

Vorlesungsunterlagen

- **Buch zur Vorlesung (NaT1 und NaT2)**
H. P. Hsu
Schaum's Outline of Analog and Digital Communications
2nd Edition, McGraw-Hill 2003
ISBN 0-07-140228-4
- **Vorlesungsbeilagen auf Skriptablage:**
[\\hsr.ch\root\alg\skripte\Elektrotechnik\Fachbereich\Nachrichtentechnik_1\NaT1](\\hsr.ch\root\alg\skripte\Elektrotechnik\Fachbereich\Nachrichtentechnik_1\NaT1)
- **Ihre Notizen**
- **Unterlagen dürfen für Prüfungen benützt werden**

HSR, Dienstag, 16. September 2014

5

Nachrichtentechnik

- **Was ist Nachrichtentechnik?**
- **Historischer Überblick**
- **Kommunikationsmodell**

Was ist Nachrichtentechnik?

Dienstag, 16. September 2014 12:40

Was ist Nachrichtentechnik?

- **Theoretische Definition:**
 - Nachrichtentechnik beschreibt die Übertragung von Information (Information wird gegen Ende von NaT2 definiert)
- **Praktische Definition:**
 - Nachrichtentechnik beschreibt die Übertragung von Signalen (Signale werden zu Beginn von NaT1 und SigSys1 definiert)

Was lernen Sie in den Modulen NaT1 / NaT2?

- **NaT1/2 behandelt Grundlagen der Kommunikationstechnik:**
 - Heutige Technologien reizen die physikalischen Möglichkeiten bis ins Detail aus und eignen sich nur bedingt als Lehrbeispiele.
 - NaT1/2 behandelt wichtige Aspekte von leistungsfähiger technischer Kommunikation, die vielen Anwendungen gemeinsam sind.
- **NaT1/2 ist Grundlage für Fächer im 3. Studienjahr an der HSR:**
 - Digitale Signalverarbeitung, Digitale Medien, Mobilkommunikation

Vor-Industrialisierung

- **1793 Semaphor Telegraphen von Claude Chappe:**
 - Paris – Lille (225 km)
 - 20 Stationen in 2 .. 20 km Distanz,
 - Übermittlung eines Zeichens in ca. 1 Stunde (Latenzzeit)
 - Datendurchsatz: ca. 1 Symbol pro Minute.



Quellen:
fr.wikipedia.org
www.telegraphie-chappe.com

HSR, Dienstag, 16. September 2014

Nachrichtentechnik im 20. Jh.

- 1904: Christian Hülsmeyer: Telemobiloskop (erstes RADAR-Gerät)
- 1906: Reginald Fessenden: erste drahtlose Sprachübertragung (Radio)
- 1923: Charles Francis Jenkins: erste TV-Übertragung.
- 1947: J. Bardeen, W. Brattain, W. Shockley (Bell Labs): Transistor
- 1958: Jack Kilby (Texas Instruments): Integrierte Schaltung
- 1960: Theodore Maiman: Laser (experimenteller Nachweis)
- 1962: Erster Fernsehsatellit (Telstar 1)
- 1967: Glasfaserübertragung (AEG-Telefunken)
- 1971: Mikroprozessor (Intel 4004)
- 1973: Erfindung des Ethernet (Xerox Palo Alto Research Center)
- 1989: Erfindung des World Wide Web (CERN)

Wozu die Vorlesung Nachrichtentechnik?

- **Kommuniziert wird in verschiedenen Anwendungsbereichen:**
 - Radio, TV, Telefon, Internet, GPS, Sensor Netzwerke, ...
 - **Wide Area Network (WAN):**
Glasfaser- (SDH), Satelliten-, Richtstrahlverbindungen, etc.
 - **Metropolitan Area Network (MAN):**
xDSL, Cable TV, GSM, etc.
 - **Local Area Network (LAN):**
Ethernet, Wireless LAN, etc.
 - **Personal Area Network (PAN):**
Bluetooth, Ultrawideband, USB, DVI/HDMI, ZigBee, RFID, etc.
 - **Kommunikation auf Stufe Leiterplatten und Komponenten:**
PCIe, S-ATA, etc.

Nachrichtentechnik in der Antike

- **3500 v. Chr. Erfindung der Schrift und Zahlenzeichen**
 - Bilderschrift der Sumerer als Vorläufer der Keilschrift
 - Die Abbildung von Information auf ein endliches Alphabet ist die eigentliche Grundlage der digitalen Nachrichtentechnik.
- **Griechischer Geschichtsschreiber Polybios (180 v.Chr)**
 - Nachrichtenübertragung durch codierte Fackelzeichen.
- **Cäsar (100 – 44 v.Chr.)**
 - Chiffrierung seiner Botschaften durch Substitution:

Rotation des Alphabets um 3 Stellen (A → D, B → E, Z → C)
Beispiel: Hallo → Kdoor

Nachrichtentechnik im 19. Jh.

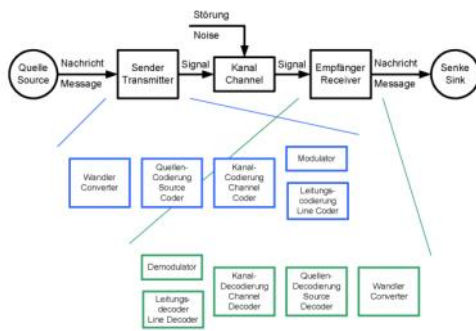
- 1833: Elektromagnetischer Telegraph (Carl F. Gauss, Ernst H. Weber)
- 1858: Allererstes Transatlantik-Kabel (Ausfall nach wenigen Wochen)
- 1862: James Clerk Maxwell: Theorie der elektromagnetischen Wellen
- 1866: Erstes funktionierendes Transatlantikkabel (für Telegrafie).
- 1876: Graham Bell: Patentanmeldung des Telefons
- 1884: Paul Nipkow: Prinzip der Bildübertragung
- 1888: Heinrich Hertz: Nachweis von elektromagnetischen Wellen.
- 1894: Oliver Lodge demonstriert drahtlose Telegrafie.
- 1897: Ferdinand Braun: Kathodenstrahlröhre

Einfaches Kommunikations-Modell

Dienstag, 16. September 2014

14:13

Einfaches Kommunikations-Modell



Quellen erzeugen Nachrichten

- Beispiele von Nachrichten:
 - Schriftliche Unterlagen eines Skripts
 - Sprachsignal eines Dozenten
 - Musik und bewegte Bilder eines Video-Clips
 - Messgröße eines Sensors
 - Kontostand übermittelt durch einen e-Banking Server

Kodierung verfolgt folgende Ziele

- Quellencodierung** (NaT2)
 - Reduktion eines digitalen Signals auf minimalen Informationsgehalt (ZIP-File / MP3 / Huffman Code (NaT2))
- Kanalcodierung** (NaT2)
 - Erkennung und Korrektur von Übertragungsfehlern
- Leitungscodierung** (NaT1)
 - Anpassung an den Übertragungskanal (Spektrum / DC-Anteil)
 - Synchronisation: Rückgewinnung des Timings (Clock) aus Datensignal

Wandlung kann bedeuten

- Schriftliches Festhalten von gesprochenem Text
- Codierung eines Textes mit ASCII-Zeichen
- Umwandlung des Schalls in elektrische Spannung
- Umwandlung von Farb- und Helligkeit in elektrisches Signal
- Umwandlung einer gemessenen Temperatur in Stromstärke
- Digitalisierung von analogen Signalen (NaT1)

Modulation verändert ein Trägersignal

- Ermöglicht Anpassung an den Übertragungskanal** (NaT1)
 - Beispiel: ein Bündel von Sprachsignalen wird für eine Richtstrahlverbindung in den GHz-Bereich verschoben.
- Ein Kanal kann mehrfach genutzt werden** (NaT1)
 - Beispiel: Verschiedene Radiosender werden gleichzeitig über den Äther übertragen.
- Modulation kann den Störabstand verbessern** (NaT2)
 - Beispiel: bessere Qualität und Reichweite von UKW-Radios (FM) im Vergleich zu MW-Radios (AM) bei kleinerer Sendeleistung.

Der Kanal verfälscht das gesendete Signal

- Lineare Verzerrungen** (SigSys, IntTra, NaT, RegT)
 - Dämpfung: Signal wird insgesamt abgeschwächt.
 - Frequenzgang: einige Frequenzanteile des Signals werden stärker gedämpft oder sogar unterdrückt.
 - Signal-Laufzeiten (auch frequenzabhängig).
- Nicht-Lineare Verzerrungen** (SigSys)
 - Erzeugung von zusätzlichen Frequenzkomponenten (Klirr).
- Störungen / Rauschen** (NaT2 basierend auf WrStat)
- Reflexionen, Mehrwegausbreitung** (EL4, MobKom)

Multiplextechnik nutzt den Kanal mehrfach

(Multiplex, lateinisch: mancherlei, vielschichtig)

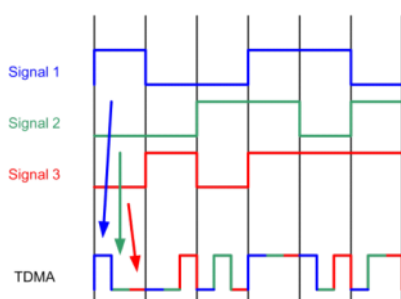
- Zeitmultiplex** (Time Division Multiple Access TDMA)
 - Reihum hat jeder Sender nur kurzen Zugriff auf Kanal.
- Frequenzmultiplex** (Frequency Division Multiple Access FDMA)
 - Z.B. UKW-Radiosender auf verschiedenen Frequenzen.
- Codemultiplex** (Code Division Multiple Access CDMA)
 - Jeder Sender verwendet ein eigenes Signalmuster, welches im Gewirr von vielen Signalmustern wieder erkannt wird.
- Raummultiplex** (Space Division Multiple Access SDMA)
 - Unterteilung in Sendegebiere (Radio) oder Zellen (GSM, Vorlesungssäle).

