

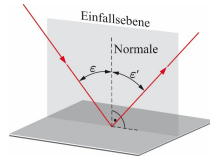
1 Optik

1.1 Reflexionsgesetz

$$\varepsilon' = \varepsilon$$

ε : Einfallswinkel [rad]

ε' : Ausfallswinkel [rad]



1.2 Brechungsgesetz

Je nach Winkel und Material wird ein Teil reflektiert und ein Teil gebrochen. Ausserdem spielt die Polarisationsrichtung eine Rolle.

$$\sin(\varepsilon_1) \cdot n_1 = \sin(\varepsilon_2) \cdot n_2 \quad n = \frac{c}{u}$$

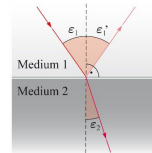
ε_1 : Einfallswinkel [rad]

ε'_1 : Ausfallswinkel [rad]

ε_2 : Brechungswinkel [rad]

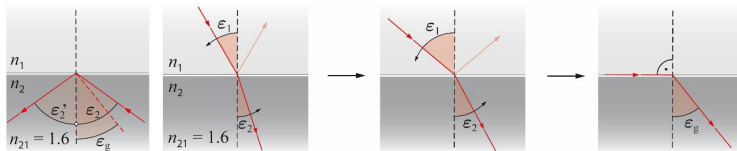
n : Brechungsindex [1]

c : Vakuum-Lichtgeschwindigkeit (299'792'458) [$\frac{m}{s^2}$]



1.3 Totalreflexion

$$\varepsilon_g = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$



ε_g : Grenzwinkel [rad]

$n_{1,2}$: Brechungsindex [1]

1.4 Anwendungen

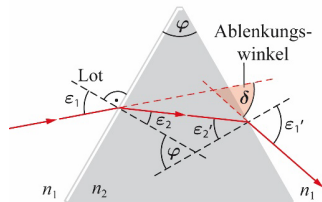
1.4.1 Prisma

Die **Minimalablenkung** entsteht wenn der Einfallswinkel gleich dem Ausfallswinkel entspricht.

$$\delta_{min} = 2 \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)\right) - \varphi$$

$$n_2 = \frac{\sin\left(\frac{\varphi + \delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$\delta = \varepsilon_1 + \varepsilon'_1 - \varphi$$



n_1 : Brechungsindex umgebendes Medium [1]

n_2 : Brechungsindex Prisma [1]

φ : Scheitelwinkel [rad]

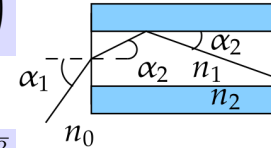
δ : Ablenkwinkel [rad]

1.4.2 Lichtwellenleiter

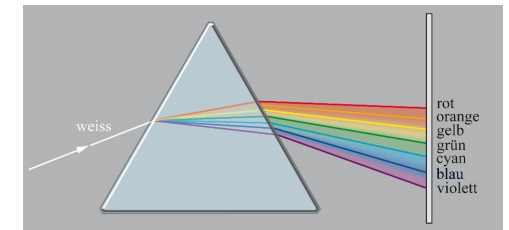
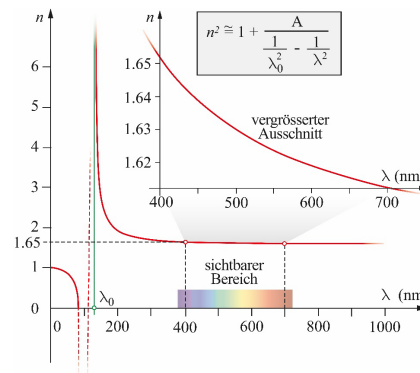
$$\text{Falls } n_1 > n_2 : \alpha_{1max} = \arcsin\left(\frac{n_1 \cos(\arcsin(\frac{n_2}{n_1}))}{n_0}\right)$$

$$n_0 \sin(\alpha_1) = n_1 \sqrt{1 - \cos^2(\alpha_2)}$$

$$n_0 \sin(\alpha_1) = n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} \quad n_0 \sin(\alpha_1) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$



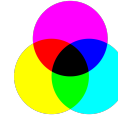
1.5 Dispersion



Tabellen der Wellenlängen im Anhang.

1.6 Farbenlehre

Subtraktiv



Additiv



1.7 Abbildungen

1.7.1 Allgemein

$$\frac{b}{g} = \frac{B}{G} = \beta = \frac{b-f}{f} \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

b : Bildweite [m]

g : Gegenstandsweite [m]

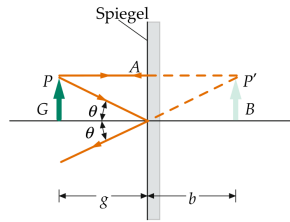
B : Bildgrösse [m]

G : Gegenstandsgrösse [m]

β : Abbildungsverhältniss [1]

f : Brennweite [m]

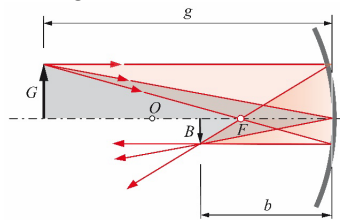
1.7.2 Spiegel Planspiegel



Konkavspiegel

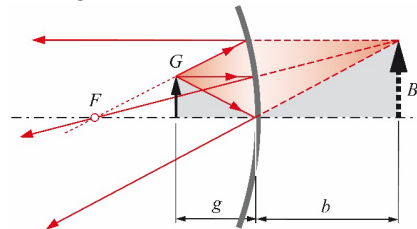
Für Sphärische Spiegel gilt: $f = \frac{r}{2}$

Gegenstand vor dem Brennpunkt.
Erzeugt reelles Bild.

