

1 Optik

1.1 Diverses

Konstanten

Farbenlehre Kuchling 386

Vakuumgeschwindigkeit:

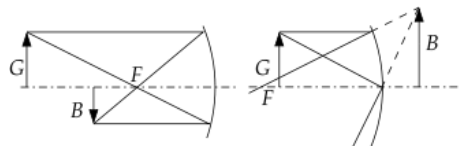
$$c = 299'792'458 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

1.2 Geometrische Optik Kuchling 360 Stöcker 309

Brechungsgesetz Kuchling 365 Stöcker 320	$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \sin \varepsilon_2 \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_1'$																	
Brechungsindex Kuchling 365 Stöcker 320	$n = \frac{c}{u} \qquad \begin{array}{l} [c]=\text{Vakumgeschwindigkeit} \\ [u]=\text{Lichtgeschwindigkeit} \end{array}$	<table><tr><th>Medium</th><th>n</th><th>Medium</th><th>n</th></tr><tr><td>Luft</td><td>1,000292</td><td>Kronglas (K13)</td><td>1,522</td></tr><tr><td>Wasser</td><td>1,333</td><td>Flintglas (K2)</td><td>1,620</td></tr><tr><td></td><td></td><td>Diamant</td><td>2,417</td></tr></table>	Medium	n	Medium	n	Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522	Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620			Diamant	2,417
Medium	n	Medium	n															
Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522															
Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620															
		Diamant	2,417															
Totalreflexion Kuchling 366 Stöcker 322	Für $n_1 > n_2$ $\varepsilon = \varepsilon_g \Rightarrow$ Grenzfall (ausgezogene Linie) $\varepsilon < \varepsilon_g \Rightarrow$ Brechung (gepunktete Linie) $\varepsilon > \varepsilon_g \Rightarrow$ Reflexion (gestrichelte Linie) $\varepsilon = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$																	
Brennweite Kuchling 362 Stöcker 316	Spiegel: $f = \frac{r}{2}$ (für kleine h gilt $a = b \approx \frac{r}{2}$) Linse: → Linsenschleifergleichung																	
Brechkraft, Linsenschleifer- gleichung Kuchling 370	$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \qquad \underbrace{D_{tot} = D_1 + D_2}_{\text{Abstand von Linsen} \ll f}$ $\frac{1}{r_1}; \frac{1}{r_2} = 0$: Plan $r_1, r_2 > 0$: Konvex $r_1, r_2 < 0$: Konkav	D = Brechwert in Dioptrie [dpt] n_1 = B.index d. umgebenden Mediums n_2 = B.index der Linse																
Brillengleichung	$D_B = D'_{min} - D_{min} = \frac{1}{g'_{min}} - \frac{1}{g_{min}}$	D_B : Brechwert der Brille g'_{min} : neue Entfernung zum Scharf sehen g_{min} : alte Entfernung zum Scharf sehen																
Abbildungs- gleichungen Kuchling 363 Stöcker 373	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \alpha$$\alpha_{tot} = \alpha_1 \cdot \alpha_2$ G = Gegenstandshöhe g = Gegenstandsweite B = Bildhöhe b = Bildweite F = Brennpunkt f = Brennweite α = Vergrößerungsfaktor $\alpha < 1$ = verkl., $\alpha > 1$ = vergr. <u>Vorzeichenkonventionen</u> ○ Spiegel konkav / Linse konvex (sammelnd) ⇒ $f > 0$ ○ Spiegel konvex / Linse konkav (zerstreuend) ⇒ $f < 0$ ○ Bild virtuell ⇒ $b < 0$ & $B < 0$ ○ Gegenstand virtuell ⇒ $g < 0$ & $G < 0$	Bei reelem Gegenstand: $B > 0$: invertiertes Bild $B < 0$: aufrecht, seitenrichtig																

1.3 Spiegel Kuchling 362 Stöcker 315

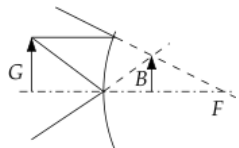
Sammel-/Konkavspiegel
(Hohlspiegel)
 $f > 0, g > 0$



Gegenstand ausserhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Streu-/Konvexspiegel
(Wölbspiegel)
 $f < 0, g > 0$



Gegenstand hat stets virtuelles, verkleinertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Planspiegel

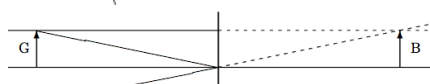
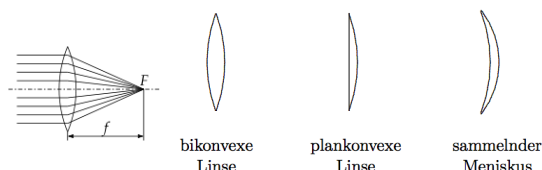


Bild ist virtuell und gleich gross wie Gegenstand, Bildweite ist gleich Gegenstandsweite. Brennpunkt liegt im Unendlichen. ($b < 0$)

1.4 Linsen Kuchling 369 Stöcker 331

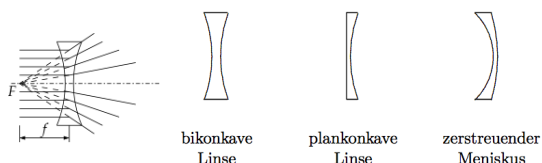
Sammel-/Konvexlinsen
 $f > 0, g > 0$



Gegenstand ausserhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Konkav-/Zerstreuungslinsen
 $f < 0, g > 0$