Zeitmultiplexing (TDM)

- Statisches Zeitmultiplexing**
 - Reihum hat jeder Sender nur kurzen Zugriff auf den Kanal.
 - Jedem Sender wird ein oder mehrere definierte Zeitfenster (timeslots) für die Übertragung zugewiesen.
 - Beispiele: GSM, DECT, ISDN
- Dynamisches Zeitmultiplexing**
 - Jeder Sender kann prinzipiell zu beliebigem Zeitpunkt auf Kanal zugreifen.
 - Kollisionen und Überlastungen müssen durch Protokoll gelöst werden.
 - Beispiel: Ethernet (CSMA/CD)

Beispiel für Zeitmultiplexing (TDM)

Exemplarische zeitliche Signalverläufe



Multiplexing

Dienstag, 16. September 2014

14:41

Frequenzmultiplexing (FDM)

- Statisches Frequenzmultiplexing
 - Für jeden Funkdienst ist ein definiertes Frequenzband reserviert: UKW-Radio, GSM-900/1800, UMTS, ISM-Band etc.
 - Jeder Sender sendet auf einer fest zugewiesenen Frequenz:
Beispiel: Radio 24 auf 102.8 MHz
- Dynamisches Frequenzmultiplexing
 - Der Sender wechselt bei der Signalübertragung seine Sendefrequenz nach einem vordefinierten Ablauf (Frequenzsprung-Verfahren, frequency hopping)
Beispiele: Bluetooth, optional auch bei GSM (z.B. Orange)

=> Bluetooth => wechselt Frequenzen, um Störungen auszuweichen, da sehr viele Geräte in diesem Bereich senden!

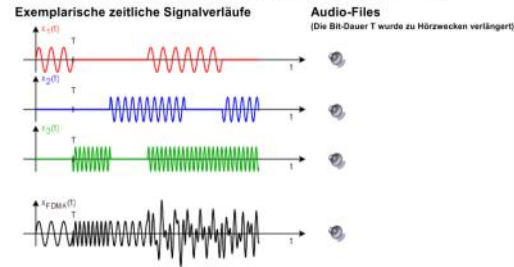
Codemultiplexing (CDM)

- Für die Übertragung eines einzigen Bits wird eine relativ lange Codesequenz verwendet.
- Der Empfänger kann diese Codesequenz mit mathematischen Verfahren (Korrelation) erkennen.
- Dies funktioniert selbst dann, wenn die Amplitude der Codesequenz weit unter den im Kanal vorhandenen Rausch- und Störsignalen liegt.
- Geeignete gewählte Codesequenzen erlauben, dass der Korrelator jeweils nur einen ganz bestimmten Code aus dem Rauschen hervorhebt.
- Für den Korrelator sehen dann fremde Codes (von unerwünschten Sendern) wie ein starkes Rauschsignal aus.
- Beispiele: UMTS, GPS

Anhang 1: radio bands acc. to ITU-R Rec. V.431-7

Band No.	Symbol	Term	Freq. range	Wave length	Examples of applications
-1	ELF	Extremely Low Frequency	0.03 - 0.3 Hz	1E6 - 1E7 km	
0	ELF	Extremely Low Frequency	0.3 - 3 Hz	1E5 - 1E6 km	
1	ELF	Extremely Low Frequency	3 - 30 Hz	1E4 - 1E5 km	submarine (deeply sub-merged)
2	SLF	Super Low Frequency	30 - 300 Hz	1E3 - 1E4 km	submarine
3	ULF	Ultra Low Frequency	300 - 3000 Hz	100 - 1000 km	mines
4	VLF	Very Low Frequency	3 - 30 kHz	10 - 100 km	submarine (near-surface)
5	LF	Low Frequency	30 - 300 kHz	1 - 10 km	aircraft beacons
6	MF	Medium Frequency	300 - 3000 kHz	100 - 1000 m	AM broadcasting
7	HF	High Frequency	3 - 30 MHz	10 - 100 m	amateur radio
8	VHF	Very High Frequency	30 - 300 MHz	1 - 10 m	FM broadcasting, TV, DVB-T
9	UHF	Ultra High Frequency	300 - 3000 MHz	10 - 100 cm	TV, GSM, GPS, WLAN
10	SHF	Super High Frequency	3 - 30 GHz	1 - 10 cm	satellite TV, WLAN, WiMAX, RADAR
11	EHF	Extremely High Frequency	30 - 300 GHz	1 - 10 mm	RADAR, millimetre wave scanner
12		Terahertz waves	300 - 3000 GHz	100 - 1000 um	submillimetre spectroscopy
13		Far infrared	3 - 30 THz	10 - 100 um	
14		Infrared (IR)	30 - 300 THz	1 - 10 um	fiber optics
15		near IR, visible light, UV	300 - 3000 THz	100 - 1000 um	fiber optics, IRDA

Beispiel für Frequenzmultiplexing (FDM)



Raummultiplexing (SDM)

- Ein Sender ist nur in einem örtlich beschränkten Bereich empfangbar.
- Ausserhalb dieses Bereichs kann ein weiterer Sender zur gleichen Zeit, auf der gleichen Frequenz und mit denselben Codesequenzen senden, ohne dass dies zu Störungen führt.
 - Beispiel 1: Zellen der GSM-Basisstationen
 - Beispiel 2: 102.8 MHz für Radio 24 und Rhône FM (Sion)
 - Beispiel 3: Auf der parallelen Druckerschnittstelle (LPT) wird jedes Bit eines Bytes auf einem separaten Draht übertragen.

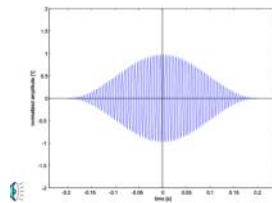
Anhang 2: broadcast bands

Designation	Symbol	Freq. range (Europe)	Examples of applications
Band I	VHF	47 - 68 MHz	analogue TV (CH: Cable-TV only)
Band II	VHF	87.5 - 108 MHz	FM-Radio
Band III	VHF	174 - 230 MHz	analogue TV (CH: Cable-TV only), DAB-T
Band IV	UHF	470 - 582 MHz	analogue TV (CH: Cable-TV only), DVB-T
Band V	UHF	582 - 862 MHz	analogue TV (CH: Cable-TV only), DVB-T

- Neben den Bändern I-V gibt es insbesondere für Cable-TV noch Sonderbänder mit zusätzlichen TV-Programmen.
- Der Frequenzbereich (und speziell die genauen Bandgrenzen) sind länderspezifisch. Die Angaben beziehen sich auf Westeuropa und/oder CH.
- Mit dem Übergang zur Digitalisierung werden viele Frequenzbereiche frisch zugeteilt.
- Durch die Digitalisierung wird pro TV-Programm nur noch etwa 1/10 der Bandbreite bei analoger Ausstrahlung benötigt, womit mehr Programme übertragen werden können, bzw. ganze Frequenzbänder für andere Dienste frei werden ("finites Dividende").

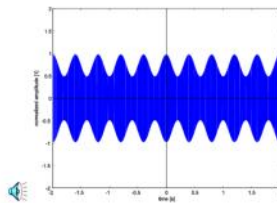
Energiesignal - Leistungssignal

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$



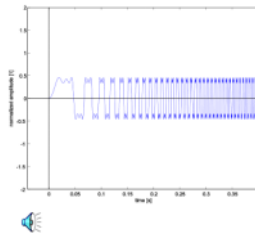
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \infty$$

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt < \infty$$



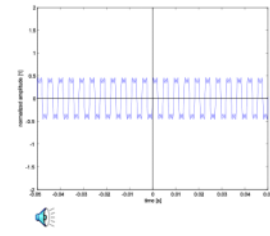
Aperiodisch – Periodisch

$$x(t) \neq x(t + n \cdot T)$$



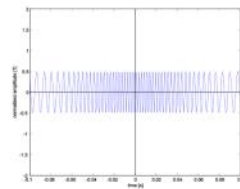
$$x(t) = x(t + n \cdot T)$$

Mit Periodendauer T und $n \in \mathbb{Z}$

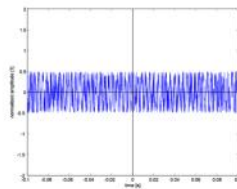


Deterministisch – Stochastisch

$x(t) = f(t)$, d.h. mit vorbestimmtem Verlauf

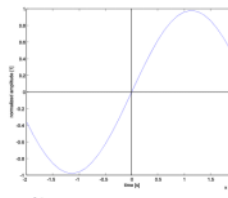


$x(t) = ?$, d.h. ohne vorbestimmten Verlauf

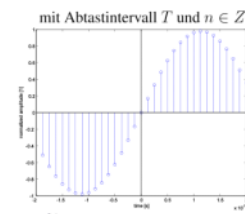


Zeitkontinuierlich – Zeitdiskret

$x(t)$ ist definiert $\forall t \in \mathbb{R}$

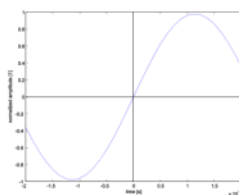


$x(t)$ nur definiert an Stellen $x(n \cdot T)$

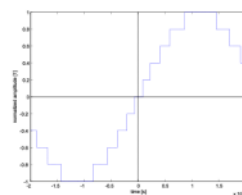


Amplitudenkontinuierlich – Quantisiert

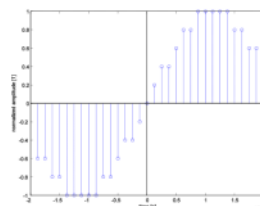
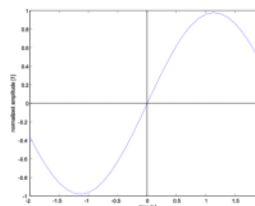
$x(t) = y$ mit $y \in \mathbb{R}$ (oder $y \in \mathbb{C}$)



$x(t) = y_k$ mit $k \in K \subset \mathbb{Z}$



Analog – Digital (d.h. quantisiert und zeitdiskret)



Reell - Komplex

Reellwertiges Signal $f(t)$:

$f(t)$ ordnet jedem Zeitpunkt t eine reelle Zahl/Größe zu.