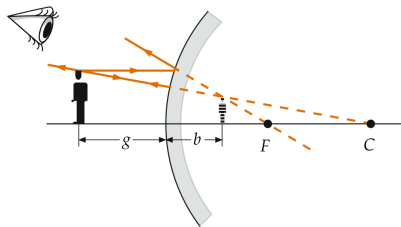


f : Brennweite [m]
 r : Spiegelradius [m]

Gegenstand hinter dem Brennpunkt.
Erzeugt virtuelles Bild.



Konvexspiegel



1.7.3 Linsen

$$D = \frac{1}{f} \quad D = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

D : Brechkraft / Dioptrie [1]

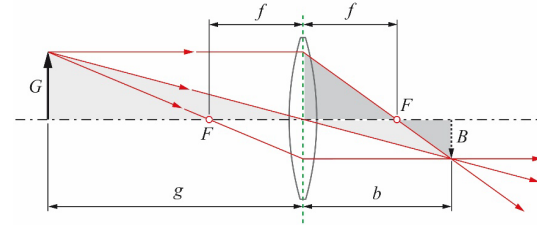
f : Brennweite [m]

$n_{1,2}$: Brechungsindexe [1]

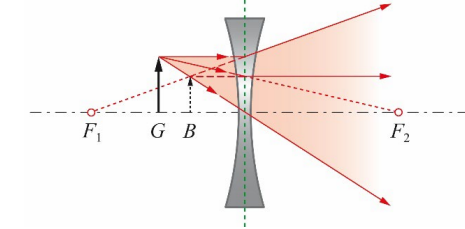
$r_{1,2}$: Radien von Linse [m]

- Für sammelnde optische Bauelemente ist $f > 0$.
- Für zerstreuende optische Bauelemente $f < 0$.
- Für virtuelle Bilder ist $b < 0$ und $B < 0$.
- Für virtuelle Gegenstände ist $g < 0$ und $G < 0$.

Bündelnde Linse



Zerstreuende Linse Brechungsindex negativ!



1.8 Abbildungssysteme

ε : Sehinkel [Bogenminute | arcmin | $1^\circ = 60'$]

s : deutliche Sehweite (normiert = 25cm) [m]

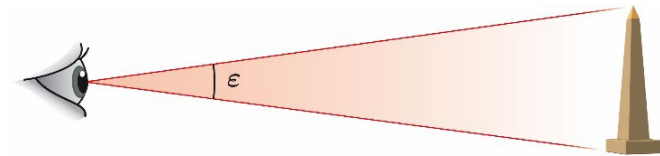
1.8.1 Auflösung, Sehinkel und Sehweite

Auflösung: Minimaler Winkelabstand ε_{min} zwischen zweier Punkte, welche noch unterschieden werden können. **Sehweite:** Distanz, in der ein Gegenstand noch scharf gesehen werden kann.

Die menschliche Sehschärfe beträgt ca. $1'$.

$$S = \frac{1}{\varepsilon_{min}}$$

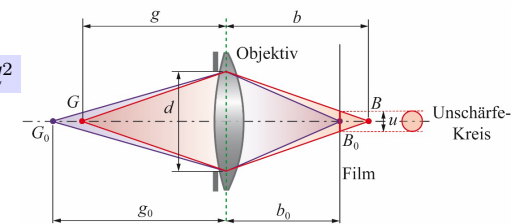
S : Sehschärfe [$\frac{1}{arcmin}$]
 ε : Sehinkel [arcmin]



1.8.2 Kamera

$$H = \left(\frac{d}{f} \right)^2 = q^2 \quad \frac{1}{g} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q \cdot f^2} \quad I \sim d^2$$

$$B = \frac{f}{g - f} \cdot G \quad Z = \frac{1}{q} = \frac{f}{d} \quad H \approx \frac{I}{B^2}$$



B : Bildgröße [m]

G : Gegenstandsgröße [m]

H : Lichtstärke (Helligkeit) [$\frac{W}{m^2}$]

I : Lichtstrom [W]

Z : Öffnungsverhältnis [1]

b : Bildweite [m]

b_0 : Filmweite [m]

d : Durchmesser Eintrittspupille [m]

f : Brennweite [m]

g : Gegenstandsweite [m]

g_0 : Schärfentieftbereich [m]

q : Blendenzahl [$\sqrt{\frac{W}{m}}$]

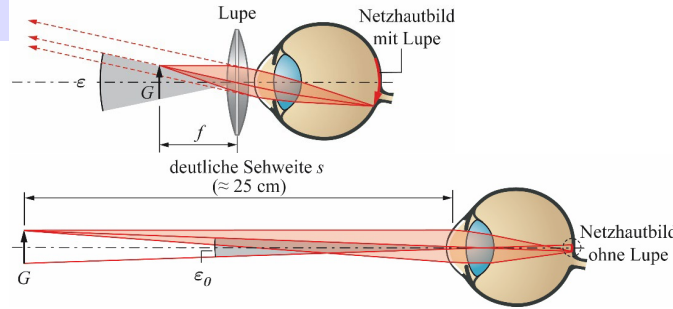
u : Unschärfekreis-Durchmesser [m]

1.8.3 Lupe

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} = \frac{s}{f} \quad \tan(\varepsilon) = \frac{G}{f}$$

$$\tan(\varepsilon_0) = \frac{G}{s}$$

V : Vergrößerung [1]
 G : Gegenstandsgrösse [m]
 ε : Sehwinkel [rad]
 ε_0 : Sehwinkel ohne Lupe [rad]
 s : deutliche Sehweite [m]
 f : Brennweite [m]