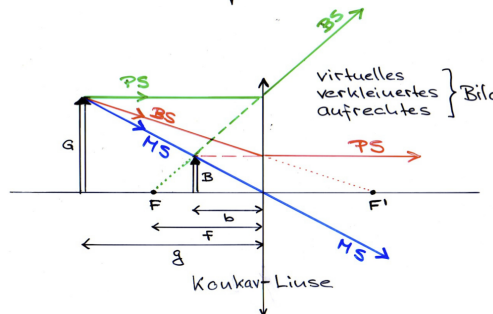
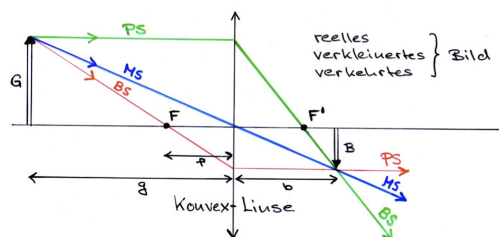
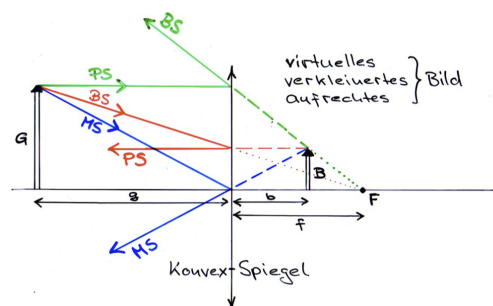
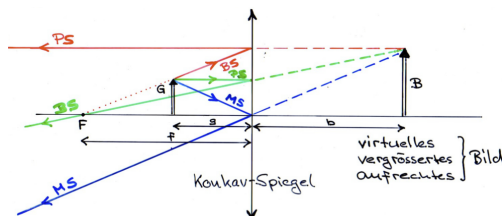


Gegenstand hat stets virtuelles, aufrechtes & verkleinertes Bild ($b < 0$)

1.5 Strahlengänge

PS $\rightarrow$ BS
BS $\rightarrow$ PS
MS $\rightarrow$ MS

BS = Brennpunkt-Strahl
PS = Parallel-Strahl
MS = Mittelpunkt-Strahl
G = Gegenstandshöhe
g = Gegenstandsweite
B = Bildhöhe
b = Bildweite
F = Brennpunkt
f = Brennweite



1.6 Optische Systeme

1.6.1 Lupe Kuchling 381 Stöcker 345

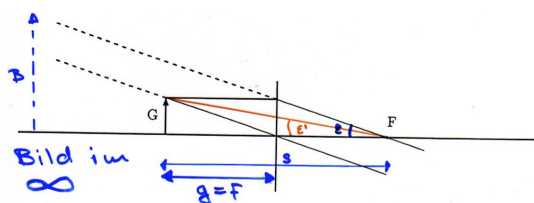
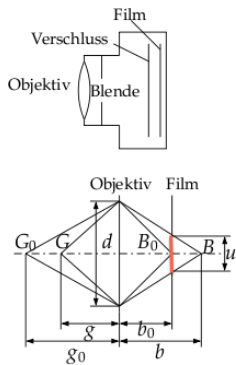


Bild ist im Unendlichen, wenn $g = f$
Erzeugt virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild

V Vergrösserung
 ε Sehwinkel mit Lupe
 $V = \frac{s}{f} = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} \Rightarrow \frac{s}{g} > V_{\text{normal}}$
 s deutliche Sehweite (Auge: 25cm)
 $\varepsilon' = \varepsilon_0$ Sehwinkel ohne Lupe = $1/60^\circ$

1.6.2 Kamera Kuchling 378 Stöcker 343



Erzeugt reelles, verkleinertes & umgekehrtes Bild

g Schärfentiefe
 g_0 Mittlere Gegenstandsweite
 Z Blendenzahl
 E Belichtung
 u Unschärfekreisdurchmesser
 q Öffnungsverhältnis (Lichtstärke)
 d Blenden-Durchmesser
 f Brennweite (z.B. 35mm-Objektiv)

$$\frac{1}{g_{\min/\max}} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q f^2} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } g_{\min} \\ - \text{ für } g_{\max} \end{array}$$

$$B = \frac{f}{g - f} G \quad \text{bzw. für } g \gg f \quad B = \frac{f}{g} G$$

$$Z = \frac{f}{d} = \frac{1}{q} \quad q = \frac{d}{f} = \frac{1}{Z}$$

$$E \sim q^2 t$$

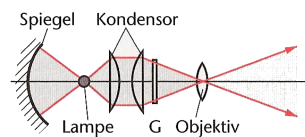
Kleine Blende ($Z = 16$, $q = 1 : 16$)

$\Rightarrow$ grosse Tiefenschärfe

Grosse Blende ($Z = 4$, $q = 1 : 4$)

$\Rightarrow$ viel Licht, kleine Tiefenschärfe

1.6.3 Projektor Kuchling 377



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild

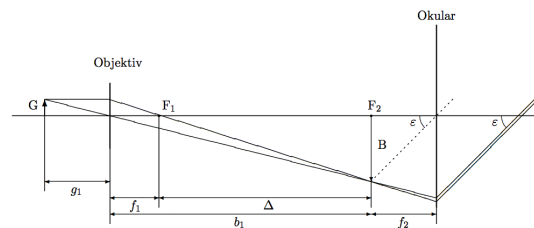
$$\beta = \frac{b}{g} = \frac{b}{f} - 1 \quad \text{mit } \beta \text{ Abbildungsstab}$$

1.6.4 Mikroprojektor

Erzeugt reelles Bild auf Schirm mit

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

1.6.5 Mikroskop Kuchling 382 Stöcker 345



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild.