Komplexwertiges Signal $g(t)$:

$g(t)$ ordnet gewissen Zeitpunkten t eine komplexe Zahl/Größe zu.

Amplituden und Leistungen 1

Dienstag, 23. September 2014

12:33

Signale in NaT sind oft dimensionslos

- **Nachrichtentechnik ist ein mathematisches Fach!**
 - Physikalische Art / absoluter Wert eines Signals $x(t)$ ist oft irrelevant (Spannung, Temperatur, Kontostand etc.).
- **Von grosser Bedeutung sind in Nachrichtentechnik:**
 - Die Veränderung des Signals im Verlaufe der Zeit.
 - Die statistischen Eigenschaften des Signals.
 - Der Vergleich mit anderen Nutz- oder Störsignalen.
 - d.h. eher relative Eigenschaften.
- **Oft ist es praktisch, das Signal $x(t)$ zu normieren:**
 - Physikalische Dimension (V, K, S) wird weggelassen.
 - Signal $x(t)$ wird auf $|x(t)| \leq 1$ normiert.

Effektivwert (Root Mean Square RMS)

- Ausgehend von der Signalleistung P kann der Effektivwert x_{RMS} eines Signals definiert werden:

$$x_{\text{RMS}} = \sqrt{P_x} = \sqrt{\overline{|x(t)|^2}} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt}$$

- Bei einem dimensionslosem Signal $x(t)$ ist auch x_{RMS} dimensionslos.
- Der Effektivwert ist ein Amplitudenwert aber ein Mass für die Leistung des Signals.
- Der Effektivwert ist in der Nachrichtentechnik oft wichtiger als der lineare Mittelwert oder die Spitzenwerte eines Signals.

Anmerkung: physikalische Leistung

- Besitzt das Signal $x(t)$ eine Dimension, wird diese bei der Leistungs- bzw. Effektivwert-Berechnung mit einbezogen.
- Die Signalleistung P_x hat in diesem Fall die Dimension V^2 , K^2 oder S^2 , d.h. ist meist keine physikalische Leistung.
- Die physikalische Leistung P_{phys} kann oft mit einem geeigneten Skalierungsfaktor k aus P_x berechnet werden:

$$P_{\text{phys}} = k \cdot P_x$$

- Bsp. $x(t) = u(t)$ [V]: $P_x = U_{\text{RMS}}^2$ [V^2] $P_{\text{phys}} = (1/R) \cdot U_{\text{RMS}}^2$ [W]
- Bsp. $x(t) = i(t)$ [A]: $P_x = I_{\text{RMS}}^2$ [A^2] $P_{\text{phys}} = R \cdot I_{\text{RMS}}^2$ [W]

Signalleistung != physikalische Leistung!!!!

Signalleistung = Quadrat von Amplitude!!

Dezibel - Berechnung mit Amplituden

- Das Leistungsverhältnis kann auch mit den Effektivwerten ausgedrückt werden:

$$\text{Einsetzen: } k_P = 10 \cdot \log_{10} (Y_{\text{RMS}}^2 / X_{\text{RMS}}^2) \quad [\text{dB}] \text{ (Dezibel)}$$

$$\text{Vereinfachen: } k_P = 20 \cdot \log_{10} (Y_{\text{RMS}} / X_{\text{RMS}}) \quad [\text{dB}] \text{ (Dezibel)}$$

WICHTIG:

- Mit Dezibel vergleicht man Leistungspegel, nicht Amplituden!
- Der Faktor 10 in der Formel für Leistungen stammt von „Dezi“
- Der Faktor 20 in der Formel für Amplituden stammt von „Dezi“ und dem Quadrieren der Effektivwerte zu einer Leistung.
- In Dezibel ausgedrückt ergibt das Verhältnis zwischen Leistungen und Effektivwert (Amplitude) immer den gleichen Wert.

Definition der Signalleistung

- Die Signalleistung S im Verhältnis zur Leistung der Störsignale N (Signal-to-Noise Ratio $\text{SNR} = S/N$) ist einer der entscheidenden Parameter für eine erfolgreiche Signalübertragung.

- Die Leistung P (oder S) eines Signals $x(t)$ ist wie folgt definiert:

$$P = \overline{|x(t)|^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} |x(t)|^2 dt < \infty$$

- Die Leistung P eines dimensionslosen Signals $x(t)$ hat ebenfalls keine eigene Dimension.

Scheitelfaktor Crest-Faktor (crest factor)

- Der Scheitelfaktor gibt das Verhältnis zwischen Spitzenwert und Effektivwert eines Signals wieder:

$$C = \frac{|x|_{\text{pk}}}{x_{\text{RMS}}}$$

- In der Nachrichtentechnik sind hohe Scheitelfaktoren meist hinderlich, da dadurch ein grosser Amplitudenbereich von einem System verarbeitet werden muss, obwohl nur wenig Leistung im Signal enthalten ist.

Logarithmisches Mass für Leistungsverhältnisse

- Oft werden die Leistungen P_x und P_y zweier Signale $x(t)$ und $y(t)$ miteinander verglichen.

- Bsp: Leistungsverstärkungs-Faktor $k_P = P_y / P_x$
- Bsp: Signal-Rauschverhältnis $\text{SNR} = S/N$.

- Für grosse Messbereiche ist oft eine logarithmische Skala handlicher:

- linear: $k_P = P_y / P_x$ [] (dimensionslos)
- logarithmisch: $k_P = \log_{10} (P_y / P_x)$ [B] (Bel)

- Im praktischen Gebrauch wird das Bel nie verwendet, sondern nur der zehnte Teil davon, das Dezibel [dB]

- Somit: $k_P = 10 \cdot \log_{10} (P_y / P_x)$ [dB] (Dezibel)

Dezibel - Leistungsvergleiche

Beispiele für dB - Verhältnisse

	Leistungsverhältnis	Amplitudenverhältnis
20 dB	100	10
10 dB	10	$\sqrt{10} = 3.16$
6 dB	4	2
3 dB	2	$\sqrt{2} = 1.41$
0 dB	1	1
-10 dB	0.1	0.316
-20 dB	0.01	0.1

Amplituden und Leistungen 2

Dienstag, 23. September 2014

14:22

Spannungs-, Strom- und Leistungspegel

- Die Signalleistung P_x eines Signals $x(t)$ wird oft in Bezug auf einen Referenzwert P_0 , U_0 oder I_0 ausgedrückt.
- Auch wenn der Bezugswert ein Spannungs- oder Stromwert ist, handelt es sich bei diesen speziellen Dezibel-Angaben um eine Leistungsgrösse, den Pegeln (Level).

- Spannungspegel: $L_U = 20 \cdot \log_{10} (U_x / U_0)$ [dB oder dB...]
- Strompegel: $L_I = 20 \cdot \log_{10} (I_x / I_0)$ [dB oder dB...]
- Leistungspegel: $L_P = 10 \cdot \log_{10} (P_x / P_0)$ [dB oder dB...]