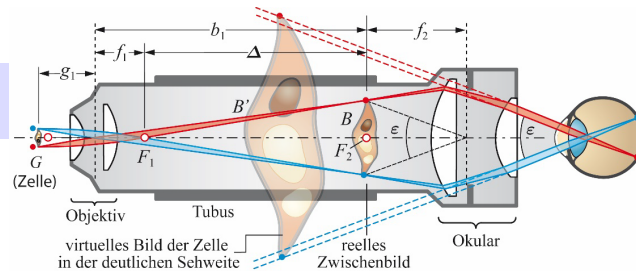


1.8.4 Mikroskop

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)}$$

$$V = \frac{B}{G} \frac{s}{f_2} = \frac{b_1}{g_1} \frac{s}{f_2}$$

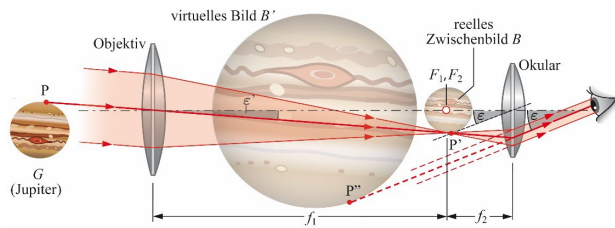
B : Bildgrösse [m]
 G : Gegenstandsgrösse [m]
 V : Vergrößerung [1]
 ε : Sehwinkel [rad]
 ε_0 : Sehwinkel ohne Mikroskop [rad]



b_1 : Bildweite [m]
 f_1 : Brennweite Objektiv [m]
 f_2 : Brennweite Okular [m]
 s : deutliche Sehweite [m]
 Δ : Tubuslänge [m]

1.8.5 Fernrohr

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon')} = \frac{f_1}{f_2}$$



V : Vergrößerung total [1]
 f_1 : Brennweite Objektiv [m]
 f_2 : Brennweite Okular [m]

ε : Ausfallswinkel [rad]
 ε' : Einfallswinkel [rad]

2 Schwingungen

2.1 Freie Schwingungen

2.1.1 Allgemein

$$f = \frac{1}{T} \quad \omega = 2\pi f \quad c = \frac{mg}{\Delta l}$$

Translationsbewegung / Linear

$$F = m \cdot a$$

f : Frequenz [$\frac{1}{s}$]
 c : Federkonstante [$\frac{N}{m}$]
 T : Periode [s]

Rotationsbewegung / Drehung

$$M = J \cdot a$$

m : Masse [kg]
 g : Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
 Δl : Federweg [m]

2.1.2 Harmonische Schwingung

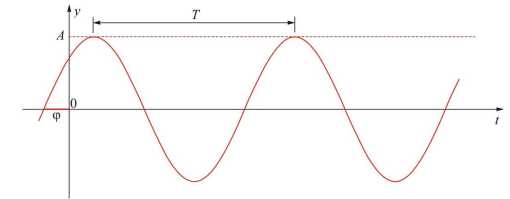
$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \dot{y} = A\omega \cos(\omega_0 t)$$

$$a(t) = \ddot{y} = -A\omega_0^2 \sin(\omega_0 t)$$

A : Amplitude [1]
 ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]
 t : Zeit [s]
 φ : Phasenverschiebung [rad]



2.1.3 Federpendel

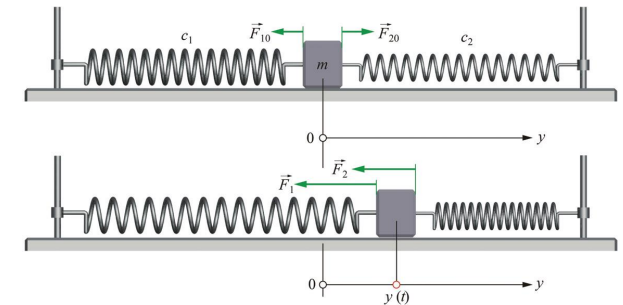
$$F_1 = -F_{10} - c_1 \cdot y$$

$$F_2 = F_{20} - c_2 \cdot y = F_0 - c \cdot y$$

$$F_{RES} = -c \cdot y = F_1 + F_2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}} = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$$



$$a(t) = -\left(\frac{c}{m}\right) y \quad y(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad m\ddot{y} + cy = 0$$

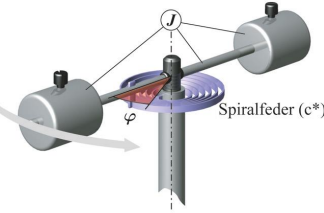
F_x : Kraft [N]
 T : Periode [s]
 a : Beschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
 c : Federkonstante [$\frac{N}{m}$]
 m : Bewegte Masse [kg]

m_F : Federmasse [kg]
 t : Zeit [sekunden]
 y : Auslenkung [m]
 ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]
 φ : Nullphasenwinkel [rad]

2.1.4 Drehpendel (Torsionspendel)

$$M = -c\varphi(t) \quad J = J_s + 2ml^2 \quad J \cdot \ddot{\varphi} + c \cdot \varphi = 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c}}$$



J : Massenträgheitsmoment [$\frac{kg}{m^2}$]
 M : Drehmoment [Nm]
 T : Periode [s]

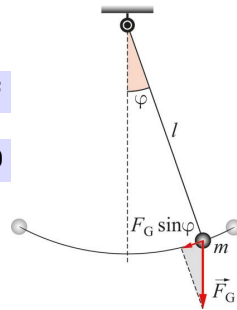
c : Federkonstant [$\frac{N}{m}$]
 y : Auslenkung [m]
 ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]
 φ : Nullphasenwinkel [rad]

