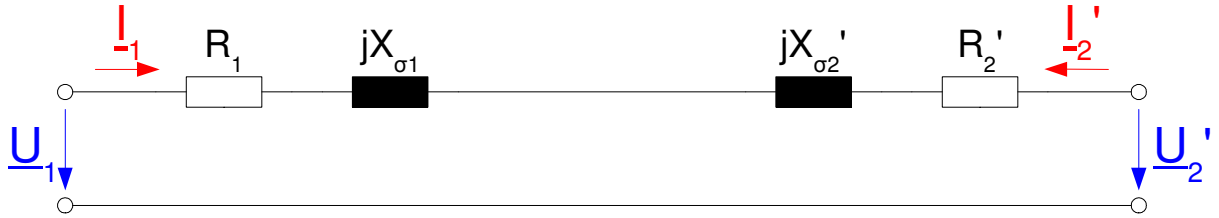
$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{1\sigma} \underline{I}_1 + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$

$$\underline{U}_2' = R_2' \underline{I}_2' + jX_{2\sigma}' \underline{I}_2' + \underbrace{jX_h \left(\underline{I}_1 + \underline{I}_2' \right)}_{\underline{U}_q}$$



Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

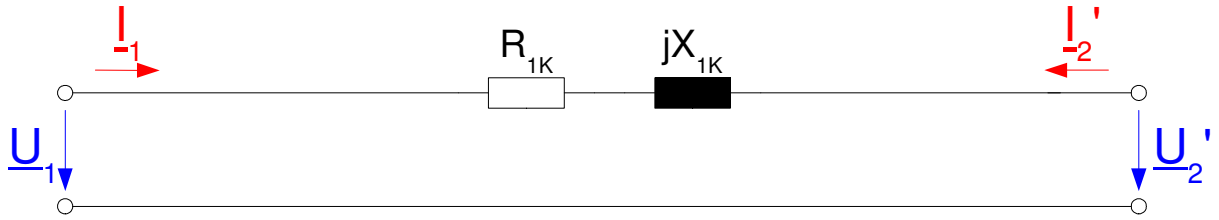
4) Vereinfachtes Ersatzschaltbild für Belastung



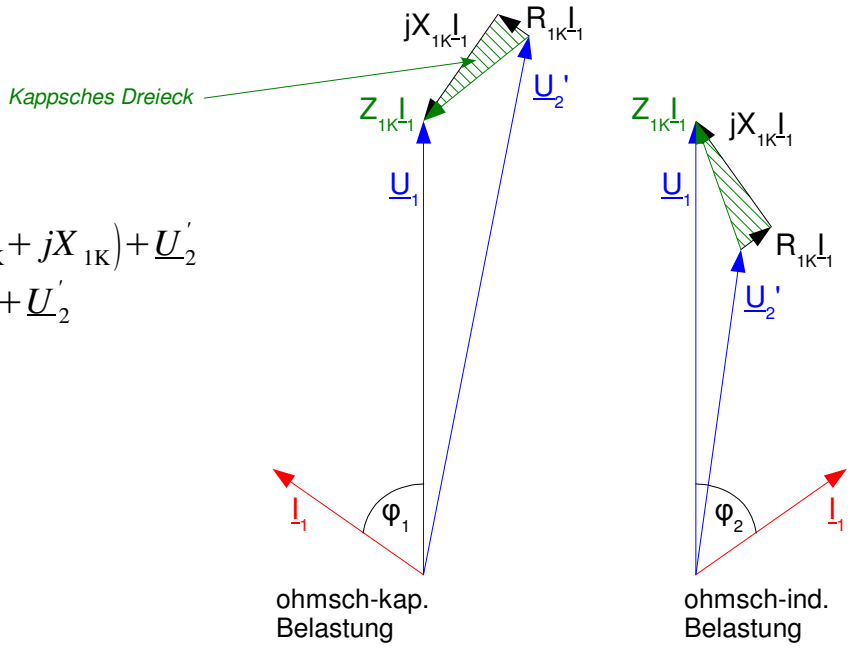
$$\underline{I}_1 = -\underline{I}_2'$$

$$R_{1K} = R_1 + R_2'$$

$$X_{1K} = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}'$$



$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1 \cdot \left(R_{1K} + jX_{1K}\right) + \underline{U}_2'$$
$$= \underline{I}_1 \cdot Z_{1K} + \underline{U}_2'$$



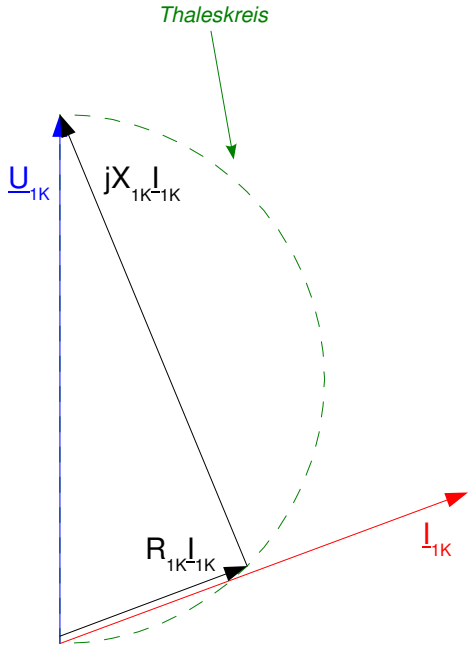
Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