Absolute Pegel

- In der Praxis haben sich einige Referenzpegel etabliert:
 - dBW : Referenzpegel ist 1 W, d.h. 0 dBW = 1W
 - dBm : Referenzpegel ist 1 mW, d.h. 0 dBm = 1mW
 - dBV : Referenzpegel ist 1 V, d.h. 0 dBV = $(1V)^2 / R_{ref}$
 - dBμV : Referenzpegel ist 1 μV, d.h. 0 dBμV = $(1\mu V)^2 / R_{ref}$
- Bei Spannungspegeln (dBV, dBμV) muss immer der Referenz-Widerstand berücksichtigt werden.
 - In der HF-Technik üblicher $R_{ref} = 50 \text{ Ohm}$: 0 dBV = 20 mW
 - In der Telefonie üblicher $R_{ref} = 600 \text{ Ohm}$: 0 dBV = 1.67 mW

Absolute Pegel im Vergleich

dBm	mW	dBV (50 Ω)	V (50 Ω)	dBV (600 Ω)	V (600 Ω)
0	1	-13.0	0.224	-2.2	0.775
20	100	7.0	2.24	17.8	7.75
13.0	20	0	1	10.8	3.46
2.2	1.67	-10.8	0.289	0	1

Fourier-Reihe

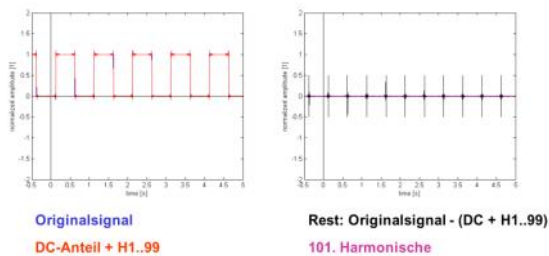
Dienstag, 23. September 2014

14:26

Fourier - Reihe

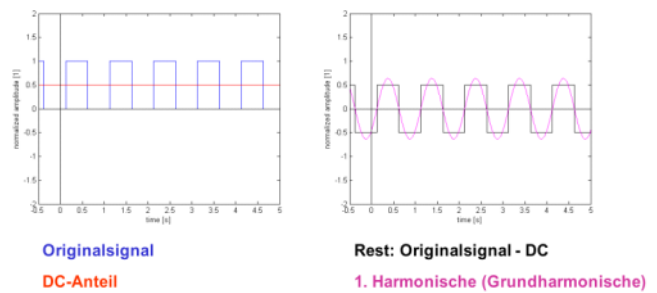
- Das Verhalten von linearen zeitinvarianten Systemen kann mit linearen Differentialgleichungen beschrieben werden.
- Diese Differentialgleichungen sind für exponentielle und harmonische (sinusförmige) Eingangssignale berechenbar.
- Mit Hilfe der Fourier-Reihe kann ein beliebiges *periodisches* Signal in seine Harmonische aufgespalten werden.
- Die Fourier-Reihe ist der anschaulichste Spezialfall der Integraltransformationen. Sie ist aber nur für *periodische* Signale anwendbar.

Bsp: Periodisches Rechtecksignal

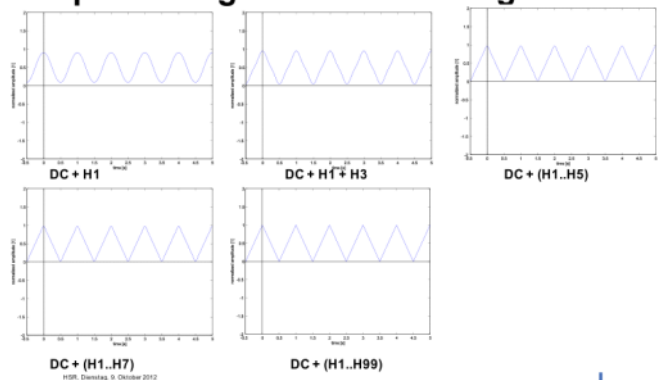


Annäherung mit Fourierreihe!

Bsp: Periodisches Rechtecksignal



Bsp: Bildung eines Dreiecksignals



Drei Grundsatzfragen (1)

1. Frage: Periodizität

Behält ein periodisches Signal $a(t)$ durch Addition oder Subtraktion eines Signals $b(t)$ gleicher Periodendauer T (oder einem ganzzahligen Bruchteil davon) seine Periodizität?

- Ja, da $c(t+T) = a(t+T) + b(t+T) = a(t) + b(t) = c(t)$

Drei Grundsatzfragen (3)

3. Frage: Berechnung der Fourierkoeffizienten

Wie können C_n und φ_n von folgender Reihe

$$C_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t - \varphi_n\right) \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (n \text{ ganzzahlig und } n \geq 0)$$

berechnet werden?

- Antwort folgt ...

Drei Grundsatzfragen (2)

2. Frage: Fehlerminimierung bei Rekonstruktion

Kann mit einem DC-Anteil und den Harmonischen vom Typ

$$C_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot t - \varphi_n\right) \quad n \in \mathbb{N}_0 \quad (n \text{ ganzzahlig und } n \geq 0)$$

ein beliebiges Signal mit Periode T vollständig nachgebildet werden?

- Ja, da der mittlere quadratische Fehler beliebig klein wird (ohne Beweis).

- Nein, da an Sprungstellen Unter- / Überschwinger entstehen (Gibbs'sches Phänomen: 9% der Sprungamplitude).

Fourier-Reihe: 3 äquivalente Darstellungen

Dienstag, 23. September 2014

14:38

Fourier-Reihe: 3 äquivalente Darstellungen

- trigonometrische Form: Cosinus- und Sinus-Signale
- harmonische Form: Cosinus-Signale mit Phase φ_n
- komplexe Form: Euler'sche-Darstellung $c_n e^{jn\omega_0 t}$

Trigonometrische Form

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cdot \cos(n\omega_0 t) + b_n \cdot \sin(n\omega_0 t)$$

mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_T x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_T x(t) \cdot \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_T x(t) \cdot \sin(n\omega_0 t) dt$$

Harmonische Form

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n \cdot \cos(n\omega_0 t - \varphi_n)$$

mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$c_0 = \frac{a_0}{2}$$

$$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

$$\varphi_n = \arctan \frac{b_n}{a_n}$$

Komplexe Form

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{jn\omega_0 t}$$

mit

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_T x(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Zur Erinnerung:

$$e^{jn\omega_0 t} = \cos(n\omega_0 t) + j \sin(n\omega_0 t)$$

1-seitiges / 2-seitiges Spektrum

Einseitiges Spektrum:

- basierend auf harmonischer Form der Fourier-Reihe
- Amplitudenspektrum: $|c_n|$
- Phasenspektrum: φ_n

Zweiseitiges Spektrum:

- basierend auf komplexer Form der Fourier-Reihe
- Amplitudenspektrum: $|c_n|$
- Phasenspektrum: $\arg(c_n) \approx \arctan(b_n/a_n)$ (evtl. $+\pi$) mit $c_n = a_n + jb_n$

Amplituden- und Phasenspektrum

Amplitudenspektrum

Gehör:

- Gehör ist sensibel auf Amplitudenwerte.

Technisch:

- Amplitudendämpfungen sind meist einfach korrigierbar (Entzerrung).
- Aus Amplitudenspektrum ist spektrale Leistung eines Signals ersichtlich.

Phasenspektrum

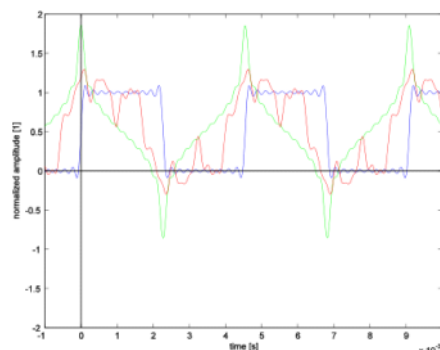
Gehör:

- Stationäres Phasenspektrum ist unhörbar.
- Laufzeitunterschiede zwischen den Ohren helfen für Ortung (Stereo-Hören).

Technisch:

- Phasenverschiebungen sind oft schwieriger korrigierbar.
- Phasenverschiebungen können Empfang digitaler Signale erschweren.
- Phasenspektrum ist für Leistung eines Signals irrelevant.

Hörbeispiel: Rechteck mit Phasenverzerrungen



Amplitudenspektrum ist identisch!!! Aber Phasenspektrum ist mutwillig verschoben worden!!!

2014-09-30 Fourier Transformierte

Dienstag, 30. September 2014 12:14

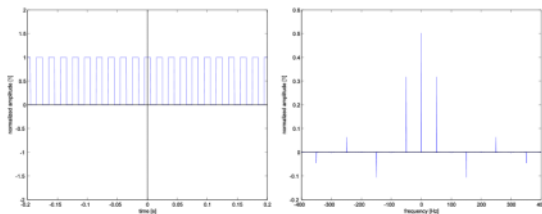
Fourier-Transformierte

- Die *Fourier-Reihe* ist nur gültig für periodische Signale (d.h. stationäre, deterministische, repetitive Leistungssignale).
- Die *Fourier-Transformierte* ist die Erweiterung der Fourier-Reihe für eine zusätzliche Signalklasse: die deterministischen Energiesignale.
- Energiesignale haben eine endliche Energie:

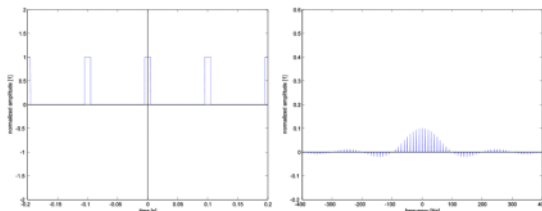
$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt < \infty$$

- Ein typisches Energiesignal ist ein Puls von endlicher Dauer.