2.1.5 Schwerependel Mathematisch

$$M = l \cdot m \cdot g \cdot \sin(\varphi) \quad J = J_s + m \cdot l^2 = 0 + m \cdot l^2$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad l\ddot{\varphi} + g \sin(\varphi) = 0$$

$$l\ddot{\varphi} + g\varphi = 0$$



J : Massenträgheitsmoment [$\frac{kg}{m^2}$]
 M : Drehmoment [Nm]
 T : Periode [s]
 g : Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]

l : Pendellänge [m]
 y : Auslenkung [m]
 ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]
 φ : Winkel [rad]

2.1.6 Schwerependel Physikalisch

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m \cdot g \cdot a}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_S + ma^2}{m \cdot g \cdot a}}$$

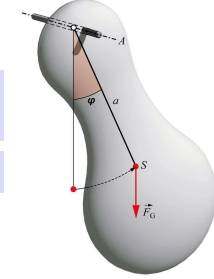
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m \cdot g \cdot a}{J_A}}$$

$$J_A \ddot{\varphi} = m \cdot g \cdot a \cdot \sin(\varphi) = 0$$

$$\omega_{max} = \sqrt{\frac{g}{2} \sqrt{\frac{m}{J_S}}}$$

$$l^* = \frac{J_A}{ma}$$

$$J_A = J_S + ma^2$$

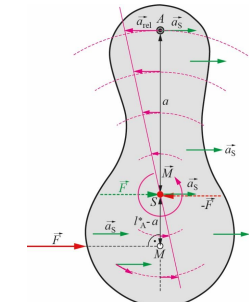
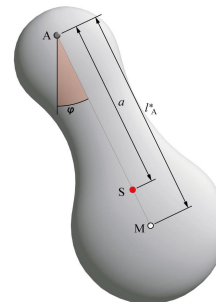


Körper		J	Körper		J
Vollzylinder		$\frac{mr^2}{2}$	Quader		$\frac{m(a^2 + b^2)}{12}$
Hohlzylinder		$\frac{m(r_i^2 + r_a^2)}{2}$	Kugel		$\frac{2}{5}mr^2$
Stab		$\frac{ml^2}{12}$	Torus		$m \left(r_1^2 + \frac{3}{4}r_2^2 \right)$

J_A : Massenträgheit bez. A-Achse [$kg \cdot m^2$]
 J_S : Massenträgheit bez. Achse || a [$kg \cdot m^2$]
 T : Periode [s]
 a : Abstand zum Schwerpunkt S [m]

g : Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
 m : Masse [kg]
 l^* : Reduzierte Pendellänge [m]
 ω_0 : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]

2.1.7 Perkussionszentrum



2.1.8 Energie

$$E_{ges} = \frac{1}{2}cA^2 = E_{pot} + E_{kin}$$

$$E_{pot} = \frac{1}{2}cA^2 \cos^2(\omega t + \varphi)$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}cA^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

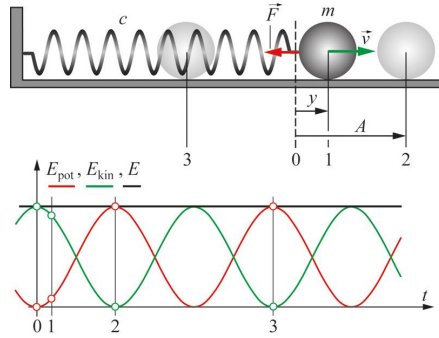
E_{xyz} : Energie [J]

A : Amplitude [m]

c : Federkonstante [$\frac{N}{m}$]

t : Zeit [s]

ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]



2.1.9 Gedämpfte Schwingung

$$F_G = mg$$

$$F_F = -cy$$

$$F_D = -b\dot{y}$$

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = 0$$

$$y = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$$

$$\delta = \frac{b}{2m}$$

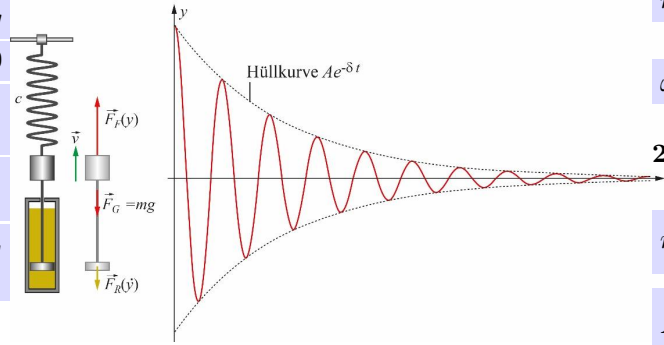
$$\Lambda = \delta T$$

$$\Lambda = \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right)$$

$$D = \frac{\delta}{\omega_0}$$

$$\frac{A_n}{A_{n+1}} = e^{\delta T}$$

$$m\ddot{y} = F_{Res} = F_F - F_G + F_D$$



A : Amplitude [m]

D : Dämpfungsgrad [1]

F_G : Gewichtskraft [N]

F_F : Federkraft [N]

F_D : Dämpfungskraft [N]

T : Periode [s]

b : Dämpfungskonstante [1]

c : Federkonstante [$\frac{N}{m}$]

m : Masse [kg]

y : Auslenkung [m]

δ : Abklingkonstante [1]

φ : Nullphasenwinkel [rad]

ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]

Λ : log. Dekrement [1]

2.2 Fremderregte Schwingung

Formelsammlung Bucher 22.1.6 p.574

ω : Kreisfrequenz der Störung [$\frac{rad}{s}$]

ω_0 : Kreisf. ungedämpfter Schwingung [$\frac{rad}{s}$]

ω_d : Kreisf. gedämpfter Schwingung [$\frac{rad}{s}$]

ω_r : Resonanzkreisfrequenz [$\frac{rad}{s}$]

δ : Abklingkonstante [$\frac{1}{s}$]

η : dimensionslose Frequenz [1]

φ : Phase [rad]

A : Amplitude [m]

A_r : Resonanzamplitude [m]

D : Dämpfungsgrad [1]

V : Vergrößerungsfunktion [?]

