

Physik 3

F.Dubacher, Braun & Co, J.Rast, S.Körner, C.Gwerder

28. Januar 2021

1	(Strahlen-)Optik	1
1.1	Geometrische Optik Kuchling 360	1
1.2	Begriffe	2
1.3	Spiegel Kuchling 362	2
1.4	Linsen Kuchling 369	2
1.5	Strahlengänge / Konstruktion der Abbildung Kuchling 363	2
1.6	Optische Systeme	2
1.7	Abbildungsfehler Kuchling 375	3
2	Schwingungen Kuchling 192	3
2.1	Diverses	3
2.2	Ungedämpfte Schwingungen (ohne Störung)	4
2.3	Freie gedämpfte Schwingungen (keine Störung)	5
2.4	Fremderregte Schwingungen Kuchling 213	5
2.5	Elektrische Schwingkreise Kuchling 530	7
3	Wellen und Akustik Kuchling 229	8
3.1	Wellenarten Kuchling 229	8
3.2	Wellengleichung und Wellenfunktion Kuchling 231	8
3.3	Wellen in ausgedehnten Medien Kuchling 235 und Wellenoptik Kuchling 391	8
3.4	Schall	10
4	Diverses	12

1 (Strahlen-)Optik

Farbenlehre Kuchling 387

ionisierende Strahlung > UV ; höhere Energie

nicht-ionisierende Strahlung < UV ; tiefere Energie

Strahlung

Vakuumgeschw. $c = 299'792'458 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

Entstehung von Licht: Energiesprung von Atom emittiert Photon (z.B. Elektron wechselt von einem höheren in einen tieferen Energiezustand auf der Atomhülle). So ein Energiesprung kann sowohl thermische als auch nicht-thermische Ursachen haben.

Lichtwelle

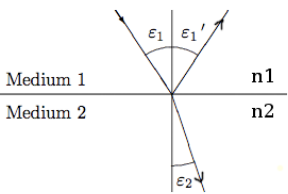
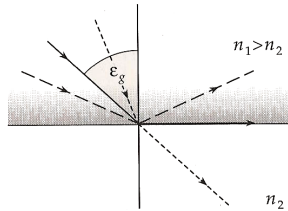
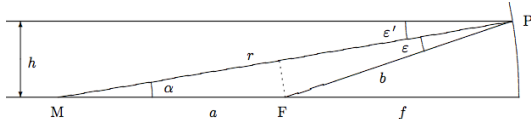
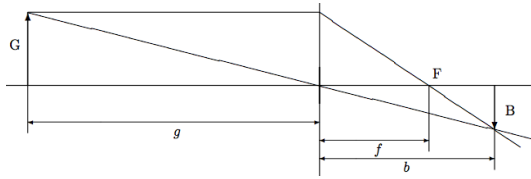
oder

Lichtteilchen?

Gemäss dem Teilchen-Dualismus der Quantenphysik weisst Strahlung gleichermassen klassische Eigenschaften von Teilchen sowie auch von Wellen auf.

Energie eines Photons	$E_P = h \cdot f$	$[E_P] = J$	h : Plancksches Wirkungsquantum ($6.6 \cdot 10^{-34} \frac{J}{Hz}$)
Strahlungsenergie	$E_S = N \cdot E_P$	$[E_S] = J$	f : Frequenz [$\frac{1}{s}$]
Wellenlänge	$\lambda = u \cdot T = \frac{u}{f}$	$[\lambda] = m$	N : Anzahl Photonen
			u : Phasengeschw. / Lichtgeschw. [$\frac{m}{s}$]
			T : Periodendauer [s]

1.1 Geometrische Optik Kuchling 360

Brechungsgesetz Kuchling 365	$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \sin \varepsilon_2 \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_1'$ Info : Lichtstrahl bricht immer zum Lot hin beim Übergang in ein optisch dichteres Material.	 Brechung und Reflexion kann gleichzeitig passieren!																
Brechungsindex Kuchling 365	$n = \frac{c}{u}$ [c]=Vakumlichtgeschwindigkeit [u]=Lichtgeschwindigkeit	<table><tr><th>Medium</th><th>n</th><th>Medium</th><th>n</th></tr><tr><td>Luft</td><td>1,000292</td><td>Kronglas (K13)</td><td>1,522</td></tr><tr><td>Wasser</td><td>1,333</td><td>Flintglas (K2)</td><td>1,620</td></tr><tr><td></td><td></td><td>Diamant</td><td>2,417</td></tr></table>	Medium	n	Medium	n	Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522	Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620			Diamant	2,417
Medium	n	Medium	n															
Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522															
Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620															
		Diamant	2,417															
Totalreflexion Kuchling 366	$n_1 > n_2 \quad ; \quad \text{Für } \sin(\varepsilon_2) = 1 \Rightarrow \varepsilon_g = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$ $\varepsilon = \varepsilon_g \Rightarrow$ Grenzfall (ausgezogene Linie) $\varepsilon < \varepsilon_g \Rightarrow$ Brechung (gepunktete Linie) $\varepsilon > \varepsilon_g \Rightarrow$ Reflexion (gestrichelte Linie)	 Reflexion ist material- und winkelabhängig																
Brennweite Kuchling 362	Spiegel: $f = \frac{r}{2}$ (für kleine h gilt $a = b \approx \frac{r}{2}$) Linse: → Linsenschleifer-gleichung																	
Brechkraft, Linsenschleifer-gleichung Kuchling 370	$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ $\underbrace{D_{tot} = D_1 + D_2}_{\text{Abstand von Linsen} \ll f}$	D = Brechwert in Dioptrie [dpt] n_1 = B'index d. umgebenden Mediums n_2 = B'index der Linse																
Brillengleichung	$D_B = D'_{min} - D_{min} = \frac{1}{g'_{min}} - \frac{1}{g_{min}}$	D_B = Brechwert der Brille g'_{min} = neue Entfernung zum scharf Sehen g_{min} = alte Entfernung zum scharf Sehen																
Abbildungs-gleichungen Kuchling 363	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \alpha$$\alpha_{tot} = \alpha_1 \cdot \alpha_2$ Vorzeichenkonventionen g ⊕ G vor Linse ⊖ G hinter Linse G ⊕ reeller G ⊖ virtueller G, seitenverk. f ⊕ Sammellinse ⊖ Zerstreuungslinse b ⊕ reelles B hinter Linse ⊖ virtuelles B vor Linse B ⊕ reelles B, seitenverk. ⊖ virtuelles B, seitenkorr.	 Bei reelem Gegenstand: $B > 0$: invertiertes Bild $B < 0$: aufrecht, seitenrichtig																

1.2 Begriffe

Brennpunkt	Punkt wo die parallel einfallenden Lichtstrahlen sich bündeln
Abbildung	= Bild = Schnittpunkt von Lichtstrahlen
Reelles Bild	= Schnittpunkt von reellen Lichtstrahlen
Virtuelles Bild	= Spiegelbild = Schnittpunkt der erweiterten Strahlen
virtuell und reell?	Eine Abbildung erzeugt immer entweder ein reelles oder ein virtuelles Bild.
Ganzes Lichtspektrum überlagert	= weisses Licht
Dispersion	Aufteilung von Licht aufgrund wellenlängenabhängiger Brechung

1.3 Spiegel Kuchling 362

Sammel-/Konkavspiegel (Hohlspiegel) $f > 0, \quad g > 0$		Gegenstand ausserhalb der Brennweite ⇒ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild Gegenstand innerhalb der Brennweite ⇒ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild
Streu-/Konvexspiegel (Wölbspiegel) $f < 0, \quad g > 0$		Gegenstand hat stets virtuelles, verkleinertes & aufrechtes Bild
Planspiegel		Bild ist virtuell und gleich gross wie Gegenstand, Bildweite ist gleich Gegenstandsweite. Brennpunkt liegt im Unendlichen.