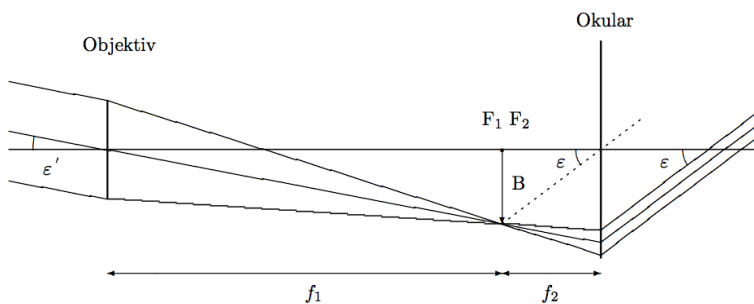
$$V_1 = \frac{\Delta}{f_1} \quad \text{Vergrößerung des Objektivs}$$

$$V_2 = \frac{s}{f_2} \quad \text{Vergrößerung des Okulars}$$

$$\Delta = \overline{F_1 F_2} = b_1 - f_1 \quad \text{Tubuslänge}$$

$$V = V_1 V_2 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\Delta}{f_1} \frac{s}{f_2} = \frac{B}{G} \frac{s}{f_2}$$

1.6.6 Keplersches (Astronomisches) Fernrohr Kuchling 383 Stöcker 347



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild. Dies ist ein Spezialfall des Mikroskops, wo die **Gegenstandsweite** auf **unendlich** ($g \rightarrow \infty$) eingestellt ist.

D Durchmesser Objektiv

V Vergrößerung

a Abstand Okular-Austrittspupille

l Abstand Objektiv-Okular

d Grösse Austrittspup.

L Lichtstärke

$$V = \frac{\tan(\epsilon)}{\tan(\epsilon')} = \frac{B/f_2}{B/f_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D}{d} = \frac{f_1 + f_2}{a} \quad l = f_1 + f_2 \quad \frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2} \quad a = \frac{l}{V} \quad d = \frac{D}{V} \quad L = d^2 = \left(\frac{D}{V}\right)^2$$

Bezeichnung auf Fernrohren, Ferngläser (z.B. 10x50) entspricht $V \times D$

1.6.7 Diverse Kuchling 384 Stöcker 347

Terrestr. Fernr. $V = \frac{f_1}{|f_2|}$ Länge: $l = f_1 - |f_2|$ (evt. mit Umkehrlinse (ZF), Prismen oder Streul. zur Umkehrung)
 Spiegelteleskope Reflexion $\leftrightarrow$ Brechung (weniger Lichtv.), k. Dispersion (k. chrom. Abberation), Verzug durch Masse

1.7 Abbildungsfehler

Sphärische Abberation

Koma

Astigmatismus, Bildfeldwölbung

Verzeichnung

Chromatische Abberation

Brennweite ist Funktion des Abstands zur optischen Achse

beim schiefen Einfall ($\rightarrow$ Schweifförmiger Fehler)

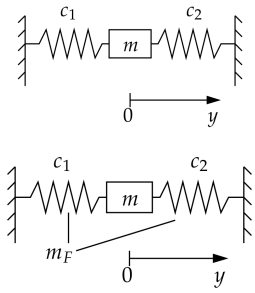
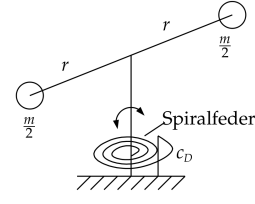
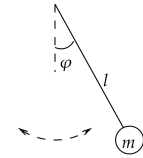
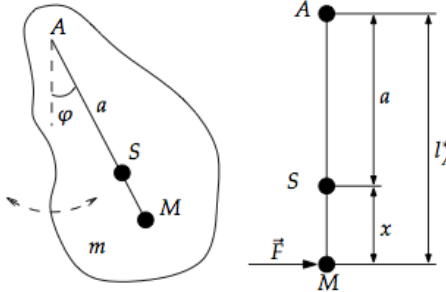
vertikal und horizontal $\rightarrow$ andere Brennweite (Auge)

tonnen- oder kissenförmige Verzeichnung eines Quadrates ($\rightarrow$ Photogrammetrie)

wegen Dispersion $\Rightarrow$ Brennweite ist Funktion von λ (Farbe)