5) Kurzschluss

$$\underline{U}_2' = 0$$

$$\underline{U}_{1K} = R_{1K}\,\underline{I}_{1K} + jX_{1K}\,\underline{I}_{1K}$$

$$Z_{1K} = \sqrt{R_{1K}^{\,2} + X_{1K}^{\,2}}\;;\quad \tan\varphi_K = \frac{X_K}{R_K}$$



Kurzschlussversuch

Die **Kurzschlussspannung U_K** ist eine wichtige Kenngröße. Sie ist die Spannung, die an einen Transformator mit kurzgeschlossener Sekundärwicklung angelegt werden muss, damit der Bemessungsstrom fließt.

Die **relative Kurzschlussspannung u_K** ist auf die Bemessungsspannung bezogen.

$$U_{1K} = I_{1N} \cdot Z_{1K}$$

$$u_K = \frac{U_{1K}}{U_{1N}} = \frac{I_{1N} \cdot Z_{1K}}{U_{1N}} = \frac{Z_{1K}}{U_{1N}/I_{1N}} \approx \mathbf{0{,}04 \ldots 0{,}12}$$

$$\text{wenn } U_{1K} = U_{1N} \;\rightarrow\; I_{1K} = \frac{U_{1N}}{Z_{1K}}$$

$$\frac{I_{1K}}{I_{1N}} = \frac{U_{1N}}{Z_{1K} \cdot I_{1N}} = \frac{1}{u_K} \;\Rightarrow\; \boldsymbol{I_{1K}(u_K = 4\,\%) = 25 \cdot I_{1N}}$$

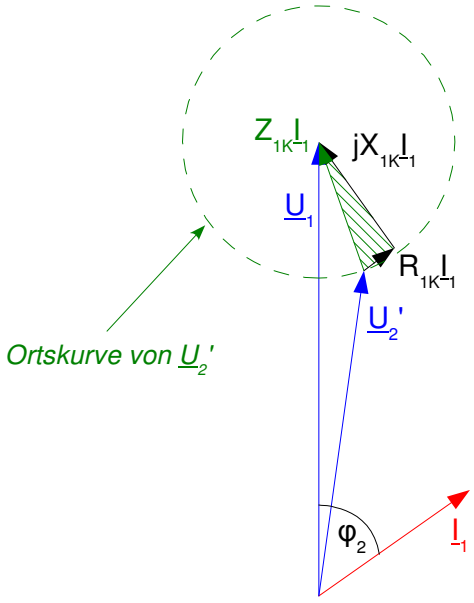
Ersatzschaltbilder und Zeigerdiagramme des einphasigen Transformators

6) Spannungsänderung

Die beiden Klemmenspannungen $\underline{U}_1$ und $\underline{U}_2'$ unterscheiden sich durch ein Spannungsdreieck, dass als *Kappsches Dreieck* bezeichnet wird. Dieses Dreieck hat für einen bestimmten Stromwert konstante Größe und rotiert lediglich - je nach Phasenlage des Stromes - um die Spitze der Primärspannung.

Für konstante Belastung und beliebigen Leistungsfaktor cos φ ergibt sich also als Ortskurve des Zeigers $\underline{U}_2'$ ein Kreis um die Primärspannung $\underline{U}_1$, welcher den Radius r besitzt.

$$r = \underline{I}_1 \cdot Z_{1K} = \underline{I}_1 \cdot \sqrt{R_1^{\,2} + X_{1K}^{\,2}}$$



Der Unterschied zwischen $\underline{U}_1$ und $\underline{U}_2'$ wird als Spannungsänderung $U_{1\varphi}$ bezeichnet, diese ist laut VDE definiert als Unterschied zwischen Leerlauf- und Volllastspannung auf der Abgangsseite bei I_{2N}.

Die relative Spannungsänderung $u_{1\varphi}$ ist auf die Bemessungsspannung bezogen.

$$U_{1\varphi} = U_1 - U_2^{\,2}$$

$$u_{1\varphi} = \frac{U_1 - U_2'}{U_1} = 1 - \frac{U_2'}{U_1}$$

$$u_{1\varphi} = \frac{I_1}{I_{1N}} \cdot \left(\frac{R_{1K}}{Z_N} \cdot \cos\varphi \pm \frac{X_{1K}}{Z_N} \cdot \sin\varphi \right)$$

$$= \frac{I_1}{I_{1N}} \cdot \left(u_R \cdot \cos\varphi \pm u_X \cdot \sin\varphi \right)$$

mit $Z_N = \frac{U_{1N}}{I_{1N}}$

Nennimpedanz, Basisimpedanz

\+ für induktive Belastung

− für kapazitive Belastung