1.4 Linsen Kuchling 369

Sammel-/Konvexlinsen $f > 0, \quad g > 0$		bikonvexe Linse plankonvexe Linse sammelnder Meniskus	Gegenstand ausserhalb der Brennweite: ⇒ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild Gegenstand innerhalb der Brennweite: ⇒ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild
Konkav-/Zerstreuungslinsen $f < 0, \quad g > 0$		bikonkave Linse plankonkave Linse zerstreuender Meniskus	Gegenstand hat stets virtuelles, aufrechtes & verkleinertes Bild ($b < 0$)

1.5 Strahlengänge / Konstruktion der Abbildung Kuchling 363

- Jeder Lichtstrahl in der Bildkonstruktion enthält das gesamte Bild!
- Der Punkt, wo sich die Strahlen schneiden, ist dort, wo das Bild scharf ist.

PS → BS
BS → PS
MS → MS

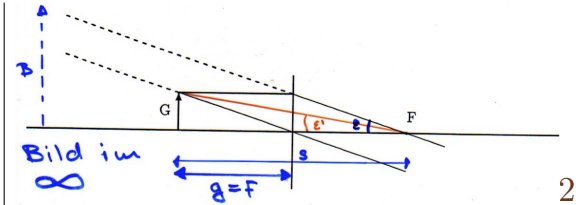
BS = Brennpunkt-Strahl
PS = Parallel-Strahl
MS = Mittelpunkt-Strahl
G = Gegenstandshöhe
g = Gegenstandsweite
B = Bildhöhe
b = Bildweite
F = Brennpunkt
f = Brennweite

1.6 Optische Systeme

$$V = \frac{s}{f} = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} \Rightarrow \frac{s}{g} > V_{\text{normal}}$$

1.6.1 Lupe Kuchling 381

- V: Vergrösserung
s: deutliche Sehweite
 ε : Sehwinkel mit Lupe
 ε_0 : Sehwinkel ohne Lupe



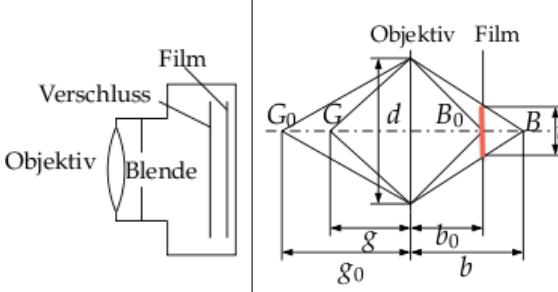
1.6.2 Kamera Kuchling 378

$$\frac{1}{g_{min/max}} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q f^2}$$

+ für g_{min}
- für g_{max}

$$B = \frac{f}{g-f} G \quad (\text{für } g \gg f : B = \frac{f}{g} G)$$
$$Z = \frac{f}{d} = \frac{1}{q} \quad q = \frac{d}{f} = \frac{1}{Z}$$
$$E \sim q^2 t$$

g : Gegenstandsdistanz / Scharfbereich-Grenze
 g_0 : Fokussierte Gegenstandsweite
 Z : Blendenzahl
 E : Belichtung
 u : Unschärfekreisdurchmesser
 q : Öffnungsverhältnis
 d : Blenden-Durchmesser
 f : Brennweite



Schärfentiefe Grosse Schärfentiefe $\Rightarrow$ Kleine Blende ($Z = 16, q = 1 : 16$), kleine Brennweite
 Kleine Schärfentiefe $\Rightarrow$ Grosse Blende ($Z = 4, q = 1 : 4$) "viel Licht", grosse Brennweite

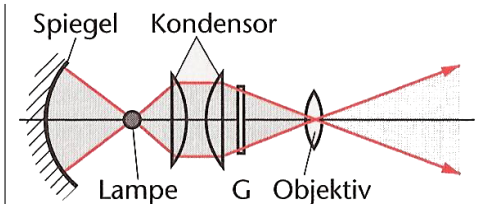
Info Kamera Brennweite: Kurze Brennweite $\rightarrow$ nahe Gegenstände ; Grosse Brennweite $\rightarrow$ entfernte Gegenstände

1.6.3 Projektor Kuchling 377

$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{b}{f} - 1$$

Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild

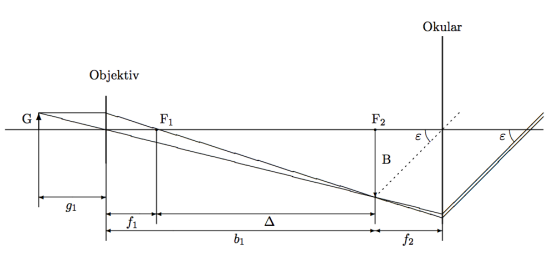
$$\beta$$
: Abbildungsstab



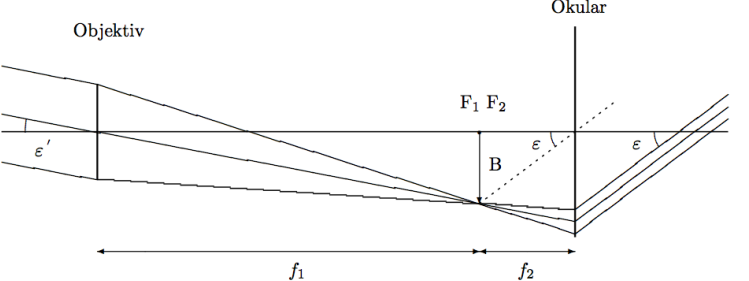
1.6.4 Mikroskop Kuchling 382

$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{b}{f} - 1$$
$$V_1 = \frac{\Delta}{f_1} \quad V_2 = \frac{s}{f_2}$$
$$\Delta = \overline{F_1 F_2} = b_1 - f_1$$
$$V = V_1 V_2 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{s}{f_2} = \frac{B}{G} \cdot \frac{s}{f_2}$$
$$= \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)}$$

V_1 : Vergrößerung des Objektivs
 V_2 : Vergrößerung des Okulars
 Δ : Tubuslänge in m
 f : Brennweite in m
 G : Gegenstandsweite in m
 B : Bildweite in m
 ε_0 : Schwinkel ohne Verg.
 ε : Schwinkel mit Verg.