2.2.1 Krafterregung und Federkrafterregung

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = cu_0 \sin(\omega t)$$

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$$

$$A = \frac{cu_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

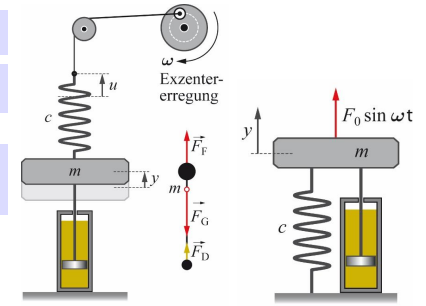
$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$A_r = \frac{u_0}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

$$D = \frac{\delta}{\omega_0}$$



2.2.2 Indirekte Federkrafterregung

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = c_2 u_0 \sin(\omega t)$$

$$A = \frac{c_2}{c} \frac{cu_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$$

$$A_r = \frac{u_0}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$

$$V = \frac{c_2}{c} \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

2.2.3 Dämpfererregung

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = b\omega u_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$V = \frac{2D\eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

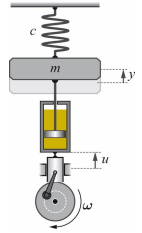
$$A = \frac{b\omega u_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} - \frac{\pi}{2}$$

$$\omega_r = \omega_0$$

$$A_r = u_0$$

$$V = \frac{2D\eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$



2.2.4 Stützerregung

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = cu_0 \sin(\omega t) + b\omega u_0 \cos(\omega t)$$

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + cq = m\omega^2 u_0 \sin(\omega t)$$

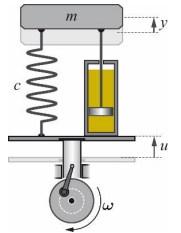
$$A = \frac{\omega^2 u_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) - \pi$$

$$\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$$

$$A_r = \frac{u_0}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$

$$V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$



2.2.5 Unwuchterregung

$$m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = m_R e \omega \sin(\omega t)$$

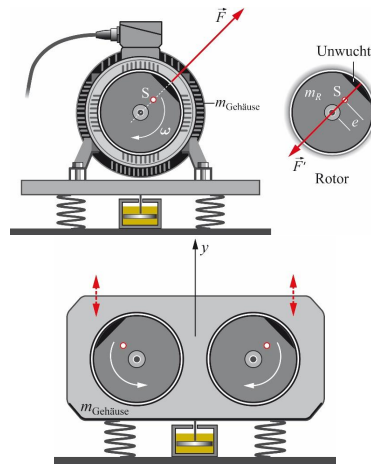
$$A = \frac{m_R e \omega^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$\varphi = \arctan \frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad \omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$$

$$A_r = \frac{m_R}{m} = \frac{e}{2D\sqrt{1 - D^2}}$$

$$\frac{F_{B0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2\eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$$

ω : Kreisfrequenz der Störung [$\frac{rad}{s}$]
 ω_0 : Kreisf. ungedämpfter Schwingung [$\frac{rad}{s}$]
 ω_r : Resonanzkreisfrequenz [$\frac{rad}{s}$]
 η : dimensionslose Frequenz [1]
 φ : Phase [rad]



A : Amplitude [m]
 A_r : Resonanzamplitude [m]
 D : Dämpfungsgrad [1]
 V : Vergrößerungsfunktion [?]

2.2.6 Serienschwingkreis

$$L\ddot{I} + R_s\dot{I} + \frac{1}{C}I = \omega U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) - \frac{\pi}{2} \quad \omega_r = \omega_0$$

$$\varphi_U = \arctan \left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2} \right) - \pi \quad D = \frac{R_s}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$I_0 = \frac{\omega U_0}{L \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$I_{0r} = \frac{U_0}{R_s} \quad V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

2.2.7 Parallelschwingkreis

$$L\ddot{U} + R_s\dot{U} + \frac{1}{L}U = \omega I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$\varphi = \arctan \left(\frac{2D\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) - \frac{\pi}{2} \quad \omega_r = \omega_0$$

$$\varphi_I = \arctan \left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2} \right) \quad D = \frac{1}{2R_p} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$U_{0r} = R_p I_0$$

$$U_0 = \frac{\omega I_0}{C \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D\omega_0\omega)^2}}$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$$

3 Wellen

3.1 Wellengeschwindigkeit

u_L : Elastische Longitudinalwellen [$\frac{m}{s}$]

$$u_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

u_T : Elastische Transversalwellen [$\frac{m}{s}$]

$$u_T = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

u_T : Transversalwellen auf einem Seil oder einer Saite [$\frac{m}{s}$]

$$u_T = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

u_S : Schwerewellen in tiefem Wasser [$\frac{m}{s}$]

$$u_S = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$$

u_S : Schwerewellen in flachem Wasser [$\frac{m}{s}$]

$$u_S = \sqrt{gh}$$

u_K : Kapillarwellen [$\frac{m}{s}$]

$$u_K = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

u : Schallwellen in Fluiden [$\frac{m}{s}$]

$$u = \sqrt{\frac{1}{\rho\kappa}}$$

u_G : Schallwellen in Gasen [$\frac{m}{s}$]
 (Kuchling p. 653f., Tabelle 35)

$$u_G = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}} \quad u_G = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}}$$

u_G : elektromagnetische Wellen [$\frac{m}{s}$]

$$u = \frac{c}{n}$$

Siehe Tabellen für Konstanten!