2 Schwingungen **Kuchling 192 Stöcker 235**

2.1 Ungedämpfte Schwingungen

Harmonische Schwingung Kuchling 193 Stöcker 236	$y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\ddot{y} + \omega^2 y = 0 \quad v(t) = \dot{y} \quad a(t) = \ddot{y}$	$A = \text{Amplitude [1]}$ $\omega = \text{Kreisfrequenz } [\frac{1}{s}]$ $v(t) = \text{Geschwindigkeit } [\frac{m}{s}]$ $a(t) = \text{Beschleunigung } [\frac{m}{s^2}]$
Trägheitskraft/Moment	Trans.: $F_T(y) = m \cdot \ddot{y} \quad \text{Rot.: } M_T(\varphi) = J \cdot \ddot{\varphi}$	$J = [kg \cdot m^2]$
Schwingungsenergie Kuchling 203 Stöcker 240	$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{c y^2}{2} + \frac{m v^2}{2} = \frac{c}{2} \cdot A^2$ $\frac{m \omega^2 A^2}{2} (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) = \frac{m \omega^2 A^2}{2}$	$E = \text{Energie [J]}$ $v = \dot{y} = \text{Geschwindigkeit } [\frac{m}{s}]$ $m = \text{Masse [kg]}$
Federpendel Kuchling 198 Stöcker 238	<u>ohne Federmasse:</u> $m \ddot{y} + c y = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_2}}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$ rücktr. Kraft: $F = -c y = m \ddot{y} = F_T$ <u>mit Federmasse:</u> $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m_F}{3}}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$	
Drehpendel Kuchling 199 Stöcker 245	$J \ddot{\varphi} + c_D \varphi = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_D}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c_D}}$ rücktr. Drehm.: $M = -c_D \varphi = J \ddot{\varphi} \text{ (Bewegung)}$	 $c_D = [\frac{N \cdot m}{rad}]$
Fadenpendel, Mathematisches Pendel Kuchling 200 Stöcker 240	$l \ddot{\varphi} + g \sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}(\varphi \ll 1)} l \ddot{\varphi} + g \varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad v = l \dot{\varphi} \quad a = l \ddot{\varphi}$	
Physisches Pendel Kuchling 201 Stöcker 243 Massenträgheitsmomente Kuchling 131 Stöcker 103	$J_A \ddot{\varphi} + m g a \sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}} J_A \ddot{\varphi} + m g a \varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{m g a}{J_A}} = \sqrt{\frac{g}{l^*}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m g a}} = 2\pi \sqrt{\frac{l^*}{g}}$ $l^* = \frac{J_A}{m a} = \frac{J_M}{m x} = \frac{J_S}{m \cdot a} + a$ bei mehreren Elementen: $J_A = \sum J_{A_i} \quad m = \sum m_i$ $J_A = J_S + m a^2 \quad J_M = J_S + m x^2$ Perkussionszentrum Trifft ein Schlag den Schwingungsmittelpunkt M wirken keine Kräfte auf den Punkt A & umgekehrt Minimale Schwingungsdauer $l_{min}^* = 2 \sqrt{\frac{J_S}{m}}$ wenn $a = x = a_{min}$	 $l^* = \text{reduzierte Pendellänge}$ $l_A^* = l_M^*$
Schwerpunkt berechnen Kuchling 66 Stöcker 84	$\vec{R} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i}{m} \quad m = \sum_i \Delta m_i$	$\vec{R} = \text{Ortsvektor des Schwerpunkts}$ $\vec{r}_i = \text{Koordinate des } i\text{-ten Elements}$ $\Delta m_i = \text{Masse des } i\text{-ten Elements}$

2.2 Gedämpfte Schwingungen

Konstante Reibung Kuchling 205 Stöcker 249	$m\ddot{y} + cy + F_R = 0 \quad F_R = \mu F_N \quad \Delta A = 4 \frac{F_R}{c}$ Masse bleibt stehen, wenn $c \cdot A_n < F_R$	$\Delta A =$ Abnahme von A pro Periode $[m]$ $F_R =$ Reibkraft $[N]$ $c =$ Federkonstante $[\frac{N}{m}]$
Geschwindigkeitsprop. Dämpfung Kuchling 205 Stöcker 250	<u>$D < 1$: Schwingfall</u> $m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = \ddot{y} + \underbrace{\frac{b}{m}}_{2\delta} \cdot \dot{y} + \underbrace{\frac{c}{m}}_{\omega_0^2} \cdot y = 0$ $F_d = -b\dot{y}$ Ansatz abklingende Schwingung: $y(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $\delta = \frac{b}{2m}$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} = \sqrt{\frac{c}{m} - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2 \cdot D^2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ $D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\frac{\Lambda}{2\pi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2}} \approx \frac{\Lambda}{2\pi} \text{ (für kleine } D)$ $\Lambda = \delta T = \frac{2\pi D}{\sqrt{1 - D^2}} = \ln \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} \quad \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} = e^{\delta T}$ $\frac{A_{n+1}}{A_n} = \sqrt{\frac{A_{n+k}}{A_n}}$ $\frac{E_t}{E_{t+\Delta t}} = \frac{A_t^2}{A_{t+\Delta t}^2} \quad \frac{A_t}{A_{t+\Delta t}} = e^{\delta \Delta t}$ <u>$D > 1$: Kriechfall (keine Schwingung mehr)</u> $y(t) = b_1 e^{\lambda_1 t} + b_2 e^{\lambda_2 t}$ $\lambda_1 = -\omega_0(D + \sqrt{D^2 - 1}) \quad \lambda_2 = -\omega_0(D - \sqrt{D^2 - 1})$ <u>$D = 1$: Aperiodischer Grenzfall ($\delta = \omega_0$)</u> $y = (b_1 + b_2 t) e^{-\delta t} \quad \omega_0^2 = \frac{c}{m} = \frac{b^2}{4m^2} = \delta^2$	$m =$ Mitschwingende Masse $[kg]$ $b =$ Dämpfungskonstante $[\frac{kg}{s}]$ $c =$ Federkonstante $[\frac{N}{m}]$ $F_d =$ Geschwindigkeits-proportionale Dämpfungskraft $\omega_0 =$ Eigen-Kreisfr. $[\frac{1}{s}]$ $\omega_d =$ gedämpfte Kreisfr. $[\frac{1}{s}]$ $\omega_r =$ Resonanzkreisfrequenz $[\frac{1}{s}]$ $T =$ Periodendauer $[s]$ $A =$ Amplitude $[1]$ $\varphi_0 =$ Phasenwinkel $[rad]$ $E =$ Energie $[J]$ $\delta =$ Abklingkonstante $[1/s]$ $D =$ Dämpfungsgrad $[1]$ $\Lambda =$ logarithmisches Dekrement $[1]$ $\hat{A}_n = A_{max}$ zu Zeitpunkt t_n $[1]$ $\hat{A}_{n+1} = A_{max}$ zu Zeitpunkt $t_n + T$ $[1]$ $E_t = E$ zu Zeitpunkt t $[J]$ $E_{t+\Delta t} = E$ zu Zeitpunkt $t + \Delta t$ $[J]$ $A_t = A$ zu Zeitpunkt t $[1]$ $A_{t+\Delta t} = A$ zu Zeitpunkt $t + \Delta t$ $[1]$ b_1 & b_2 durch Anfangsbedingungen