1.6.5 Keplersches (Astronomisches) Fernrohr Kuchling 383



- Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild. Dies ist ein Spezialfall des Mikroskops, wo die **Gegenstandsweite** auf **unendlich** ($g \rightarrow \infty$) eingestellt ist.
- Bezeichnung auf Fernrohren, Ferngläser (z.B. 10x50) entspricht $V \times D$

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} = \frac{B/f_2}{B/f_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D}{d} = \frac{f_1 + f_2}{a}$$
$$l = f_1 + f_2 \quad \frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2} \quad a = \frac{l}{V} \quad d = \frac{D}{V} \quad L = d^2 = \left(\frac{D}{V}\right)^2$$

D : Durchmesser Objektiv
 V : Vergrößerung
 a : Abstand Okular-Austrittspupille
 l : Abstand Objektiv-Okular
 d : Grösse Austrittspupille
 L : Lichtstärke

1.7 Abbildungsfehler Kuchling 375

- Sphärische Abberation** Brennweite ist Funktion des Abstands zur optischen Achse
- Koma** beim schiefen Einfall ($\rightarrow$ Schweifförmiger Fehler)
- Astigmatismus, Bildfeldwölbung** vertikal und horizontal $\rightarrow$ andere Brennweite (Auge)
- Verzeichnung** tonnen- oder kissenförmige Verzeichnung eines Quadrates ($\rightarrow$ Photogrammetrie)
- Chromatische Abberation** wegen Dispersion $\Rightarrow$ Brennweite ist Funktion von λ (Farbe)

2 Schwingungen Kuchling 192

2.1.1 Bewegungen und Kräfte

Translation	Rotation	Kräfte und Momente
x = Weg	φ = Winkelweg	$F = m \cdot a$
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\varphi}$	$F = m \cdot \alpha \cdot r$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$	$M = J \cdot \alpha = J \cdot \ddot{\varphi}$

2.1 Diverses

2.1.2 Begriffe

- $\varphi(t)$: Winkelweg / Winkelposition in rad oder deg
- $\omega(t)$: Kreisfrequenz / Winkelgeschwindigkeit in $\frac{rad}{s}$
- $\alpha(t)$: Winkelbeschleunigung in $\frac{rad}{s^2}$
- J : Massenträgheitsmoment in $kg \cdot m^2$ Kuchling 128
- Trägheitsverhalten einer Masse bezogen auf eine Rotation

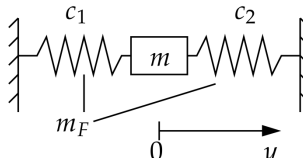
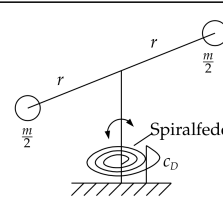
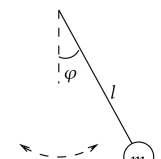
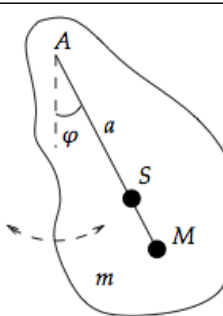
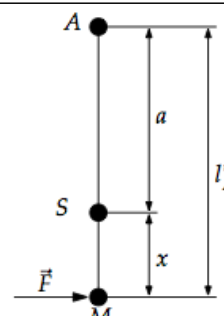
2.1.3 Satz von Steiner Kuchling 133

$J_A = J_S + mr^2$ r : Abstand von S zu A in m
 J_S : Trägheitsmoment bezogen auf eine Drehachse durch den Schwerpunkt S des Körpers (siehe Tabellen)
 J_A : Trägheitsmoment des gleichen Körpers bezogen auf eine Drehachse durch den Punkt A

2.2 Ungedämpfte Schwingungen (ohne Störung)

2.1.4 Federn in Serie und Parallel

Parallel: $c = c_1 + c_2$
Serie: $c_1 \parallel c_2 = c = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$

Harmonische Schwingung Kuchling 193	$\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ $y = A \sin(\underbrace{\omega t + \varphi_0}_{\varphi(t)=\varphi})$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\varphi_0 \in [0, \pi]$ $v(t) = \dot{y}$ $a(t) = \ddot{y}$	$y(t)$: Auslenkung der Schwingung A : Amplitude ω : Eigenfrequenz in $\frac{1}{s}$ $v(t)$: Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$ $a(t)$: Beschleunigung in $\frac{m}{s^2}$
Eigenfrequenz = Resonanzfrequenz	Schwingfrequenz des schwingfähigen Systems ; Wird das System mit einer Anregung nahe der Eigenfrequenz angeregt, können sich sehr schnell sehr hohe Amplituden ergeben ("Schaukeleffekt") [gefährlich!]		
Schwingungsenergie Kuchling 203	$E = E_p + E_k = \frac{ky^2}{2} + \frac{mv^2}{2}$ $= \frac{k}{2} \hat{y} (\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi)$	$v = \dot{y}$	E : Energie in J y : Amplitude $\hat{y}$: Auslenkungsmaximum v : Geschwindigkeit in $\frac{m}{s}$ k : Richtgrösse m : Masse in kg
Federpendel Kuchling 198	$\ddot{y} + \omega^2 y = 0$ $F = c \cdot x$ <u>ohne Federmasse:</u> $\omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_2}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$ <u>mit Federmasse:</u> $\omega = \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m_F}{3}}}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$ Info : ω ist konstant und nur von c und m abhängig!		c : Federkonstante in $\frac{N}{m}$ x : Auslenkung in m ω : Eigenfrequenz in $\frac{1}{s}$ T : Periode in s
Drehpendel Kuchling 199	$\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{c_D}{J}}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c_D}}$		$[c_D] = \frac{N \cdot m}{rad}$ J : Massenträgheitsm. in $kg \cdot m^2$ (Satz von Steiner)
Fadenpendel (Mathematisches Pendel) Kuchling 200	$\ddot{\varphi} + \omega^2 \sin(\varphi) = 0$ $\xrightarrow{\text{lin.}(\varphi \ll 1)}$ $\ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{mgl}{J_A}}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$; $v = l\dot{\varphi}$ $a = l\ddot{\varphi}$		g : Erdbeschleunigung $\approx 9.81 \frac{m}{s^2}$ J_A Punktmasse $J_S = l^2 m$
Physisches Pendel Kuchling 201 Massenträgheitsmomente Kuchling 131 Für J_A gilt Superposition!	"Pendel wo die Pendelmasse keine Punktmasse ist" $J_A \ddot{\varphi} + mgs \cdot \sin \varphi = 0$ $\xrightarrow{\text{lin.}(\varphi \ll 1)}$ $J_A \ddot{\varphi} + mgs \varphi = 0$ $\Rightarrow \ddot{\varphi} + \omega^2 \varphi = 0$ $\omega = \sqrt{\frac{mgs}{J_A}}$; $T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgs}}$; $\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{J_{A1}}{J_{A2}}}$ Reduzierte Pendellänge Kuchling 202 Länge eines mathematischen Pendels gleicher Schwingdauer (Modellierung als Massepunkt) $l_A^* = \frac{J_A}{m \cdot s}$ = Abstand zum Perkussionszentrum M	 	$s = a$: Entfernung Drehpunkt→Schwerpunkt in m m : Masse in kg J_A : Trägheitsmoment mit Achse A! (siehe Satz von Steiner)
Schwerpunkt berechnen Kuchling 66	$\vec{R} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i}{m}$; $m = \sum_i \Delta m_i$	$\vec{R}$: Ortsvektor des Schwerpunkts $\vec{r}_i$: Koordinate des i -ten Elements Δm_i : Masse des i -ten Elements	

Perkussions- zentrum	In der Grafik zum physischen Pendel als 'M' eingezeichnet. Es ist nur für Objekte definiert, die an einem Pivot (in der Grafik 'A') befestigt sind ; Das Perkussionszentrum ist der Punkt, an dem sich die Rotations- und Translationswirkung auf einen Schock (Kraft) gerade aufheben, so dass keine Kraft auf den Pivot 'A' wirkt. Wirkt der Schock unterhalb von 'M', ergibt sich eine grössere Rotationswirkung auf 'A' und oberhalb von 'M' eine grössere Translationswirkung auf 'A'.
-------------------------------------	---