A : Fläche [m^2]
 E : Elastizitätsmodul [$\frac{N}{m^2}$]
 F : Spannkraft [N]
 G : Schubmodul [$\frac{N}{m^2}$]
 M : Molare Masse (Kuchling p. 260) [$\frac{kg}{mol}$]
 R : Universale Gas-Konstante (8.3145) [$\frac{J}{Kmol}$]
 T : absolute Temperatur [K]
 c : Lichtgeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
 g : Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]

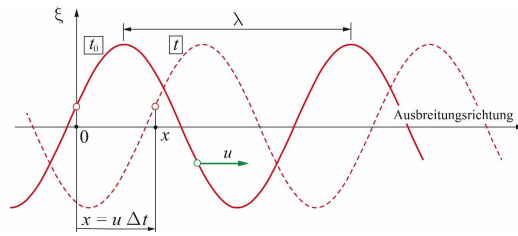
h : Wassertiefe [m]
 n : Brechungsindex [1]
 p : Druck [Pa]
 u : Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
 κ : Kompressibilität [Pa]
 κ : Adiabatenexponent [1]
 λ : Wellenlänge [m]
 ρ : Dichte [$\frac{kg}{m^3}$]
 σ : Oberflächenspannung [$\frac{N}{m}$]

3.2 Harmonische Wellen

$$u = \frac{\omega}{k} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u}{f} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad f = \frac{1}{T} \quad \Delta\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi$$

T : Periodendauer [s]
 f : Frequenz [Hz]
 k : Wellenzahl [$\frac{1}{m}$]
 u : Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]



ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]
 λ : Wellenlänge [m]
 Δx : Gangunterschied [m]
 $\Delta\varphi$: Phasenunterschied [rad]

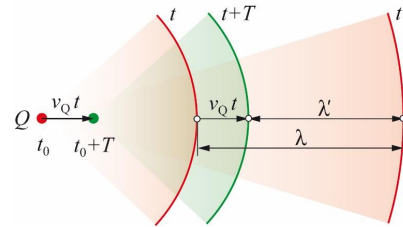
3.3 Wellenausbreitung

3.3.1 Akustischer Doppler Effekt

$$u = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} \quad \text{Siehe Kapitel 3.1.}$$

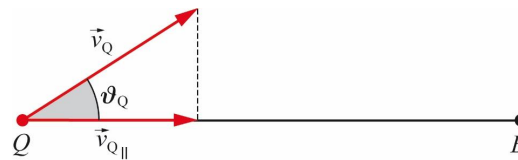
Bewegte Quelle:

$$f' = \frac{1}{1 \mp \frac{v_Q}{u}} f \quad f' = \frac{u}{\lambda'} \quad \lambda' = \lambda - v_Q t$$



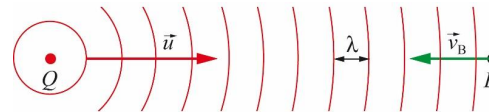
Bewegter Quelle, unter Winkel:

$$f' = \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{u} \cos(\vartheta_Q)} f$$



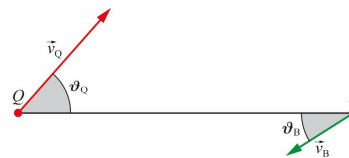
Bewegter Beobachter:

$$f' = (1 \pm \frac{v_B}{u}) f$$



Bewegter Beobachter und bewegte Quelle:

$$f' = \frac{u + v_B \cos(\vartheta_B)}{u - v_Q \cos(\vartheta_Q)} f$$



u : Schallgeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
 f : Frequenz bei der Quelle [Hz]
 f' : Frequenz beim Beobachter [Hz]
 v_Q : Geschwindigkeit der Quelle [$\frac{m}{s}$]
 v_B : Geschwindigkeit des Beobachters [$\frac{m}{s}$]

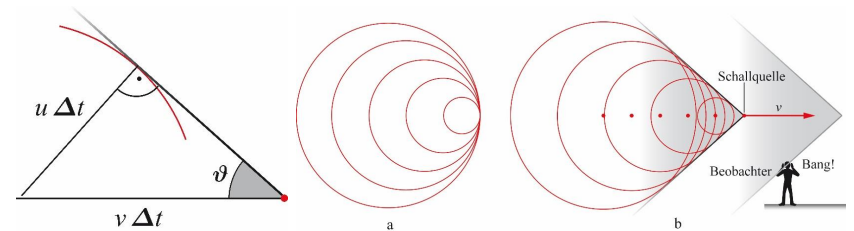
ϑ_Q : Winkel der Quelle [rad]
 ϑ_B : Winkel des Beobachters [rad]
 κ : Adiabatenexponent [1]
 λ : Wellenlänge [m]

3.3.2 Optischer Doppler Effekt

$$f' = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos(\vartheta)} f \quad \beta = \frac{v}{c}$$

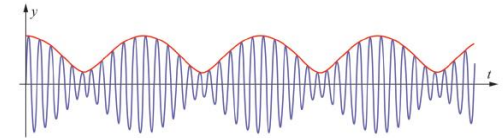
v : Geschwindigkeit (Quelle oder Betrachter, eggal) [$\frac{m}{s}$]
 c : Lichtgeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]