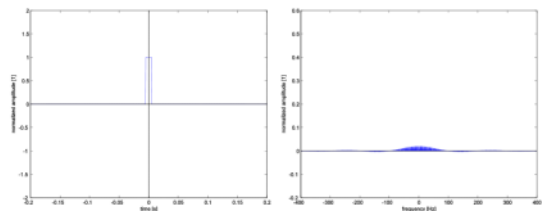
Beispiel Rechteckpuls (T = 2 tau)



Beispiel Rechteckpuls (T = 10 tau)



Beispiel Rechteckpuls (T = 50 tau)



Fourier-Transformation

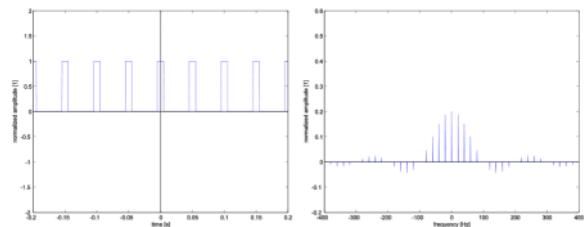
$$X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

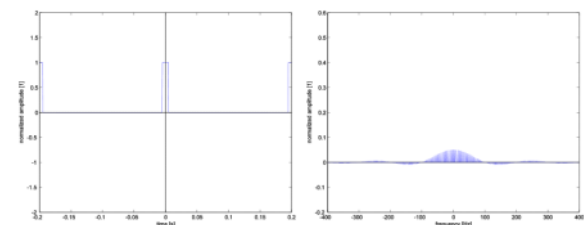
Grenzübergang von der Fourier-Reihe zur Fourier-Transformierten

- Gegeben sei ein zeitbeschränktes Energiesignal $x(t)$.
- $x(t)$ wird periodisch im Abstand T wiederholt: $x_p(t)$.
- Die Fourier-Reihe von $x_p(t)$ kann bestimmt werden.
- Durch den Übergang $T \rightarrow \infty$ wird aus $x_p(t)$ wieder $x(t)$.
- Durch den Übergang $T \rightarrow \infty$ und gleichzeitiger Skalierung mit T kann das Spektrum von $x(t)$ aus dem Spektrum von $x_p(t)$ bestimmt werden.

Beispiel Rechteckpuls (T = 5 tau)



Beispiel Rechteckpuls (T = 20 tau)



Grenzübergang $T \rightarrow \infty$

- Die Spektrallinien rücken zu einem kontinuierlichem Spektrum zusammen
- Die Amplituden $|c_n|$ des Spektrums streben gegen Null !!
- Folgende Eigenschaft konnte im Beispiel mit den verschiedenen gewählten Periodendauern T festgestellt werden:
 - Tritt eine Spektrallinie an der Stelle c_n auf, so ist jeweils $T \cdot c_n$ konstant (für beliebige T)
 - Grund: das berechnete Integral zur Bestimmung des Fourier-Koeffizienten ist keine Funktion von T .
- Wir definieren das mit T skalierte Spektrum als „Spektrale Dichte“:
 - $X(\omega) = T \cdot c_n = c_n / \Delta f = 2\pi \cdot c_n / \Delta\omega$ (für $T \rightarrow \infty$)
 - wobei $\Delta f = 1/T$ dem Abstand der Spektrallinien entspricht, welcher gegen Null strebt.

Fourier Transformierte Eigenschaften I

Dienstag, 30. September 2014

12:27

Transformation und Rücktransformation

$$X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}[X(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

Symmetrie - Eigenschaften

- Jedes Signal $x(t)$ kann aufgespalten werden in:
 - einen geraden (even) Anteil $x_e(t)$
 - einen ungeraden (odd) Anteil $x_o(t)$

$$x(t) = x_e(t) + x_o(t)$$

- Es gilt:

$$x_e(-t) = x_e(t) : \quad X_e(\omega) \text{ ist reellwertig}$$

$$x_o(-t) = -x_o(t) : \quad X_o(\omega) \text{ ist imaginär}$$

- Beweise: vgl. Schaum Übung 1.19

Überlagerungssatz (Linearität)

- Die Linearkombination von Signalen im Zeitbereich entspricht der Linearkombination der zugehörigen Fouriertransformaten:

$$a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} a_1 X_1(\omega) + a_2 X_2(\omega)$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Verschiebungssatz im Frequenzbereich

- Eine Multiplikation mit einer komplexwertigen Schwingung verschiebt das Spektrum um deren (Kreis-) Frequenz:

$$x(t) \cdot e^{j\omega_0 t} \xrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega - \omega_0)$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Skalierung (Ähnlichkeitssatz)

- Eine Stauchung im Zeitbereich verbreitert das Spektrum (und umgekehrt):

$$x(k \cdot t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{|k|} X\left(\frac{\omega}{k}\right)$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Vertauschungssatz (Dualität)

- Ist die Fouriertransformierte $X(\omega)$ des Signals $x(t)$ bekannt, kann für den *Signalverlauf* $X(t)$ dessen Fouriertransformierte nach folgender Regel sofort bestimmt werden:

$$X(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} 2\pi \cdot x(-\omega)$$

- Anmerkung: Gross-/ Kleinschreibung $x()$ $X()$ beachten !**

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Eigenschaften für reellwertiges $x(t)$

- Ist $x(t)$ reellwertig, dann ist dessen Spektrum

$$X(\omega) = |X(\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$$

konjugiert komplex, d.h:

$$X(-\omega) = X^*(\omega)$$

$$|X(-\omega)| = |X(\omega)|$$

$$\varphi(-\omega) = -\varphi(\omega)$$

- Ohne Beweis

Energieinhalt, Satz von Plancherel

- Für Energiesignale ($E < \infty$) gilt folgender Satz von Plancherel:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

- Ohne Beweis

Verschiebungssatz im Zeitbereich

- Eine Verschiebung t_0 im Zeitbereich verändert nur die Phase des Spektrums:

$$x(t - t_0) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(\omega) \cdot e^{-j\omega t_0}$$

- Beweis: NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Modulationssatz

- Für die Multiplikation mit einer sinusförmigen Schwingung kann der Frequenzverschiebungssatzes zweimal verwendet werden:

$$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2} X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X(\omega + \omega_0)$$

$$x(t) \cdot \sin(\omega_0 t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \frac{1}{2j} X(\omega - \omega_0) - \frac{1}{2j} X(\omega + \omega_0)$$

- Beweis: vgl. Schaum Übung 1.15

Zeitumkehrung

- Die Spiegelung an der Ordinatenachse (y-Achse) im Zeitbereich (rückwärtslaufendes Signal) ergibt dieselbe Spiegelung an der Ordinatenachse im Frequenzbereich:

$$x(-t) \xrightarrow{\mathcal{F}} X(-\omega)$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Fourier Transformierte Eigenschaften II

Dienstag, 30. September 2014 12:42

Differentiationssatz

- Die Ableitung eines Signals $x(t)$ besitzt folgende Fouriertransformierte:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} j\omega \cdot X(\omega) \\ -jt \cdot x(t) &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \frac{d}{d\omega}X(\omega)\end{aligned}$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Multiplikationssatz

- Das Produkt zweier Signale $x_1(t)$ und $x_2(t)$ besitzt folgende Fouriertransformierte (Funktion $*$: Faltung)

$$\begin{aligned}x_1(t) \cdot x_2(t) &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X_1(\Omega) \cdot X_2(\omega - \Omega) d\Omega \\ x_1(t) \cdot x_2(t) &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{2\pi} X_1(\omega) * X_2(\omega)\end{aligned}$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Transformierte der Impulsfunktion

- Die Fouriertransformierte der Deltafunktion berechnet sich wie folgt:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega 0} = 1$$

- Mit der Dualitätseigenschaft folgt somit für ein DC-Signal $x(t) = 1$:

$$1 \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} 2\pi\delta(\omega)$$

Spektrum von periodischen Leistungssignalen

- Die Fouriertransformierte von beliebigen periodischen Signalen kann mit Hilfe der Fourierreihen-Koeffizienten bestimmt werden:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot e^{jn\omega_0 t} \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} 2\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

- Beweis: vgl. Schaum Übung 1.28

Integrationssatz

- Das Integral eines Signals $x(t)$ besitzt folgende Fouriertransformierte:

$$\int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} X(\omega) \left(\frac{1}{j\omega} + \pi\delta(\omega) \right)$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf
- Die Dirac'sche Deltafunktion wird erst im Kapitel LTI-Systeme detailliert eingeführt.

Faltungssatz

- Eine Faltung (Funktion $*$) im Zeitbereich ergibt eine Multiplikation im Frequenzbereich:

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{+\infty} x_1(\tau) \cdot x_2(t - \tau) d\tau &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} X_1(\omega) \cdot X_2(\omega) \\ x_1(t) * x_2(t) &\stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} X_1(\omega) \cdot X_2(\omega)\end{aligned}$$

- Beweis: vgl. NaT1_1d_FourierTransformation.pdf

Fouriertransformierte von sinusförmigen Funktionen

- Mit der Euler'schen Darstellung von Sinus und Cosinus sowie dem Frequenzverschiebungssatz folgt sofort:

$$\cos(\omega_0 t) \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} \pi \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$$

$$\sin(\omega_0 t) \stackrel{\mathcal{F}}{\longleftrightarrow} -j\pi \cdot (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0))$$

Kernfragen dieses Kapitels

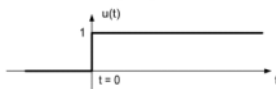
- Wie können Komponenten von Kommunikationssystemen (Leitungen, Filter, etc.) einfach modelliert werden?
- Wie kann man Ausgangssignale von solchen Komponenten bei vorgegebenen Eingangssignalen berechnen?
- Wie muss man Systeme implementieren, damit sie gezielt gewählte Übertragungseigenschaften aufweisen?

Eigenschaften von LTI Systemen

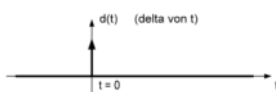
- Der Operator T erzeugt aus Eingangssignal $x(t)$ das Ausgangssignal $y(t)$:
 $y(t) = T[x(t)]$
- Linearität (Superpositionsprinzip):
 $T[x_1(t) + x_2(t)] = y_1(t) + y_2(t)$
 $T[a \cdot x(t)] = a \cdot y(t)$
- Zeitinvarianz:
 $T[x(t-t_0)] = y(t-t_0)$

Schritt- und Impulsfunktion

- Schrittfunktion $u(t)$ (unit step):
"Einschaltvorgang"



- Impulsfunktion $\delta(t)$ (Dirac delta function):
Impuls von verschwindender Kürze mit endlicher Energie.