2.3 Freie gedämpfte Schwingungen (keine Störung)

Zwei Dämpfungs- möglichkeiten Kuchling 205	• (Dämpf-)Kraft ist konstant → Amplituden sind Glieder einer fallenden <i>arithmetischen</i> Reihe, sie nehmen <i>linear</i> ab. Es gilt $\hat{y}_i - \hat{y}_{i+1} = \text{konstant}$. • (Dämpf-)Kraft ist proportional zur Geschwindigkeit → Amplituden sind Glieder einer fallenden <i>geometrischen</i> Reihe, sie nehmen <i>exponentiell</i> ab. Es gilt $\hat{y}_i/\hat{y}_{i+1} = \text{konstant}$. Achtung : In der Technik wird geschwindigkeitsabhängige Dämpfung angestrebt. Da sich aber auch bei guter Lagerung des Schwingers Reibung nie ganz vermeiden lässt, treten beide Dämpfungsmöglichkeiten überlagert auf.	
Differential- gleichung Kuchling 206	Es gilt: Rückstellkraft + Dämpfungskraft = Masse × Beschl. → $-ky - \beta \dot{y} = m\ddot{y} \rightarrow \ddot{y} + 2\delta \dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ $\delta = \frac{\beta}{2m} \quad ; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad ; \quad T_d = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}$ $D = \frac{\delta}{\omega_0} \quad ; \quad e^{n\delta T_d} = \frac{\hat{y}_i}{\hat{y}_{i+n}} = \sqrt{\frac{E_i}{E_{i+n}}} = q^n$ *₁: Eigenkreisfrequenz der gleichen Schwingung <i>ohne</i> Dämpfung $\omega_0 = 2\pi f_0$	β: Dämpfungskonstante in $\frac{kg}{s}$ δ: Abklingkoeffizient in $\frac{1}{s}$ ω_0: Eigenkreisfrequenz*₁ ω_d: Kreisfrequenz der gedämpften Schwingung in $\frac{1}{s}$ T_d: Periode der gedämpften Schwingung in s D: Dämpfungsgrad (einheitslos) q: Amplitudenverhältnis (einheitslos) δT_d: Logarithmisches Dekrement n: Anzahl Schw. seit der Ampl. i k: Richtgrösse (z.B. Feder-Konst.) m: Masse in kg E: Energie in J
Lösung der DGL Kuchling 207	Schwingfall ($D < 1$) - $\mathbb{L} \in \mathbb{C}$ $y = A_1 \cdot e^{-\delta t} \sin \varphi \quad ; \quad \varphi = \omega_d t + \varphi_0$ Kriechfall ($D > 1$) - $\mathbb{L} \in \mathbb{R}$ $y = A_1 e^{\lambda_1 t} + A_2 e^{\lambda_2 t} \quad ; \quad \begin{aligned} \lambda_1 &= -\omega_0(D + \sqrt{D^2 - 1}) \\ \lambda_2 &= -\omega_0(D - \sqrt{D^2 - 1}) \end{aligned}$ Aperiodischer Grenzfall ($D = 1$) $y = (A_1 + A_2 t) e^{-\delta t} \quad ; \quad \delta = \omega_0$	Es handelt sich bei den Lösungen um allgemeine Lösungen für die homogene DGL. Für spezielle Lösungen müssen Anfangswerte bekannt sein, womit sich die Amplituden A_k bestimmen lassen.

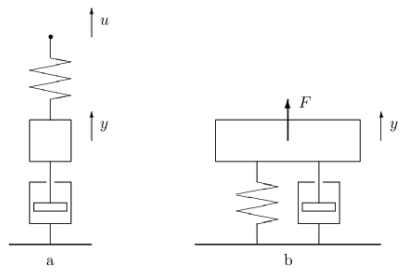
2.4 Fremderregte Schwingungen Kuchling 213

Die Erregungsschwingung ist jeweils das Störglied der DGL. Es gilt der allgemeine mechanische Zusammenhang:

$F_E + F_R + F_D = m\ddot{y}$	mit	$F_R = -ky$ "Rückstellkraft" $F_D = -\beta \dot{y}$ "Dämpfungskraft" $F_E = \hat{F}_E \cdot \sin(\varphi)$ "Erregerkraft"	und	k: Richtgrösse = F/y β: Dämpfungskonstante = $2\delta m$
---	----------------	---	----------------	--

Allgemeines	Frequenzverhältnis $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\sum m}}$	ω = Erregerkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{\sum c}{\sum m}}$ "Federn parallel"
------------------------	---	---

Kraft- / Federkrafteinwirkung



$$D > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

„überkritische Dämpfung“ $\Rightarrow$
Auch bei Resonanz bleibt die
Amplitude stets unter der statischen
Auslenkung ($V \leq 1$)

$$\text{Differentialgleichung: } m \ddot{y} + \beta \dot{y} + cy = \underbrace{c u_0}_{F_0} \sin(\omega t)$$

$$\text{Allgemeine Lösung der DGL: } y(t) = \underbrace{A(\omega) \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)}_{\text{stationär}} + \underbrace{B e^{-\delta t} \sin(\omega_d \cdot t + \varphi_1)}_{\text{transient}}$$

$$\text{Amplitude: } A = \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$$

$$\text{Phase zw. } \omega_0 \text{ \& } \omega: \varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

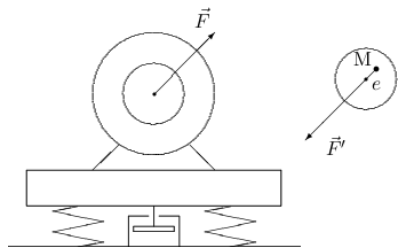
$$\text{Resonanzkreisfrequenz: } \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2} \quad (\omega_r < \omega_d < \omega_0)$$

$$\text{Resonanzamplitude: } A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}} = \frac{c \cdot u_0}{2m \sqrt{(\delta \omega_0)^2 - \delta^4}}$$

$$\text{Vergrößerungsfunktion: } V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} = \frac{A(\omega)}{u_0}$$

$$\text{Vergrößerung bei Resonanz: } V_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \eta_r^4}} \text{ mit } \eta_r = \sqrt{1 - 2D^2}$$

Unwuchterregung



m_R : Rotormasse (bewegt)

e : Exzentrizität
(Distanz Achse $\leftrightarrow$ SP)

F_0 : Kraft auf Fundament
ohne Federung

F_{B0} : verringerte Kraft

$$\text{Erregung: } F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t)$$

$$F_0 = m \cdot a_r = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 = m_R \cdot e \cdot \omega^2$$

$$\text{Differentialgleichung: } m \ddot{y} + \beta \dot{y} + cy = \underbrace{m_R e \omega^2 \sin(\omega t)}_{F(t)}$$

$$\text{Amplitude: } A = \frac{m_R e \omega^2}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$$

$$\text{Phase zw. } \omega_0 \text{ \& } \omega: \varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

$$\text{Resonanzkreisfrequenz: } \omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$$