2.3 Diverse Formeln

Translation	Rotation	Diverses
$x =$ Weg	$\varphi =$ Weg	$F = m \cdot a$
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\varphi}$	$F = m \cdot \alpha \cdot r$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$	$M = J \cdot \alpha = J \cdot \ddot{\varphi}$

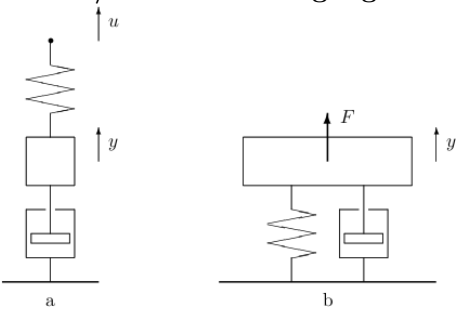
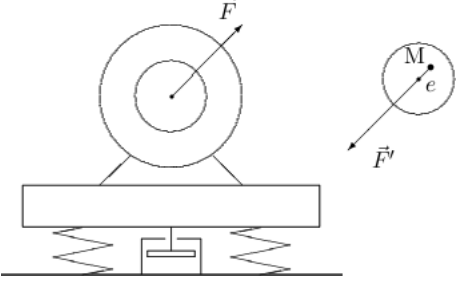
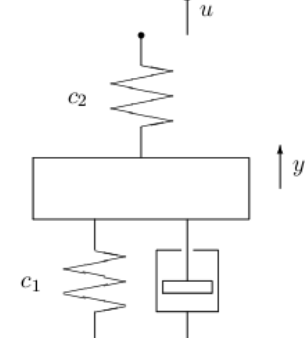
2.4 Federn in Serie und Parallel

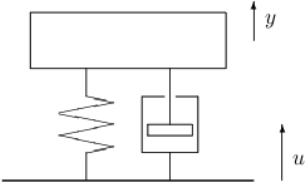
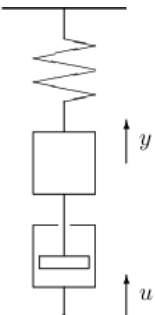
Parallel: $c = c_1 + c_2$

Serie: $\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \longrightarrow c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$

2.5 Fremderregte Schwingungen **Kuchling 213 Stöcker 254**

Die **Erregungsschwingung** ist jeweils das Störglied der DGL.

Allgemein	Dimensionslose Frequenz $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ $\omega = \text{Erregerkreisfrequenz}$ Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\sum m}}$ Federn parallel: $\omega_0 = \sqrt{\frac{\sum c}{\sum m}}$
Kraft- / Federkrafterregung 	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = \underbrace{c u_0}_{F_0} \sin(\omega t)$ Amplitude $A = \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$ $\omega_r < \omega_d < \omega_0$ Resonanzamplitude $A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}} = \frac{c \cdot u_0}{2m \sqrt{(\delta \omega_0)^2 - \delta^4}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} = \frac{A(\omega)}{u_0}$ Vergrößerung bei Resonanz $V_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \eta_r^4}}$ mit $\eta_r = \sqrt{1 - 2D^2}$ Überkritische Dämpfung, wenn $D > \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Auch bei Resonanz bleibt Amplitude stets unter statischer Auslenkung ($V \leq 1$)
Unwuchterregung  m_R Rotormasse (bewegt) e Exzentrizität (Distanz Achse $\leftrightarrow$ SP) F_0 Kraft auf Fundament ohne Federung F_{B0} verringerte Kraft	$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t)$ $F_0 = m \cdot a_r = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 = m_R \cdot e \cdot \omega^2$ Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = m_R e \omega^2 \sin(\omega t)$ Amplitude $A = \frac{m_R e \omega^2}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$ Resonanzamplitude $A_r = \frac{m_R}{m} \frac{e}{2D \sqrt{1 - D^2}}$ Kraftamplitude ohne Fed. $F_0 = m_R e \omega^2 \sin(\omega t)$ Kraftamplitude mit Fed. $F_{B0} = \frac{m_R e \omega^2 \sqrt{1 + 4D^2 \eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}} = F(\eta)$ Verhältnis $\frac{F_{B0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2 \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}}$
Indirekte Federkrafterregung 	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = c_2 u_0 \sin(\omega t)$ Amplitude $A = \frac{c_2}{c} \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$ Resonanzamplitude $A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{c_2}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

Stützererregung 	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + c y = c u_0 \sin(\omega t) + b \omega u_0 \cos(\omega t)$ Amplitude $A = \frac{\omega^2 u_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \pi$ Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$ Resonanzamplitude $A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$
Dämpfererregung 	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + c y = b \omega u_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ Amplitude $A = \frac{b \omega u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$ Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \omega_0 \rightarrow \text{max. bei } \eta = 1$ Resonanzamplitude $A_r = u_0 \rightarrow V(1) = 1$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{2D\eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

2.6 Elektrische Schwingkreise **Kuchling 530 Stöcker 253**

	Serienschwingkreis	Parallelschwingkreis
Diffgl:	$L\ddot{I} + R_S\dot{I} + \frac{1}{C}I = \omega U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$C\ddot{U} + \frac{1}{R_P}\dot{U} + \frac{1}{L}U = \omega I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
Amplitude:	$I_0 = \frac{\omega U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$	$U_0 = \frac{\omega I_0}{C \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$
Phase:	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$
Resonanzfrequenz:	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Resonanzamplitude:	$I_{0r} = \frac{U_0}{R_S}$	$U_{0r} = I_0 \cdot R_P \quad \text{mit } R_P = \frac{\omega^2 L^2}{R_S}$
Vergrößerungsfunktion:	$V(\eta) = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$ Max: $V_m = \frac{1}{2D \sqrt{1 - D^2}}$	$V(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$ Max: $V_m = \frac{1}{2D \sqrt{1 - D^2}}$
Phasenverschiebung:	$\varphi_U = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2}\right) - \pi$	$\varphi_I = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2}\right)$
Dämpfungsgrad:	$D = \frac{R_S}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$	$D = \frac{1}{2R_P} \sqrt{\frac{L}{C}}$