3.3.3 Machkegel



3.3.4 Schwebung

$$f_s = f_1 - f_2$$



3.4 Wellenwiderstand, Energietransport

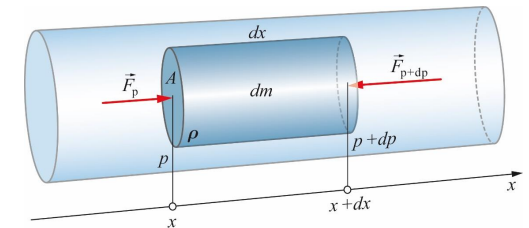
3.4.1 Schallwellen

$$\tilde{p}(x, t) = \Delta p_0 \cos(\omega t - kx)$$

$$\Delta p_0 = \rho u \omega \xi_0 = \rho u v_0$$

$$v = v_0 \cos(\omega t - kx) \quad v_0 = \omega \xi_0$$

$$Z = \rho u \quad \Delta p_0 = Z \cdot v_0 \quad I = \frac{1}{2} \rho v_0^2 u$$



\tilde{p} : Schalldruck [Pa]
 Δp_0 : Schalldruck mit Amplitude [Pa]
 ρ : Druck [Pa]
 v : Schallschnelle [$\frac{m}{s}$]

v_0 : Schallschnelle mit Schnelleamplitude [$\frac{m}{s}$]
 Z : Schallwellenimpedanz [?]
 I : Schallintensität [$\frac{W}{m^2}$]
 ξ_0 : Maximale Auslenkung [...]

3.5 Dispersion

3.5.1 Saitenschwingung

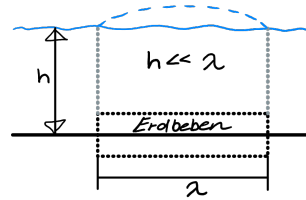
$$u = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

3.5.2 Balken

$$u(\lambda) = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\left(\frac{F}{\rho A} + \frac{\pi E A}{\rho \lambda^2}\right)}$$

3.5.3 Wasserwellen

$$u(\lambda) = \sqrt{\left(\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}\right) \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)}$$



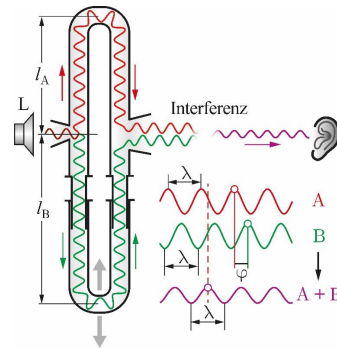
3.6 Überlagerung von Wellen

$$\xi_{oben}(x_p, t) = A \sin(\omega t - k \cdot s_A + \varphi_1)$$

$$\xi_{unten}(x_p, t) = A \sin(\omega t - k \cdot s_B + \varphi_2)$$

$$\xi_{total} = 2A \cos\left(k \frac{s_B - s_A}{2}\right) \sin\left(\omega t - k \frac{s_A + s_B}{2}\right)$$

$$\Delta s = n \cdot \lambda \Rightarrow \text{Amplitude maximal}$$



A : Maximale Amplitude [...]

t : Zeit [s]

s_A : Obere Strecke [m]

s_B : untere Strecke [m]

ξ : Resultierende Auslenkung [...]

ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]

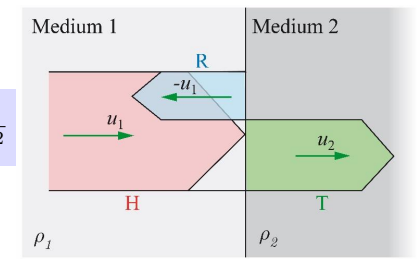
3.7 Reflexion und Transmission

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$$

$$\text{Akustisch: } Z = \rho u$$

$$T = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$$

$$\text{Elektromagnetisch: } Z = Z_0 \frac{c}{n}$$



R : Reflexionskoeffizient [?]

T : Transmissionskoeffizient [?]

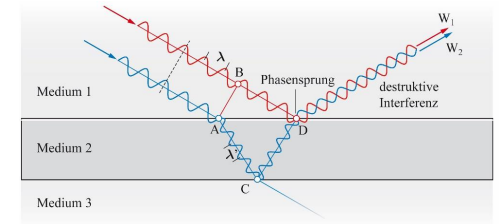
Z : Impedanz [?]

Z_0 : Vakuum-Impedanz (= 377 Ω) [?]

ρ : Dichte [$\frac{kg}{m^3}$]

3.8 Interferenz

Wenn $n_1 < n_2$ ergibt sich ein Phasensprung von 180° . Wenn $n_2 < n_1$ dann gibt es keinen Phasensprung (Gleiches gilt natürlich auch für den Übergang n_2 zu n_3).



3.9 Eigenschwingungen

3.9.1 Saite

$$\lambda_n = \frac{2l}{n}$$

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n f_1$$

$$f_1 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$u = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

$$\xi(x, t) = f(x) \sin(\omega t)$$

$$F = \frac{4l^2}{n^2} \rho A f_n^2$$

$$\Delta f = \left(\frac{E_{Sa}(\alpha_{Trag} - \alpha_{Sa})}{8\rho_{Sa} l^2 f^2} - \alpha_{Trag} \right) \Delta T f$$

$$\beta = \frac{f_2}{f_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{l}{l - \Delta l} \quad l = \frac{\beta}{\beta - 1} \Delta l$$

A : Fläche [m^2]

E : Elastizitätsmodul [$\frac{N}{m^2}$]

F : Spannkraft [N]

f : Frequenz [Hz]

f_1 : Grundfrequenz [Hz]

l : Saitenlänge [m]

Δl : Saiten Längenunterschied [m]

n : n-te Harmonische [1]

u : Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]

β : Frequenzverhältniss [1] λ : Wellenlänge [m]

ρ : Dichte Saite [$\frac{kg}{m^3}$]

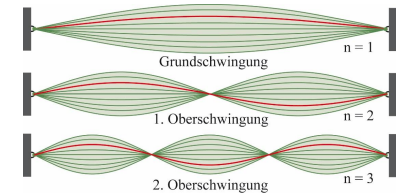
ξ : Störung [...]