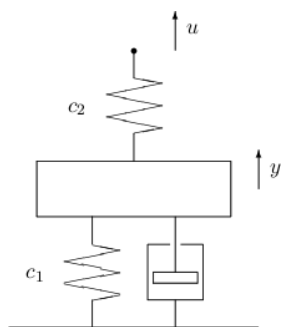
$$\text{Resonanzamplitude: } A_r = \frac{m_R}{m} \frac{e}{2D \sqrt{1 - D^2}}$$

$$\text{Kraftamplitude ohne Fed.: } F_0 = m_R e \omega^2 \sin(\omega t)$$

$$\text{Kraftamplitude mit Fed.: } F_{B0} = \frac{m_R e \omega^2 \sqrt{1 + 4D^2 \eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}} = F(\eta)$$

$$\text{Verhältnis: } \frac{F_{B0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2 \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}}$$

Indirekte Federkrafteinwirkung



$$\text{Differentialgleichung: } m \ddot{y} + \beta \dot{y} + cy = c_2 u_0 \sin(\omega t)$$

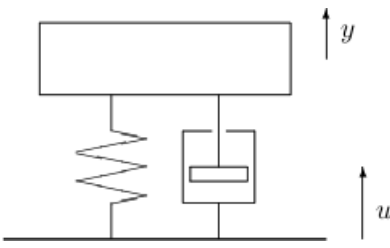
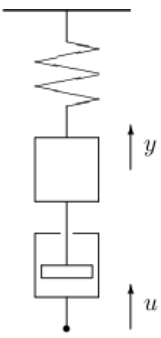
$$\text{Amplitude: } A = \frac{c_2}{c} \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$$

$$\text{Phase zw. } \omega_0 \text{ \& } \omega: \varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$$

$$\text{Resonanzkreisfrequenz: } \omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$$

$$\text{Resonanzamplitude: } A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}}$$

$$\text{Vergrößerungsfunktion: } V = \frac{c_2}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

Stützererregung 	Differentialgleichung: $m \ddot{y} + \beta \dot{y} + c y = c u_0 \sin(\omega t) + b \omega u_0 \cos(\omega t)$ $m \ddot{q} + \beta \dot{q} + c q = m \omega^2 u_0 \sin(\omega t)$ Amplitude: $A = \frac{\omega^2 u_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω : $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \pi$ Resonanzkreisfrequenz: $\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$ Resonanzamplitude: $A_r = \frac{u_0}{2D\sqrt{1 - D^2}}$ Vergrößerungsfunktion: $V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$
Dämpfererregung 	Differentialgleichung: $m \ddot{y} + \beta \dot{y} + c y = b \omega u_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ Amplitude: $A = \frac{b \omega u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω : $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$ Resonanzkreisfrequenz: $\omega_r = \omega_0 \rightarrow \text{max. bei } \eta = 1$ Resonanzamplitude: $A_r = u_0 \rightarrow V(1) = 1$ Vergrößerungsfunktion: $V = \frac{2 D \eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

2.5 Elektrische Schwingkreise **Kuchling 530**

	Serieschwingkreis	Parallelschwingkreis
DGL	$L \ddot{I} + R_S \dot{I} + \frac{1}{C} I = \omega U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$C \ddot{U} + \frac{1}{R_P} \dot{U} + \frac{1}{L} U = \omega I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
Amplitude	$I_0 = \frac{\omega U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$	$U_0 = \frac{\omega I_0}{C \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$
Phase	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$
Resonanzfrequenz	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad ; \quad \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Resonanzamplitude	$I_{0r} = \frac{U_0}{R_S}$	$U_{0r} = I_0 \cdot R_P \quad \text{mit } R_P = \frac{\omega^2 L^2}{R_S}$
Vergrößerungsfunktion	$V(\eta) = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D \eta)^2}}$ $\max[V(\eta)] = \frac{1}{2D\sqrt{1 - D^2}}$	$V(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D \eta)^2}}$ $\max[V(\eta)] = \frac{1}{2D\sqrt{1 - D^2}}$
Phasenverschiebung	$\varphi_U = \arctan\left(\frac{2D \eta}{1 - \eta^2}\right) - \pi$	$\varphi_I = \arctan\left(\frac{2D \eta}{1 - \eta^2}\right)$
Dämpfungsgrad	$D = \frac{R_S}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$	$D = \frac{1}{2 R_P} \sqrt{\frac{L}{C}}$

2.5.1 Güte des elektrischen Schwingkreis

$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t + T)} = \frac{1}{2D} = V_m = \frac{\omega_0}{\Delta \omega} \quad \text{wobei} \quad E = \frac{C U^2}{2} + \frac{L I^2}{2} = \frac{L I_0^2}{2} = \frac{L \omega_0^2 C^2 U_0^2}{2} = \frac{C U_0^2}{2}$

3 Wellen und Akustik Kuchling 229

Was ist eine Welle? Eine Welle ist eine Schwingung, die sich räumlich ausbreitet.

3.1 Wellenarten Kuchling 229

3.1.1 Längswellen (longitudinal)

- Schwingungs- und Ausbreitungsrichtung sind gleich
- Beispiel: Druckwellen (z.B. Schall)

3.1.2 Querwellen (transversal)

- Schwingungs- und Ausbreitungsrichtung sind senkrecht
- Beispiel: Elektromagnetische Wellen

3.2 Wellengleichung und Wellenfunktion Kuchling 231

Wellengleichung: $\ddot{\xi}(t) = u^2 \cdot \xi''(x) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = u^2 \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}$ Ebene harmonische Welle: $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \cdot \sin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \cdot e^{-j(\omega t - k\vec{r})}$ Harmonische Kugelwelle: $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } \cdot \sin(\omega t - k \vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } \cdot e^{-j(\omega t - k \vec{r})}$ Info $\vec{r}$: Falls Ausbreitungsrichtung eindimensional: $\vec{r} \rightarrow x$ Info Eulerformel: $e^{jx} = \cos(x) + j \sin(x)$	$\xi(\vec{r}, t)$: Wellenfunktion (Funktion in zwei Variablen) ; Auslenkung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t ξ_0 : Amplitude (Einheit abhängig von Physik der Anordnung) $\ddot{\xi}$: Zweite Ableitung nach der Zeit ξ'' : Zweite Ableitung nach dem Ort λ : Wellenlänge in m u : Wellenausbreitungsgeschwindigkeit in m/s ω : Kreisfrequenz in rad/s k : Wellenzahl in rad/m φ : Phasenverschiebung in rad f : Frequenz in Hz T : Periodendauer s
--	---

3.2.1 Wichtige Beziehungen

$k = \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}$	$u = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$	$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u}{f}$	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{T}$	$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$	$\varphi = \omega t - k \vec{r} $
---	--	--	------------------------------------	---	---	-----------------------------------