2.6.1 Güte

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)} = \frac{1}{2D} = V_m = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad \text{wobei} \quad E = \frac{C U^2}{2} + \frac{L I^2}{2} = \frac{L I_0^2}{2} = \frac{L \omega_0^2 C^2 U_0^2}{2} = \frac{C U_0^2}{2}$$

3 Wellen / Akustik **Kuchling 229 Stöcker 265**

3.1 Definitionen räumlicher Elementarwellen

Wellengleichung: $\ddot{\xi} = u^2 \cdot \xi''(x)$ Ebene harmonische Welle: $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \sin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 e^{-j(\omega t - k\vec{r})}$ Harmonische Kugelwelle: $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } \sin(\omega t - k \vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } e^{-j(\omega t - k \vec{r})}$	$\ddot{\xi}$ = Zweite Ableitung nach der Zeit ξ'' = Zweite Ableitung nach dem Ort $\xi(\vec{r}, t)$ = Auslenkung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t ξ_0 = Amplitude [1] k = Wellenzahl [$\frac{1}{m}$] $\vec{r}$ = Ortsvektor [m] ω = Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$] φ = Phasenverschiebung [rad] λ = Wellenlänge [m] u = Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$] f = Frequenz [Hz] T = Periodendauer [s]
---	---

3.2 Wichtige Beziehungen

$k = \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}$	$u = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$	$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u}{f}$	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{T}$	$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$	$\varphi = \omega t - k \vec{r} $
---	--	--	------------------------------------	---	---	-----------------------------------

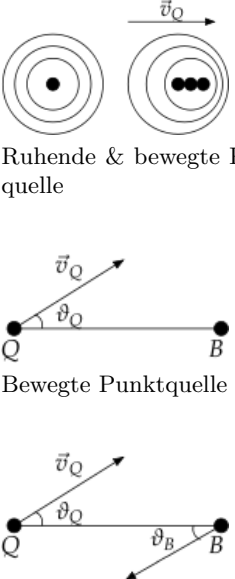
3.3 Wellengeschwindigkeit **Kuchling 233 Stöcker 267**

Elastische Längs-/ Longitudinalwelle $u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ E : Elastizitätsmodul, ρ = Dichte	Elastische Quer-/ Transversalwelle $u = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ mit $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ G : Schubmodul, μ = Poisson-Zahl	Transversalwellen bei Saite oder Seil $u = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{F}{\rho} + \frac{\pi E A}{\rho \lambda^2}}$ F : Spannkraft, E : Elastizitätsmodul
Schwerewellen in tieftem Wasser $u = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}}$ $(\lambda \ll h)$	Schwerewellen in flachem Wasser $u = \sqrt{g h}$ $(\lambda \gg h)$	Kapillarwellen $u = \sqrt{\frac{2\pi \sigma}{\rho \lambda}}$ σ : Oberflächenspannung
Schallwellen in Fluiden $u = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa}}$ κ : Kompressibilität	Schallwellen in Gasen $u = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$ p : Druck, M : Molmasse κ : Adiabatenexponent	Elektromagnetische Wellen $u = \frac{c}{n}$ n : Brechungsindex
$M_{Luft} = 0.02883 \frac{kg}{mol} = 28.83 \frac{g}{mol}$		
$R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K}$		
$\kappa_{Luft} = 1.4$		
$T: C^\circ + 273, 15K$		

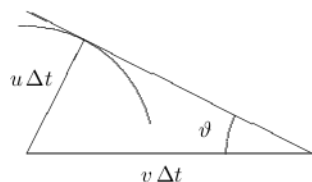
3.4 Eigenschwingungen Allg. / Akustik **Kuchling 334 Stöcker 294**

Allgemein	Eigenfrequenz: $f_n = \frac{1}{T_n} = n \cdot \frac{u}{2 \cdot l}$	Wellenlänge: $\lambda_n = \frac{u}{f_n} = \frac{2 \cdot l}{n}$
Saiten	Grundfrequenz: $f_n = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$
Pfeifen	Offen: $f_n = n \cdot \frac{1}{2l} u_{Gas} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$
	Gedeckt: $f_{(2n-1)} = \frac{2n-1}{4l} \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$	$\lambda_n = \frac{4l}{2n-1} \quad ((2n-1) = 1, 3, 5, \dots)$
Membranen	$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$	m, n : Anz. Oberwellen und a, b : Länge/Breite μ : Masse / Fläche; F : Spannkraft / Länge

3.5 Doppler-Effekt **Kuchling 342 Stöcker 277**

 Ruhende & bewegte Punktquelle Bewegte Punktquelle Bewegter Beobachter & bewegte Quelle	Bewegte Quelle, ruhender Beobachter $f_B = \frac{1}{1 \mp \frac{v_Q}{u}} f_Q \quad \begin{array}{l} - \text{ auf Hörer zu} \\ + \text{ von Hörer weg} \end{array}$ $f_B = \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{u} \cos(\vartheta_Q)} f_Q$ Ruhende Quelle, bewegter Beobachter $f_B = \left(1 \pm \frac{v_B}{u}\right) f_Q \quad + \text{ auf Quelle zu}$ $f_B = \left(1 + \frac{v_B}{u} \cos(\vartheta_B)\right) f_Q$ Allgemein $f_B = \frac{u + v_B \cos(\vartheta_B)}{u - v_Q \cos(\vartheta_Q)} f_Q$ Optischer (transversaler) Dop.-Effekt $f_B = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \vartheta_{rel}} f_Q \quad \beta = \frac{v_{rel}}{c}$ $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_B - \vec{v}_Q$ Schwebungsfrequenz $\Delta f = f_{Empfangen} - f_{Gesendet} $	f_B gehörte Frequenz f_Q gesendete Frequenz v_B Geschwindigkeit Beobachter v_Q Geschwindigkeit Quelle u Schallgeschwindigkeit v_{rel} Relativgeschwindigkeit zw. Q und B ϑ_{rel} Winkel zwischen $\vec{v}_{rel}$ und $\vec{BQ}$
--	---	---