ω : Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$]

α_{Sa} : Längenausdehnungskoeff. der Saite [$\frac{1}{K}$]

α_{Trag} : Längenausdehnungskoeff. des Schallträgers [$\frac{1}{K}$]

ρ : Dichte [$\frac{kg}{m^3}$]



3.9.2 Pfeife

$$\Delta f = \left(\frac{1}{2T} - \alpha_{Pfeife} \right) \Delta T f$$

Offene Pfeife:

$$f_0 = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \frac{u}{2l}$$

$$f_n = f_0(n+1)$$

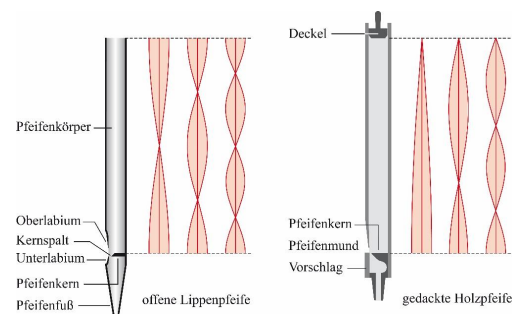
$$\lambda_n = \frac{2l}{n+1} \text{ für } n = 0, 1, 2, \dots$$

Gedackte Pfeife:

$$f_0 = \frac{1}{4l} \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}} = \frac{u}{4l}$$

$$f_n = f_0(2n+1)$$

$$\lambda_n = \frac{4l}{2n+1} \text{ für } n = 0, 1, 2, \dots$$



R : universelle Gas-Konstante ($=8.3145$) [$\frac{J}{Kmol}$]

T : absolute Temperatur [K]

ΔT : Temperaturunterschied [K]

α_{Pfeife} : Längenausdehnungskoeff. der Pfeife [$\frac{1}{K}$]

M : Molmasse [$\frac{kg}{mol}$]

f : Frequenz [Hz]

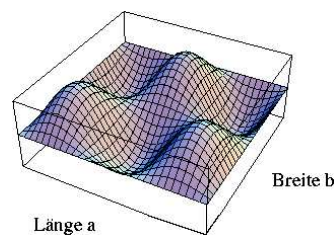
f_0 : Grundfrequenz [Hz]

λ : Wellenlänge [m]

κ : Adiabatenexponent [1]

3.9.3 Rechteckige Membrane

$$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$$



3.10 Beugung

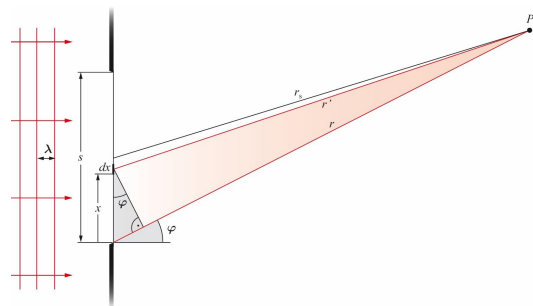
3.10.1 Beugung am Spalt

$$\xi = \frac{A}{r} A_s \cos(\omega t - kr_s)$$

$$A_s = \frac{\sin\left(\frac{ks \sin(\phi)}{2}\right)}{\frac{ks \sin(\phi)}{2}}$$

$$I_s \sim \xi^2$$

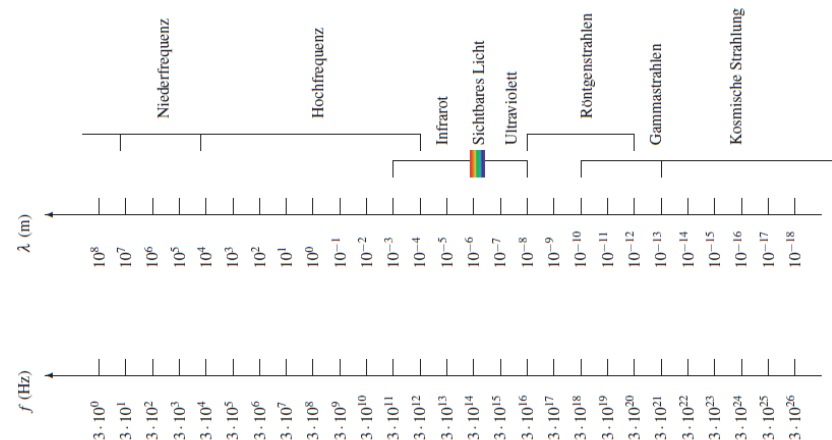
$$\text{Nullstelle n-ter Ordnung: } \sin(\phi_n) = n \frac{\lambda}{s}$$



4 Anhang

4.1 Abbildungen

4.1.1 Lichtwellen



4.2 Tabellen

Kuchling p. 627f., Tabelle 9

Tabelle 4.2 Elastische Konstanten von verschiedenen, technisch relevanten Materialien.

	E 10 ⁹ Pa	G 10 ⁹ Pa	μ	κ 10 ⁻¹² 1/Pa
Wolfram	410	150	0.35	3.2
Stahl	200	80	0.28	5.9
Kupfer	125	47	0.34	7.1
Aluminium	70	27	0.34	13
Blei	20	7	0.44	23
Diamant	1000			
Beton	42			
Eis	10	4	0.33	100
Marmor	70	30	0.30	17
Polyamide	1.5 ... 3.5			
glasfaserverstärkt	10 ... 18			

Kuchling p. 674f., Tabelle 56, Molare Masse = A_R

Verbindung	Summeformel	Molare Masse
Luft (78%, 21%, 1%)	N_2O_2Ar	28.949 g/mol
Argon	Ar	39.948 g/mol
Methan	CH_4	16.043 g/mol
Sauerstoff	O_2	31.999 g/mol
Stickstoff	N_2	28.013 g/mol
Wasser	H_2O	18.015 g/mol
Wasserstoff	H_2	2.016 g/mol