3.2.2 Wellenausbreitungsgeschwindigkeit Kuchling 233

Elastische Längswelle $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E : Elastizitätsmodul in N/m^2 $\rho = \rho$: Dichte in kg/m^3	Elastische Querwelle $u = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{mit } G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ G : Schubmodul in N/m^2 μ : Poisson-Zahl (einheitslos)	Querwelle bei Saite oder Seil $u = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{F}{\rho} + \frac{\pi E A}{\rho \lambda^2}}$ F : Spannkraft in N
Schwerewelle in tiefem Wasser $u = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}} \quad (\lambda \ll h)$ h : Wassertiefe in m	Schwerewelle in flachen Wasser $u = \sqrt{g h} \quad (\lambda \gg h)$	Kapillarwelle $u = \sqrt{\frac{2\pi \sigma}{\rho \lambda}}$ σ : Oberflächenspannung in N/m
Schallwelle in Fluiden $u = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa}}$ κ : Kompressibilität m^2/N	Schallwelle in Gasen $u = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}} \quad \begin{matrix} T=20^\circ C \\ \text{Luft} \end{matrix} \approx 344 \frac{m}{s}$ p : Druck in N/m^2 M : Molmasse in kg/mol κ : Adiabatenexponent (einheitslos)	Elektromagnetische Welle $u = \frac{c}{n}$ n : Brechungsindex (einheitslos)
$M_{Luft} = 0.02883 \frac{kg}{mol} = 28.83 \frac{g}{mol} \quad ; \quad \kappa_{Luft} = 1.4 \quad ; \quad R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K} \quad ; \quad T: C^\circ + 273,15K \quad ; \quad \rho = \frac{p M}{R T}$		

3.3 Wellen in ausgedehnten Medien Kuchling 235 und Wellenoptik Kuchling 391

3.3.1 Elektromagnetische Strahlungsenergie, Wellen-Teilchen-Dualismus

siehe Kapitel (Strahlen-)Optik

3.3.2 Prinzip von Huygens Kuchling 229

Jeder von einer Wellenbewegung erfasste Punkt eines Mediums wird selbst zum Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle. Die vielen entstehenden Elementarwellen kommen zur Überlagerung. Aufgrund der immer gleichen Wellengeschwindigkeit in einem Medium ergibt sich eine Wellenfront. Diese Wellenfront kann man auch als Strahl betrachten und kommt so zur Strahlenoptik.

Info Ursprung einer Welle: Am Anfang jeder Wellenbewegung steht eine Ursache, welche die Ursprungswelle in einem Punkt verursachte. Die Fortpflanzung der Ursprungswelle kann als Überlagerung von beliebig vielen Elementarwellen gesehen werden.

3.3.3 Überlagerung (Interferenz) Kuchling 235 und 391

$\xi_R(x,t) = \underbrace{\xi_1 \cdot \sin(\omega t_0 - kx_0)}_{\text{Welle 1}} + \underbrace{\xi_2 \cdot \sin(\omega t_0 - k(x_0 - \Delta x))}_{\text{Welle 2}}$ $= 2 \cdot \xi_0 \cdot \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cdot \sin\left(kx - \omega t \cdot \frac{\varphi}{2}\right) \quad (\text{für } \xi_1 = \xi_2 = \xi_0)$ $\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda}$ Konstruktive Interferenz (Verstärkung) Ist der Gangunterschied der Wellen ein Mehrfaches der gemeinsamen Wellenlänge, so wird die Amplitude maximal. $\Delta x = \overline{SD} = n \cdot \lambda$$\Delta \varphi = n \cdot 2\pi$ Achtung : Gleichfrequente Wellen mit Phasenunterschied! Destruktive Interferenz (Auslöschung) Ist der Gangunterschied der Wellen ein ungerades Mehrfaches der halben gemeinsamen Wellenlänge, so wird die Amplitude minimal. $\Delta x = \overline{SD} = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$\Delta \varphi = (2n + 1)\pi$ Achtung : Gleichfrequente Wellen mit Phasenunterschied! Schwebung (kleiner Frequenzunterschied) Ist der Frequenzunterschied zwischen den Wellen gering, ergibt sich eine Art Amplitudenmodulation. Die Frequenz der Umhüllenden ist gegeben durch den Frequenzunterschied der Wellen. $\Delta f = f_1 - f_2 $	ξ_R : Resultierende Welle S : Ausgangspunkt einer Welle D : Punkt wo die Wellen aufeinander treffen t_0 : Zeitpunkt des Aufeinandertreffens in s x_0 : Ort des Aufeinandertreffens in m λ : Wellenlänge in m ω : Kreisfrequenz rad/s φ : Phasenverschiebung in rad k : Wellenzahl in rad/m n : Zahl $\in \mathbb{N}_0$ Δx : Gangunterschied in m $\Delta \varphi$: Phasenwinkeldifferenz in rad Δf : Schwebungsfrequenz in $1/s$
Info Gangunterschied 1: Liegt der Gangunterschied zwischen konstruktiver und destruktiver Interferenz kommt es zu einer Teilverstärkung, bzw. Teilauslöschung! Info Gangunterschied 2: =Wegdifferenz der Wellen Achtung : Hier wird mit ebenen Wellen gearbeitet.	

3.3.4 Reflexion, Brechung und Wellenwiderstand Kuchling 236

Weil Wellenoptik und Strahlenoptik dieselben Phänomen beschreiben, bloss mit einer anderen Betrachtungsweise, gelten natürlich die gleichen Gesetze. Siehe Kapitel Optik.

Reflexionkoeffizient $R = \left(\frac{\xi_r}{\xi_h}\right)^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$ Transmissionskoeffizient $T = (1 - \sqrt{R})^2 = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$ Wellenimpedanz Allgemein (z.B. Schall) $Z = \rho \cdot u$ (siehe auch Kap. Schall) Elektromagnetisch $Z = Z_0 \cdot \frac{c}{n}$; $Z_0 = 377\Omega$	ξ_r : Amplitude des reflektierten Signals ξ_h : Amplitude des hinlaufenden Signals ρ : Dichte des Mediums in kg/m^3 u : Schallausbreitungsgeschw. / "Wellengeschw." in Medium in m/s c : Lichtgeschwindigkeit in m/s n : Brechungsindex (einheitslos) Z_0 : Wellenimpedanz des Vakuums in Ω
Info Koeffizienten: Anteil des Signals der reflektiert, bzw. transmittiert wird Info Z_0: $Z = \frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} \cdot Z_0 = Z_0 \cdot \frac{c}{n}$	

Phasensprung Kuchling 233

- Reflexion an **dichterem** Material (grössere Impedanz, kleinere Ausbreitungsgeschw.) → **Phase dreht um 180°**
- Reflexion an **dünnerem** Material (kleinere Impedanz, grössere Ausbreitungsgeschw.) → **Phase bleibt**

Stehende Welle Kuchling 233

Zwei sich räumlich ausbreitende (bzw. reflektierte) Wellen die sich so addieren, dass die Nullstellen der resultierenden Welle immer am gleichen Ort sind (Reflexion an dichtem Material). Die Frequenz der stehenden Welle eines Systems, nennt man die Eigenschwingfrequenz des Systems. Es ist die Schwingung, die das System ausführt, wenn man es sich selbst überlässt. Beispiel: Saitenschwingung siehe Eigenschwingungen und Akustik

Impedanzanpassung

Damit möglichst wenige Signalanteile im Kabel reflektiert werden und so Störungen verursachen, gleicht man die Impedanzen von Sender, Leitung und Empfänger an. So resultiert nämlich ein möglichst kleiner Reflexionskoeffizient. Diese Anpassung ist üblicherweise nur bei Hochfrequenztechnik (ab ca. 3 MHz) nötig. Vorher ist die Welle im Verhältnis zum Leiter so lang, dass (parasitäre) Kapazitäten die Reflexionen filtern.

Beispiel: Abschlusswiderstand bei BNC-Koaxialkabel

Info : Sind Ausgangs- und Lastimpedanz gleich gross, wird die Leistung in der Lastimpedanz maximal (Leistungsanpassung!).