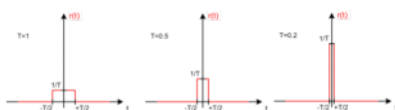
Impulsfunktion $\delta(t)$

- Die Impulsfunktion ist unendlich kurz, soll aber einen Energieinhalt > 0 haben.
- Aus dieser Forderung folgt, dass die Amplitude unendlich groß sein muss.
- Mit dem Wert „unendlich“ lässt sich nicht rechnen:
 $\delta(t)$ ist daher genau genommen keine Funktion, sondern eine Distribution.

- Definition von $\delta(t-t_0)$:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \delta(t-t_0) dt = f(t_0)$$
- vereinfacht für $t_0 = 0$, d.h. $\delta(t)$:
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot \delta(t) dt = f(0)$$

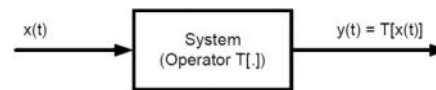
Analogie zur Impulsfunktion $\delta(t)$:

- Rechteck-Funktion $r(t)$ der Länge T mit Amplitude $1/T$:



- Beim Grenzübergang $T \rightarrow 0$ besitzt diese Rechteck-Funktion $r(t)$ die für $\delta(t)$ wichtigsten Eigenschaften der Impulsfunktion $\delta(t)$.
- Eine genauere Approximation (z.B. bzgl. Differenzierbarkeit) kann auch mit einem Gauss-förmigen Puls erzielt werden.

Modellierung von Systemen



- Folgende zwei Annahmen erleichtern die mathematische Behandlung von Systemen massgeblich:
 - System soll linear sein.
 - System soll zeitinvariant sein.
- Die beiden Vereinfachungen können oft ohne bedeutende Einschränkungen auf viele Systeme angewandt werden.

Kausale Systeme

- Ein System ist kausal, ...
 - wenn jede Wirkung eine vorhergehende Ursache hat.
 - wenn jedes Ausgangssignal durch ein vorhergehendes Eingangssignal gebildet wird.

Schrittfunktion

- mathematischer Ansatz:
 - $t < 0$: $u(t) = 0$
 - $t = 0$: $u(t)$ ist nicht definiert
 - $t > 0$: $u(t) = 1$
- "praxisnaher" Ansatz:
 - $t < 0$: $u(t) = 0$
 - $t = 0$: $u(t) = 1/2$
 - $t > 0$: $u(t) = 1$

Eigenschaften der Impulsfunktion $\delta(t)$

- Ausblend-Eigenschaft: $\delta(t-t_0) = 0$, für alle $t \neq t_0$
- Setzen wir $f(t) \equiv 1$, ergibt sich aus der Definition von $\delta(t)$:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

Impulsantwort $h(t)$

- Die Impulsantwort $h(t)$ charakterisiert ein LTI-System.

- Impulsantwort: $h(t) = T[\delta(t)]$ ($\delta(t)$: Impulsfunktion)
- Kausales System: $h(t) = 0$ für $t < 0$
- Akausales System: $h(t) \neq 0$ für $t < 0$

Antwort auf beliebigen Eingang $x(t)$

- Ein beliebiges Signal $x(t)$ kann wie folgt mit Hilfe der Dirac'schen Impulsfunktion umgeschrieben werden:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau$$

- Damit berechnet sich $y(t) = T[x(t)]$ zu:

$$\begin{aligned} y(t) &= T[x(t)] = T\left[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot \delta(t - \tau) d\tau\right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot T[\delta(t - \tau)] d\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \\ &= x(t) * h(t) \end{aligned}$$

- * : Faltungsfunktion (bzw. kurz: Faltung)

Eigenschaften der Frequenzantwort $H(\omega)$

- $h(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega)$
- Sowohl die Impulsantwort $h(t)$ wie auch die Frequenzantwort $H(\omega)$ charakterisieren ein LTI System vollständig.
- Übertragungsfunktion: $H(\omega) = |H(\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)}$
- Amplitudengang: $|H(\omega)|$
- Phasengang: $\varphi(\omega)$
- Für reellwertige $h(t)$ gilt: $H(-\omega) = H^*(\omega)$, bzw. $|H(-\omega)| = |H(\omega)|$
 $\varphi(-\omega) = -\varphi(\omega)$

Logarithmische Darstellung des Amplitudengangs

- Die logarithmische Darstellung des Amplitudengangs entspricht der logarithmischen Darstellung von *Amplituden*:
 $|H(\omega)| \text{ [dB]} = 20 \cdot \log_{10}(|H(\omega)|)$
- Damit vereinfacht sich die Berechnung der Ausgangsamplituden $|Y(\omega)| = |X(\omega)| \cdot |H(\omega)|$ wie folgt:
 $|Y(\omega)| \text{ [dB]} = |X(\omega)| \text{ [dB]} + |H(\omega)| \text{ [dB]}$
- Bode-Diagramm: Doppeltlogarithmische Darstellung (vgl. Beilage NaT1_2b_RCFilter.pdf)

Verzerrungsfreies LTI-System

- Ein LTI-System ist *verzerrungsfrei*, wenn es das Eingangssignal zum Ausgang hin nur um t_d verzögert und/oder um einen Faktor K skaliert (d.h. um K verstärkt oder dämpft).
- Verzerrungsfreie Übertragung: $y(t) = K \cdot x(t - t_d)$
- Mit Zeitverschiebungssatz folgt: $Y(\omega) = K \cdot e^{-j\omega t_d} \cdot X(\omega)$
- D.h. ein LTI ist verzerrungsfrei, falls: $H(\omega) = K \cdot e^{-j\omega t_d}$
- Für den Amplitudengang gilt somit: $|H(\omega)| = K$
- Für den Phasengang gilt dann: $\varphi_H(\omega) = -t_d \cdot \omega$

Eigenschaften von $y(t) = T[x(t)]$

- Zeitbereich: $y(t) = x(t) * h(t)$
- Frequenzbereich: $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$, wobei $h(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} H(\omega)$
 - $H(\omega)$: Frequenzantwort, Übertragungsfunktion
- $y(t)$ kann nun wie folgt vereinfacht aus $x(t)$ berechnet werden:
 - Fourier-Transformation: $X(\omega) = \mathcal{F}[x(t)]$
 - Berechnung im Frequenzbereich: $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$
 - Anschließende Rücktransformation: $y(t) = \mathcal{F}^{-1}[Y(\omega)]$

Filtereigenschaften von $H(\omega)$

- $Y(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega)$
- $|Y(\omega)| = |X(\omega)| \cdot |H(\omega)|$
- $\varphi_Y(\omega) = \varphi_X(\omega) + \varphi_H(\omega)$
- Die Amplituden $|X(\omega)|$ des Spektrums von $x(t)$ werden mit dem Amplitudengang $|H(\omega)|$ gewichtet.
- Der Phasengang $\varphi_H(\omega)$ addiert sich zur Phase $\varphi_X(\omega)$

Verzerrungen

- Signale werden in Übertragungssystemen in vielfacher Weise verformt (z.B. gefiltert, moduliert, gedämpft, entzerrt).
- Es wird unterschieden zwischen linearen und nicht-linearen Verformungen / Verzerrungen.
 - Lineare Verzerrungen:
 - Verursacht durch lineare Systeme (LTI-Systeme).
 - Das Superpositionsprinzip bleibt gültig.
 - Nicht-Lineare Verzerrungen (vgl. Praktikum SigSys):
 - Verursacht durch nicht-lineare Systeme.
 - Oft schwierig modellierbar.
 - Oft nur numerisch berechenbar.

Zwei Arten von Verzerrungen in LTI-Systemen

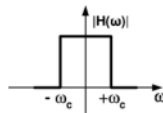
- Amplitudenverzerrung: $|H(\omega)|$ ist nicht konstant
 - Je nach Frequenz werden die Anteile der spektralen Amplitudendichte $|X(\omega)|$ vom Eingang zum Ausgang des LTI-Systems unterschiedlich gewichtet.
 - Aufgrund der Linearität und Zeitinvarianz des LTI-Systems enthält $Y(\omega)$ aber keine neuen Frequenzkomponenten im Vergleich zu $X(\omega)$.
- Phasenverzerrung: $\varphi_H(\omega)$ ist keine lineare Funktion von ω .

Filtertypen: Tiefpass (LPF), Hochpass (HPF)

- Idealer Tiefpass (lowpass filter):

$$|\omega| < \omega_c : H_{LP}(\omega) = e^{-j\omega t_d}$$

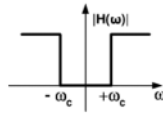
$$|\omega| > \omega_c : H_{LP}(\omega) = 0$$



- Idealer Hochpass (highpass filter):

$$|\omega| < \omega_c : H_{HP}(\omega) = 0$$

$$|\omega| > \omega_c : H_{HP}(\omega) = e^{-j\omega t_d}$$



(Index c : corner)

Kausale Filter

- Ideale Filter sind **nicht realisierbar**, da sie akausal sind.

- Beispiel: Impulsantwort des idealen Tiefpass:

$$h(t) = \sin(\omega_c \cdot t) / (\pi \cdot t) \quad \text{d.h. } h(t) \neq 0 \text{ für } t < 0$$

- Kausale Filter sind Annäherungen an ideale Filter.