3.6 Machscher Kegel **Kuchling 344 Stöcker 278**



$$\sin(\vartheta) = \frac{u}{v} = \frac{1}{M}$$

$$\text{Machzahl: } M = \frac{v}{u}$$

3.7 Lichtwellen

$$\text{Lichtgeschwindigkeit: } c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$$

$$\text{Intensität: } I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2 \quad \text{in } [W/m^2]$$

3.8 Optische Länge

Durchqueren Wellen Medien, muss mit optischen Längen gerechnet werden. s wird zu $n s$ λ wird zu $\frac{\lambda}{n}$

3.9 Überlagerung / Interferenz **Kuchling 233, 235 Stöcker 272, 354**

3.9.1 Interferenzbedingungen

	Phase	Weg
Konstruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = m 2\pi$	$n \Delta x = m \lambda$
Destruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = (2m + 1)\pi$	$n \Delta x = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \text{Wellenzahl im Vakuum}$$

$$\lambda_0 = \text{Wellenlänge im Vakuum}$$

$$n = \text{Brechungsindex, Kuchling Tab 39, S.653}$$

$$n \cdot \Delta x = \text{optische Gangdifferenz}$$

Phasensprung: Ein Phasensprung um π bzw. $\frac{\lambda}{2}$ findet bei **Reflektion** an einem härteren oder optisch dichterem Material (höheres n) statt.

3.10 Remission/Transmission

$$\text{Remission } R = \left(\frac{f-1}{f+2}\right)^2 \quad \text{mit } f = \frac{n_1}{n_2}$$

$$\text{Transmission } T = 1 - R$$

3.11 Schallmessung **Kuchling 348 Stöcker 287**

Welle:	$\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$	ξ_0 Schallausschlag	$[\xi]: \text{m}$
Schallschnelle:	$v = v_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow v = \dot{\xi} = \omega \xi_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow \frac{v_0}{\omega} = \xi_0$		
Schall(wechsel)druck:	$\tilde{p} = \Delta p_0 \cos(\omega t - kx)$		
Druckamplitude:	$\Delta p_0 = Z \cdot v_0$	Schallimpedanz $Z = \rho \cdot u$	
Effektivwert:	$p_{\text{eff}} = \frac{\Delta p_0}{\sqrt{2}}$		
Schallintensität:	$I = \frac{1}{2} \rho v_0^2 u = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 u = \frac{\Delta p_0^2}{2 \cdot Z}$	ξ_0 Schallausschlag; ρ Dichte des Mediums	
Schallpegel [dB] :	$L_I = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$	$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$	$L_I = L_p$ für $Z=400 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$ @ 20°C
Schalldruckpegel:	$L_p = 20 \cdot \log \left(\frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{eff}_0}} \right) = 20 \cdot \log \left(\frac{\Delta p_0}{\sqrt{2} \cdot p_{\text{eff}_0}} \right)$	$p_{\text{eff}_0} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$	
Schallschnellenpegel:	$L_v = 20 \cdot \log \left(\frac{v_{\text{eff}}}{v_{\text{eff}_0}} \right)$	$v_{\text{eff}_0} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	
Schallleistungspegel:	$L_P = 10 \cdot \log \left(\frac{P}{P_0} \right)$	$P_0 = 10^{-12} \text{ W}$	
Schallfluss:	$\vec{q} = \int_A \vec{v} \cdot dA$		
Wellengeschwindigkeit:	$u = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}}_{\text{für Gase}} = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$	(Schallgeschwindigkeit) κ : Kompressibilität	
	$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\kappa \cdot \Delta p$	$(p \cdot V = \text{const} @ T_{\text{const}} \text{ bzw. } p \cdot V^\gamma = \text{const})$	
Lautstärke:	$S = 2^{0.1 \cdot (L_S - 40)}$	$L_S = \text{Lautstärkepegel [phon]} = L_P @ 1 \text{ kHz, Hörschwelle } 4 \text{ phon}$	
Ebene Welle	(z.B. Parabolspiegel) $\rightarrow$ konstantes I, keine geom. Dämpfung nur Luftdämpfung		
	$L_2 = L_1 - K \cdot (r_2 - r_1)$	für $d \ll r \rightarrow I_2 = \frac{P}{4\pi(r+d)^2} \approx \frac{P}{4\pi r^2} = I_1$	$I = \text{konstant}$
Kugelwellen (Punktquellen) :	$I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow \sim \frac{1}{r^2}$ und $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$		
	$L_2 = L_1 - \underbrace{20 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}_{\text{geom. Dämpfung}} - \underbrace{K \cdot (r_2 - r_1)}_{\text{Luftdämpfung}}$	mit K : Schalldämpfung [dB/m]	
Zylinderwellen (Linienquellen) :	$I = \frac{P}{l 2\pi r} \rightarrow \sim \frac{1}{r} \Rightarrow L_2 = L_1 - 10 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - K \cdot (r_2 - r_1)$		
Schalldämmung:	$R = 10 \log \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$		
Phasensprung	um $\lambda/2, \pi$ bei Reflexion während Übergang von gasförmig $\rightarrow$ fest		
Infra-/Ultraschall	Infraschall $< 16 \text{ Hz} \dots 20 \text{ kHz} < \text{Ultraschall} \dots 10 \text{ GHz} < \text{Hyperschall}$		

3.12 Wellenoptik

3.12.1 Prinzip von Huygens **Kuchling 229**

Jeder Punkt einer Welle ist Zentrum einer neuen Kugelwelle (sogenannte Huygens'sche Elementarwelle). Die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt ist die Einhüllende dieser Huygens'schen Elementarwellen.