3.3.5 Beugung

Beugung am engen Spalt Kuchling 394 Intensitätsminima: $\sin(\alpha_{min}) = \pm n \cdot \frac{\lambda}{b}$ Intensitätsmaxima: $\sin(\alpha_{max}) = \pm \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{b}$ Beugung am Doppelspalt Kuchling 395 Beugungsgitter Kuchling 395	α : Beugungswinkel λ : Wellenlänge in m b : Spaltbreite in m n : Zahl $\in \mathbb{N}$
---	--

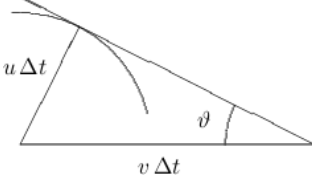
3.4 Schall

Was ist Schall? Schall ist eine Druckwelle (Längswelle). Wird z.B. auf einen Tisch geklopft entsteht im Tisch eine stark gedämpfte Schwingung deren Frequenz vom Material und der Anordnung abhängt. Diese Schwingung bewirkt in der Luft eine Druckwelle, welche z.B. vom Ohr (Trommelfell) registriert wird.

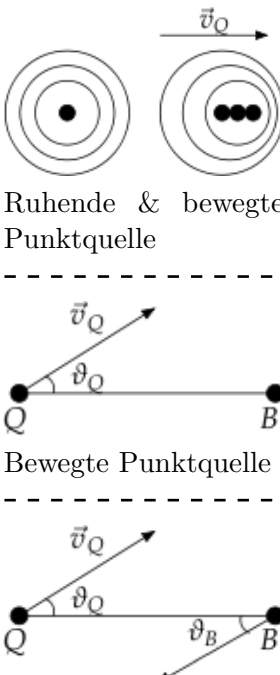
3.4.1 Mach'scher Kegel (Dopplereffekt in Medium bei hoher Geschwindigkeit) Kuchling 344

Klassisches Beispiel: Ist ein Flugzeug sehr schnell unterwegs, "stauen" sich die Schallwellen zu einer Front (Schallmauer) auf (Mach'scher Kegel). Fliegt das Flugzeug nahe bei Schallgeschwindigkeit oder übersteigt diese sogar, erreichen viele Schallwellen des Flugzeugs (eine Front) den Beobachter fast zeitgleich. Die Amplituden addieren sich und es wird ein intensiver Knall wahrgenommen. Die Schalldruckfront ist sogar so stark, dass man sie im Körper spürt.

Info : Weil dieser Effekt insbesondere bei Schall auftritt, ist er hier im Abschnitt "Schall" aufgeführt.

	$\sin(\vartheta) = \frac{u}{v} = \frac{1}{M}$	v : Geschwindigkeit der Schallquelle in m/s u : Geschwindigkeit vom Schall im Medium in m/s ϑ : Winkel zwischen Schallfront und Bewegungsrichtung der Schallquelle M : Mach-Zahl (Verhältnis Geschw. zu Schallgeschw.)
---	---	---

3.4.2 Doppler-Effekt (allgemein) Kuchling 342

	Bewegte Quelle, ruhender Beobachter $f_B = \frac{1}{1 \mp \frac{v_Q}{u}} f_Q$ $f_B = \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{u} \cos(\vartheta_Q)} f_Q$ $\ominus$ auf Hörer zu $\oplus$ von Hörer weg Bewegter Beobachter, ruhende Quelle $f_B = \left(1 \pm \frac{v_B}{u}\right) f_Q$ $f_B = \left(1 + \frac{v_B}{u} \cos(\vartheta_B)\right) f_Q$ $\ominus$ von Quelle weg $\oplus$ auf Quelle zu Allgemein $f_B = \frac{u + v_B \cos(\vartheta_B)}{u - v_Q \cos(\vartheta_Q)} f_Q$ Optischer (transversaler) Doppler-Effekt $f_B = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \vartheta_{rel}} f_Q$ mit $\beta = \frac{v_{rel}}{c}$ $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_B - \vec{v}_Q$ Schwebungseffekt $\Delta f = f_{empfangen} - f_{gesendet} $	f_B : gehörte Frequenz f_Q : gesendete Frequenz v_B : Geschwindigkeit Beobachter v_Q : Geschwindigkeit Quelle u : Schallgeschwindigkeit im entsprechenden Medium v_{rel} : Relativgeschwindigkeit zw. Q und B ϑ_{rel} : Winkel zwischen $\vec{v}_{rel}$ und $\overline{BQ}$
--	--	---

3.4.3 Schallquellen: Eigenschwingungen Kuchling 334

	Frequenzen	Wellenlängen
Allgemein	$f_n = \frac{1}{T_n} = n \cdot \frac{u}{2 \cdot l}$ "Eigenfrequenz"	$\lambda_n = \frac{u}{f_n} = \frac{2 \cdot l}{n}$
Saiten	$f_n = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\varrho}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$
Pfeifen	Offen: $f_n = n \cdot \frac{1}{2l} u_{\text{Gas}} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$ Gedeckt: $f_{(2n-1)} = \frac{2n-1}{4l} \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$ $\lambda_n = \frac{4l}{2n-1} \quad ((2n-1) = 1, 3, 5, \dots)$
Membranen	$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$	

m, n : Anz. Oberwellen (Nullstellen in Länge) ; a, b, l : Länge/Breite ; μ : Masse ; A : Fläche der Saite ; F : Spannkraft ; u : Wellenausbreitungsgeschwindigkeit ; $R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K}$: Gaskonstante ; κ : Adiabatenexponent (einheitslos) ; T : Temperatur in K ; M : Molmasse in $\frac{kg}{mol}$; ϱ : Dichte in $\frac{kg}{m^3}$; σ : Oberflächenspannung in $\frac{N}{m}$