- In der Praxis entsteht immer eine **Kompromisslösung** zwischen:

- Filterflankensteilheit
- Dämpfung im Sperrbereich
- Flachem Frequenzgang im Durchlassbereich
- Linearität des Phasenganges, etc.

- Beispiele von Realisierungsstrategien:

Butterworth-, Chebyshev-, Cauer-, Besselfilter etc.

Bandbreite von BP-Filtern

- Mittenfrequenz bei Bandpassfilter: $f_c = \omega_c / (2\pi)$ (Index c: center)

- Filterbandbreite $B = W / (2\pi)$ bei Bandpassfiltern:

Differenz der Frequenzen f , bei denen der Amplitudengang $|H(2\pi f)|$ gegenüber $|H(\omega_c)|$ um 3 dB gedämpft ist.

- $B \ll f_c$ bzw. $W \ll \omega_c$: schmalbandiges Filter
- $B \approx f_c$ bzw. $W \approx \omega_c$: breitbandiges Filter

Quadraturfilter

- Beim Quadraturfilter handelt es sich um ein Allpassfilter, d.h. die Amplituden sämtlicher Frequenzen bleiben unverändert und nur die Phase wird modifiziert.

- Das Quadraturfilter ist ein -90° Phasenschieber:

$$H(\omega) = e^{-j\pi/2} \quad \text{für } \omega > 0$$

$$H(\omega) = e^{+j\pi/2} \quad \text{für } \omega < 0$$

$$\text{d.h. } H(\omega) = -j \cdot \text{sgn}(\omega) \quad (\text{mit Vorzeichenfunktion } \text{sgn}(\omega))$$

- Allpassfilter: $|H(\omega)| = 1$ für alle ω

- Technisch ist ein Quadraturfilter nur für beschränkten Bandbreitenbereich approximierbar.

Hilbert Transformation (2)

$$\hat{x}(t) = x(t) * \frac{1}{\pi t} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} d\tau$$

$$\hat{X}(\omega) = X(\omega) \cdot H(\omega) = -j \cdot \text{sgn}(\omega) \cdot X(\omega)$$

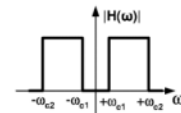
- Die tiefere mathematische Bedeutung der Hilbert Transformation wird in NaT1/2 nicht behandelt.
(z.B. Zusammenhang zw. Amplituden- und Phasengang bzw. Real- und Imaginärteil eines Minimum-Phasen-Systems)

Filtertypen: Bandpass (BPF), Bandsperre (BSF)

- Idealer Bandpass (bandpass filter):

$$\omega_{c1} < |\omega| < \omega_{c2} : H_{BP}(\omega) = e^{-j\omega t_d}$$

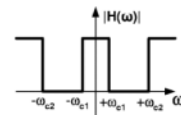
$$|\omega| < \omega_{c1}, |\omega| > \omega_{c2} : H_{BP}(\omega) = 0$$



- Ideale Bandsperre (bandstop filter):

$$\omega_{c1} < |\omega| < \omega_{c2} : H_{BS}(\omega) = 0$$

$$|\omega| < \omega_{c1}, |\omega| > \omega_{c2} : H_{BS}(\omega) = e^{-j\omega t_d}$$



Bandbreite von Tiefpass-Filtern

- Die Bandbreite ist definiert für Tief- und Bandpassfilter

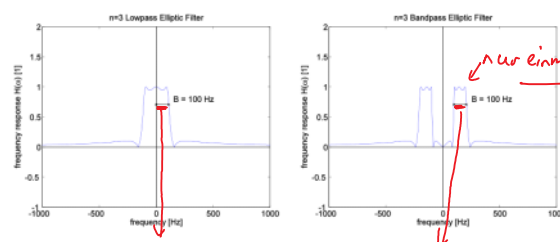
- Die Bandbreite von Filtern wird praxis-orientiert definiert und ist bei *exotisch* gewählten Beispielen nicht eindeutig.
- d.h. die Bandbreite ist nur definiert für übliche LPF & BPF

- Die Bandbreite bezieht sich auf das *einseitige* Spektrum

- Die Bandbreite B eines LPF entspricht jener Frequenz f , bei der $|H(2\pi f)|$ gegenüber $|H(0)|$ um 3 dB gedämpft ist:

$$|H(W)| = |H(2\pi B)| = |H(0)| / \sqrt{2}$$

Beispiele für Filterbandbreiten



! Bandbreite bezieht sich nur auf einseitiges Spektrum!!!

Hilbert Transformation

- Obwohl technisch nur beschränkt realisierbar, ermöglicht das Quadraturfilter ein paar ganz spezifische Anwendungen, z.B. Einseitenband-Amplitudenmodulation.
- Die Impulsantwort des Quadraturfilters berechnet sich zu: $h(t) = 1 / (\pi \cdot t)$.
- Das Ausgangssignal $y(t)$ wird aus der Faltung von $x(t)$ mit $h(t) = 1 / (\pi \cdot t)$ berechnet.
- Diese Faltung wird als Hilbert Transformation bezeichnet.
- Integraltransformation von Zeitbereich in Zeitbereich.

Modulationsarten

Dienstag, 7. Oktober 2014 12:36

Kernfragen

- Wie sendet man verschiedene Signale gleichzeitig über denselben Kanal?

Konkret:

- Wie sendet man mehrere Radioprogramme über den Äther?
- Wie gelangt ein GSM-Telefongespräch (13 kbit/s) in ein reserviertes Frequenzband (z.B. GSM 900 / 1800 MHz)?

- Wer formt was bei einer Modulation?

- Welche grundlegenden Modulationsarten gibt es?

Warum Modulationen?

- Kanal Anpassung**
 - Kanal ist evtl. nur in gewissen Frequenzbereichen physikalisch nutzbar.
 - Kanal hat Frequenzbänder mit besonders geeigneten Übertragungseigenschaften.
 - Die Nutzung eines Kanals ist durch gesetzliche Auflagen eingeschränkt.
- Multiplexing: gleichzeitige Kanalnutzung durch mehrere Anwendungen**
 - Drahtlose Übertragung: Rundfunk, TV, Telefonie (GSM), Datenübertragung.
 - Telefonkabel: a/b oder ISDN und gleichzeitig ADSL.
 - CATV: div. Radio- / Fernsehkanäle, Internet, Telefonie.
 - Lichtwellenleiter: Wavelength Division Multiplexing (WDM / D-WDM)
 - Stromnetz: Energie (50Hz), Rundsteuerung, Powerline Communication (PLC).
- Erhöhung der Störfestigkeit** (z.B. bei PM und FM, vgl. NaT2)

Bezeichnungen und Konventionen

- Trägersignal (carrier signal) $x_c(t)$**

- Informationssignal (message signal) $m(t)$**

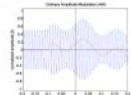
- meist normiertes Signal mit $|m(t)| \leq 1$.
- oft ist $m(t)$ mittelwertfrei, d.h. der zeitliche Mittelwert $\langle m(t) \rangle = 0$.

- Moduliertes Signal (modulated signal) $x_M(t)$**

- Trägersignal $x_c(t)$ mit durch $m(t)$ veränderten Parametern (z.B. A, φ).
- $m(t)$ moduliert (d.h. formt) den informationslosen Träger $x_c(t)$.

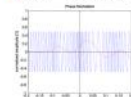
Amplitudenmodulation

- $x_{AM}(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t)$ mit $A(t) \sim m(t)$



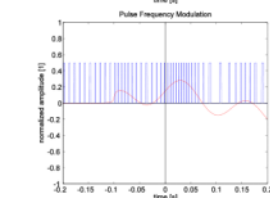
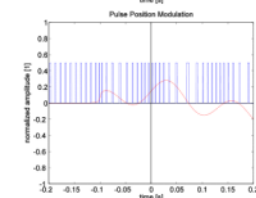
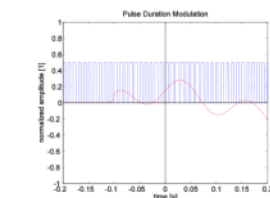
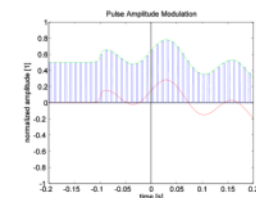
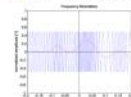
Phasenmodulation

- $x_{PM}(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi(t))$ mit $\varphi(t) = k_F \int m(t) dt$



Frequenzmodulation

- $x_{FM}(t) = A \cos(\omega_c t + \varphi(t))$ mit $\varphi(t) = k_F \int m(t) dt$



HSP, Dienstag, 9. Oktober 2012

Was passiert bei einer Modulation?

- Ein Trägersignal mit Trägerfrequenz f_c wird zur Übertragung von Nachrichten genutzt.

- Modulation beim Senden:**

Das Nachrichtensignal formt (moduliert) Parameter des Trägers (z.B. Amplitude oder Phase).

- Demodulation beim Empfang:**

Der Empfänger rekonstruiert aus dem modulierten Trägersignal das übermittelte Nachrichtensignal.

- Das Nachrichtensignal wird als *modulierendes* Signal bezeichnet
- Das veränderte Trägersignal wird als *moduliertes* Signal bezeichnet.