3.12.2 Beugung am Doppelspalt

Minimum n-ter Ordnung

$$\sin(\varphi_n) \cdot s = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Maximum n-ter Ordnung

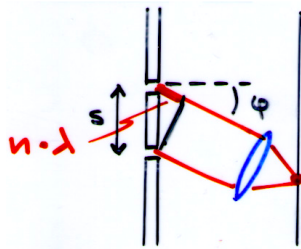
$$\sin(\varphi_n) \cdot s = n \cdot \lambda$$

λ = Wellenlänge des Lichts

s = Spalt-Abstand

φ_n = Winkel n-ter Ordnung

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



3.12.3 Beugung am Einfachspalt

Minimum n-ter Ordnung

$$\sin(\varphi_n) \cdot s = n \cdot \lambda$$

Maximum n-ter Ordnung

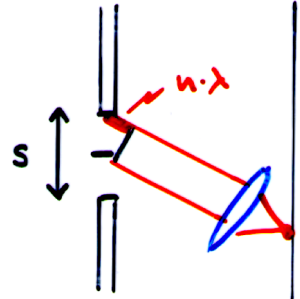
$$\sin(\varphi_n) \cdot s = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

λ = Wellenlänge des Lichts

s = Spalt-Abstand

φ_n = Winkel n-ter Ordnung

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



3.12.4 Beugung am Gitter

Hauptmaximum n-ter Ordnung

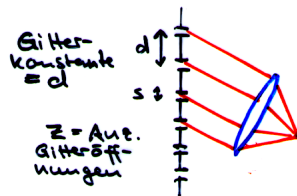
$$\sin(\varphi_n) \cdot d = n \cdot \lambda$$

λ = betrachtete Lichtwellenlänge

d = konstanter Spaltenabstand

φ_n = Maximumwinkel n-ter Ordnung

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung

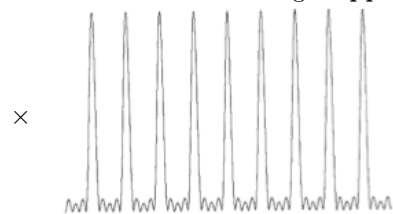


Bedingungen für optimales optisches Gitter

1. Möglichst kleine Gitterkonstante d
2. Möglichst grosse Gitter-Zahl z
3. Möglichst kleine Gitter-Breite s

Intensitäts-Verteilung **Gitter** $\approx$ Formfaktor
= Intensitätsverteilung **Einzelspalt**

$\times$ Interferenzfunktion
= Intensitätsverteilung **Doppelspalt**



Dabei entsteht immer $z-2$ Neben-Maxima.

3.12.5 Babinet-Theorem

Kompletäre Strukturen (also Negativ und Positiv) liefern gleiche Beugungsbilder

4 Idiotenseite

4.1 SI-Vorsätze

Symbol	Name	Wert	Binär
da	Deka	10^1	
h	Hekto	10^2	
k	Kilo	10^3	$2^{10} = 1024$
M	Mega	10^6	2^{20}
G	Giga	10^9	2^{30}
T	Tera	10^{12}	2^{40}
P	Peta	10^{15}	2^{50}

Symbol	Name	Wert
d	Dezi	10^{-1}
c	Centi	10^{-2}
m	Milli	10^{-3}
y, μ	Mikro	10^{-6}
n	Nano	10^{-9}
p	Piko	10^{-12}
f	Femto	10^{-15}

4.2 Funktionswerte für Winkelargumente

deg	rad	sin	cos	tan
0 °	0	0	1	0
30 °	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45 °	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60 °	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

deg	rad	sin	cos
90 °	$\frac{\pi}{2}$	1	0
120 °	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
135 °	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
150 °	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

deg	rad	sin	cos
180 °	π	0	-1
210 °	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
225 °	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240 °	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

deg	rad	sin	cos
270 °	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
300 °	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
315 °	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
330 °	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.3 Periodizität

$$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a) \quad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

4.4 Griechisches Alphabet

4.4.1 klein

α	Alpha	θ	Theta	$\omicron$	$\omicron$	τ	Tau
β	Beta	ϑ	Theta	π	Pi	υ	Ypsilon
γ	Gamma	γ	Gamma	ϖ	Pi	ϕ	Phi
δ	Delta	κ	Kappa	ρ	Roh	φ	Phi
ϵ	Epsilon	λ	Lambda	ϱ	Roh	χ	Chi
ε	Epsilon	μ	Mu	σ	Sigma	ψ	Psi
ζ	Zeta	ν	Nu	ς	Sigma	ω	Omega
η	Eta	ξ	Xi				

4.4.2 gross

Γ	Gamma	Λ	Lambda	Σ	Sigma	Ψ	Psi
Δ	Delta	Ξ	Xi	Υ	Ypsilon	Ω	Omega
Θ	Theta	Π	Pi	Φ	Phi		

4.5 Volumen

Kugel $\frac{4}{3}\pi r^3$

Zylinder $\pi r^2 \cdot h$