3.4.4 Schallmessung Kuchling 348 ↓

3.4.5 Überlagerung von Schallwellen Kuchling 364

Grundgrößen		$\xi(x, t)$: Wellenfunktion																																	
Schallwelle	$\xi(x, t) = \xi_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$; $[\xi] = m$	t : Zeit in s																																	
mit Auslenkung	ξ_0 "Schwingamplitude der Teilchen"	x : Ort in m																																	
Schallschnelle* ₁	$v = \dot{\xi} = v_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$; $[v] = m/s$	k : Wellenzahl in $1/m$																																	
mit Schnelleamplitude	$v_0 = \omega \cdot \xi_0 = 2\pi \cdot f \cdot \xi_0$	ω : Kreisfrequenz in rad/s																																	
Schallbeschleunigung	$a = \ddot{\xi} = -a_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$; $[a] = m/s^2$	ρ : Dichte des Medium in kg/m^3																																	
mit Schallbeschl.ampl.	$a_0 = \omega^2 \cdot \xi_0$	u : Schallausbreitungsgeschw. / "Wellengeschw."																																	
Schalldruck	$\tilde{p}(x, t) = \Delta p_0 \cdot \cos(\omega t - kx)$; $[p] = N/m^2$	in Medium in m/s																																	
mit Druckamplitude	$\Delta p_0 = \rho \cdot u \cdot \omega \cdot \xi_0 = \rho \cdot u \cdot v_0$	P : Leistung																																	
Effektivwert	$p_{eff} = \frac{\Delta p_0}{\sqrt{2}}$ "nur für sinusförmige Funktionen!"	F : Wurzeleleistungsgrösse = $\sqrt{P}$																																	
Schallintensität	$I = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_0^2 \cdot u$; $[I] = W/m^2$	* ₁ : Schwinggeschwindigkeit der Teilchen des Mediums																																	
Schallwellenimpedanz	$Z = \rho \cdot u = \frac{\Delta p_0}{v_0}$; $[Z] = \Omega$	Umrechnung dB : Beispiele																																	
Pegelgrößen (logarithmisch)																																			
Logarithmisch skalierte Verhältniswerte in dB !																																			
Schallintensitätspegel	$L_I = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$; $I_0 = 10^{-12} W/m^2$	<table><tr><th>L</th><th>P/P₀</th><th>F/F₀</th></tr><tr><td>20 dB</td><td>100</td><td>10</td></tr><tr><td>10 dB</td><td>10</td><td>≈ 3.16</td></tr><tr><td>3 dB</td><td>≈ 2</td><td>≈ 1.41</td></tr><tr><td>1 dB</td><td>≈ 1.26</td><td>≈ 1.12</td></tr><tr><td>0 dB</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>-1 dB</td><td>≈ 0.79</td><td>≈ 0.89</td></tr><tr><td>-3 dB</td><td>≈ 0.5</td><td>≈ 0.71</td></tr><tr><td>-6 dB</td><td>≈ 0.25</td><td>≈ 0.5</td></tr><tr><td>-10 dB</td><td>≈ 0.01</td><td>≈ 0.32</td></tr><tr><td>-20 dB</td><td>≈ 0.001</td><td>≈ 0.1</td></tr></table>	L	P/P ₀	F/F ₀	20 dB	100	10	10 dB	10	≈ 3.16	3 dB	≈ 2	≈ 1.41	1 dB	≈ 1.26	≈ 1.12	0 dB	1	1	-1 dB	≈ 0.79	≈ 0.89	-3 dB	≈ 0.5	≈ 0.71	-6 dB	≈ 0.25	≈ 0.5	-10 dB	≈ 0.01	≈ 0.32	-20 dB	≈ 0.001	≈ 0.1
L	P/P ₀	F/F ₀																																	
20 dB	100	10																																	
10 dB	10	≈ 3.16																																	
3 dB	≈ 2	≈ 1.41																																	
1 dB	≈ 1.26	≈ 1.12																																	
0 dB	1	1																																	
-1 dB	≈ 0.79	≈ 0.89																																	
-3 dB	≈ 0.5	≈ 0.71																																	
-6 dB	≈ 0.25	≈ 0.5																																	
-10 dB	≈ 0.01	≈ 0.32																																	
-20 dB	≈ 0.001	≈ 0.1																																	
Schalldruckpegel	$L_p = 20 \cdot \log\left(\frac{p_{eff}}{p_{eff0}}\right)$; $p_{eff0} = 2 \cdot 10^{-5} Pa$																																		
Schallschnellenpegel	$L_v = 20 \cdot \log\left(\frac{v_{eff}}{v_{eff0}}\right)$; $v_{eff0} = 5 \cdot 10^{-8} m/s$																																		
Schalleistungspegel	$L_P = 10 \cdot \log\left(\frac{P}{P_0}\right)$; $P_0 = 10^{-12} W$																																		
Info Bezugswerte bei Pegelgrößen: Die Bezugswerte sind genormt.																																			
Achtung Lautstärke: Ist eine psychoakustische Grösse und damit subjektiv (nicht messbar)! Besser die objektiven Pegelgrößen verwenden. Siehe auch "PHON-Skala".																																			

3.4.6 Akustik

Ton:	Harmonische Schallwelle (einzelne Frequenz im diskreten Spektrum)
Klang:	Überlagerung von harmonischen Schwingungen, deren Frequenz in einem ganzzahligen Verhältnis zur Grundfrequenz stehen (diskretes Spektrum)
Geräusch:	Kontinuierlich verteiltes Frequenzspektrum
Schalldämpfung:	Abschwächung der Schallwellen durch Absorption. Schallenergie wird in Wärme umgewandelt
Schalldämmung:	Behinderung der Ausbreitung durch Reflexion

Die von den Begrenzungsflächen des Raumes mehrfach reflektierten Wellen bewirken, dass beim plötzlichen Abschalten einer Schallquelle der Schall nicht sofort verschwindet, sondern allmählich abklingt. Dieses Phänomen wird Nachhall genannt. Für die Nachhallzeit gilt (bei T_N ist Abnahme bei 60 dB):

Nachhall:

$$T_N = 0.16 \cdot \frac{V}{\sum_i \alpha_i A_i}$$

V : Raumvolumen in m^3
 α : Absorptionsgrad (einheitslos)
 A : Absorptionsfläche in m^2

4 Diverses

Diverses		
Trigo	$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$	$\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$
	$\cot(\alpha) = \frac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$	
	Produkte $\sin(\alpha) \sin(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta))$ $\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2}(\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta))$ $\sin(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2}(\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta))$	Doppel- und Halbwinkel $\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)$ $\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)$ $\cos^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1+\cos(\alpha)}{2}$; $\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1-\cos(\alpha)}{2}$
	Additionstheoreme $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta)$ $\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha) \cdot \tan(\beta)}$	Summe und Differenz $\sin(\alpha) + \sin(\beta) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\sin(\alpha) - \sin(\beta) = 2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$ $\cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\cos(\alpha) - \cos(\beta) = -2 \cdot \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$ $\tan(\alpha) \pm \tan(\beta) = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos(\alpha) \cos(\beta)}$
Logarithmus	Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos(\alpha)$	
	Allgemein $y = \log_b(x) \Leftrightarrow b^y = x$ Basiswechsel $\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$	$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$ $\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log(x) - \log(y)$ $\log(x^m) = m \cdot \log(x)$
Integralrechnung		
Grenzen	$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$	$\int_a^b f(x) dx = \int_{a-c}^{b-c} f(x+c) dx$
Summen	$\int (a+b-c) dx = \int a dx + \int b dx - \int c dx$	
Linearität	$\int f(\alpha x + \beta) dx = \frac{1}{\alpha} \cdot F(\alpha x + \beta) + C$	
Allgemeine Potenzregel	$\int (f(x))^\alpha \cdot f'(x) dx = \frac{1}{\alpha+1} \cdot (f(x))^{\alpha+1} + C$	$\alpha \neq -1$
Logarithmische Integration	$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (f(x))^{-1} \cdot f'(x) dx = \ln f(x) + C$	$f(x) \neq 1$
Partielle Integration	$\int_a^b u'(x) \cdot v(x) dx = \left[u(x) \cdot v(x) \right]_a^b - \int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx$	$v(x)$: einfachste Funktion wählen! Trigo•Exp $\rightarrow$ 2 $\times$ part. Int. und GL nach Int. umstellen
Allgemeine Substitution (Mitsubstituieren der Grenzen)	$\int_a^b f(x) dx = \int_{g^{-1}(a)}^{g^{-1}(b)} f(g(t)) \cdot g'(t) dt$	$t = g^{-1}(x)$ $x = g(t)$ $dx = g'(t) \cdot dt$
Differentialrechnung		
Ableitungsregeln	Summenregel $(u \pm v)' = u' \pm v'$	Quotientenregel $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' - uv'}{v^2}$
	Potenzregel $(u^\alpha)' = \alpha \cdot u^{\alpha-1} u'$	
	Produktregel $(u \cdot v)' = u'v + uv'$	Kettenregel $\left[u(v(x))\right]' = \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$