Beispiele von Trägersignalen

- Sinusförmiges Trägersignal:** $x_c(t) = A_c \cdot \cos(2\pi f_c t + \varphi)$

- Modulierbare (veränderbare, formbare) Parameter:

- Amplitude A_c
- Phase φ
- Momentan(kreis)frequenz $2\pi \cdot f_c + \frac{d\varphi}{dt}$

- Rechteckförmiges Trägersignal:** $x_c(t) = A \cdot f(t, f_p, \Delta T, \tau)$

- Modulierbare Parameter:

- Amplitude A
- Pulsfrequenz f_p
- Pulsposition ΔT
- Pulsbreite τ

Modulation von sinusförmigen Trägern

- Nicht moduliertes Trägersignal $x_c(t) = A \cdot \cos(\omega_c t)$
- Amplitudenmodulation $x_{AM}(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t)$ $A(t) \sim m(t)$
- Phasenmodulation $x_{PM}(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t))$ $\varphi(t) \sim m(t)$
- Frequenzmodulation $x_{FM}(t) = A \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t))$ $\varphi'(t) \sim m(t)$
- Hybride Verfahren (z.B. QAM) $x_{QV}(t) = A(t) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t))$

Modulation von Rechteck-Trägersignalen

- Trägersignal $x_c(t) = A \cdot f(t, f_p, \Delta T, \tau)$

- A : Amplitude
- f_p : Pulsrate
- ΔT : Pulsposition
- τ : Pulslänge

- Pulsamplitudenmodulation (pulse-amplitude modulation) $x_{PAM}(t)$ mit $A(t) \sim m(t)$
- Pulsdauernmodulation (pulse-width modulation) $x_{PWM}(t)$ mit $\tau(t) \sim m(t)$
- Pulspositionsmodulation (pulse-position modulation) $x_{PPM}(t)$ mit $\Delta T(t) \sim m(t)$
- Pulsfrequenzmodulation (pulse-frequency modulation) $x_{PFM}(t)$ mit $\Delta T'(t) \sim m(t)$

Amplitudenmodulation I

Dienstag, 7. Oktober 2014 14:43

Kernfragen

- Wer formt was bei der Amplitudenmodulation?
- Wie kann man die Information eines Nachrichtensignals $m(t)$ auf die Amplitude eines Trägersignals aufprägen?
- Welche Frequenzanteile besitzt dann dieses Signal?
 - Ermöglicht Amplitudenmodulation Frequenzmultiplexing?
 - In welchem Frequenz-Abstand müssen zwei amplitudenmodulierte Sender sein, damit sie sich nicht gegenseitig stören?
- Welche Arten von Amplitudenmodulationen gibt es?

Wie wird $A_c(t)$ proportional zu $m(t)$?

- Die Amplitudenmodulationen beinhalten eine Multiplikation des Trägers mit dem Nachrichtensignal.
- Spezialfall bei gewöhnlicher AM: dem Nachrichtensignal $m(t)$ wird vor der Multiplikation noch ein DC-Anteil dazugegeben.
 - Ziel ist bei gewöhnlicher AM, dass der zu $m(t)+DC$ proportionale Amplitudenwert $A(t)$ des modulierten Signals nie kleiner als Null wird, wodurch auch die Spitzenwerte $x_{AM, pk}$ proportional zu $m(t)+DC$ sind.
 - Ist $m(t)$ normiert ($m_n(t)$ mit $|m_n(t)| \leq 1$) und der zugefügte DC ≥ 1 , wird $x_{AM, pk}$ proportional zu $m(t)+DC$.
 - Normierte Form (DC = 1): $x_{AM}(t) = (1 + \mu \cdot m_n(t)) \cdot A_c \cdot \cos(\omega_c t)$

Was passiert im Frequenzbereich?

- Beispiel 1: $m(t)$ ist Einzelton (single tone, d.h. ein Sinus)
- Beispiel 2: $m(t)$ ist Rechtecksignal (d.h. periodische 1/0-Folge)
- Beispiel 3: $m(t)$ ist Joe-Signal

Amplitudenmodulation: Wer formt was?

- Das Nachrichtensignal moduliert einen Träger:
 - Trägersignal (carrier), z.B: $A_c \cdot \cos(\omega_c t)$
 - Nachrichtensignal (message signal):
 - Nachrichtensignal $m(t)$, oft normiert als $m_n(t)$: $|m_n(t)| < 1$
 - Das Nachrichtensignal $m(t)$ moduliert (formt) das Trägersignal und ist damit das *modulierende* Signal.
 - Moduliertes Signal: $A_c(t) \sim m(t)$
 - Amplitudenmodulation ist im einfachsten Fall eine Multiplikation:
 - $x_{DSB}(t) = m(t) \cdot A_c \cdot \cos(\omega_c t)$ (DSB: Double Sideband AM)

Multiplizierende Schaltungen gibt es!

- Zeitvariante Funktionsblöcke, z.B. Schalter
 - Früher: Ringmodulator.
 - Heute: Ringmodulatoren in elektronischer Nachbildung.
- Nichtlineare Bauelemente (z.B. Dioden, FET)
 - Eine **nichtlineare Kennlinie** erzeugt aus **additiven Termen** **multiplikative Terme**.
 - Bsp: $(a + b)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot b + b^2$
- Integrierter steuerbarer Verstärker.
- Numerische Multiplikation von digitalen Signalen (DSP, FPGA).

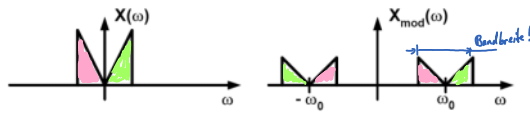
2014-10-14 Amplitudenmodulation II

Dienstag, 14. Oktober 2014 12:13

Modulationssatz

- Durch die Multiplikation eines Signals $x(t)$ mit $\cos(\omega_0 t)$ verschiebt sich dessen Spektrum $X(\omega)$ nach ω_0 , konkret:

$$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \xrightarrow{F} \frac{1}{2} X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X(\omega + \omega_0)$$



Anmerkung: Das dargestellte Spektrum $X(\omega)$ ist eine rein fiktive Darstellung, welche kaum je in freier Wildbahn so anzutreffen sein wird! Ähnlichkeiten mit Spektren realer Signale sind rein zufällig und unbeabsichtigt.

Durch Fourier-T. wird doppelseitig!!

Durch Multiplikation mit $\cos()$ haben wir nun Bandbreiten verschoben und gespiegelt!

Abstand von zwei Mittelwellensendern

- Bandbreite des Sprach- / Musiksignals:** 200 Hz .. 4,5 kHz
 - Bandbeschränkung vor der Modulation mit Hilfe eines Bandpassfilters
- Modulationsart: Gewöhnliche AM**
 - Spektrum besteht aus dem ständig vorhandenen Trägersignal und 2 Seitenbändern mit je 4,5 kHz Bandbreite (vgl. weitere Folien)
- Minimaler Abstand im Frequenzbereich: 9 kHz**
 - Idealer wäre eine zusätzliche Marge von ca. 10%, d.h. Abstände von ca. 10 kHz, um Empfangsstörungen zu minimieren.
 - MW-Sender belegen Frequenzbereich von 526,5 bis 1606,5 kHz.
 - Um in diesem Band eine maximale Anzahl Sender zu betreiben, sind (waren) diese meist im Raster von 9 kHz zu finden (Beromünster: ehemals 531 kHz)

Frequenzmischer, Frequenzmultiplex

- Der Modulationssatz lehrt uns, dass durch die Multiplikation mit einem sinusförmigen Träger ein Nachrichtensignal vom Basisband zu einem beliebigen Übertragungsband (und zurück) verschoben werden kann.
- Diese Multiplikation mit dem Träger erledigt der **Frequenzmischer** (Mixer).
- Mit Frequenzmissern verschiedener Frequenzen $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ können mehrere **bandbeschränkte** Basisbandsignale parallel und störungsfrei über denselben Übertragungskanal gesendet werden (Frequenzmultiplex, FDM).
- Details und Beispiele: vgl. auch Schaum Kapitel 3.7 und 3.8

Landessender Beromünster

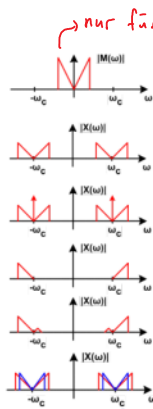
- Urgestein**
 - Erster deutschsprachiger Landessender (1931)
 - Musigwelle 531 bis 28. Dezember 2008
- Ungetüm**
 - Sendemast: 215 m hoch
 - Sendeleistung: 60 kW / 600 kW / 180 kW
- Quelle:**
 - technik.geschichte-schweiz.ch



Klassifizierung von AM

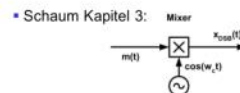
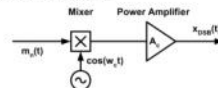
(bzgl. resultierendem Übertragungsband)

- Doppelseitenband AM**
 - Double-Sideband DSB
 - DSB Suppressed-Carrier DSB-SC $\Rightarrow$ kein Träger = keine Distanz = keine Distanz
- Gewöhnliche AM** (ur-AM $\Rightarrow$ nicht!)
 - Ordinary Amplitude Modulation AM
- Einseitenband AM** $\Rightarrow$ besser, da kleinere Bandbreite!
 - Single-Sideband SSB
- Restseitenband AM**
 - Vestigial-Sideband VSB
- Quadratur AM**
 - Quadrature Amplitude Modulation QAM



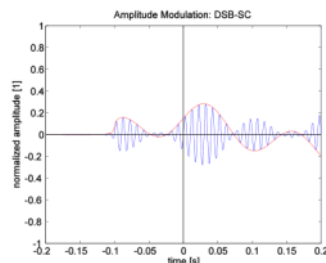
Doppelseitenband AM (DSB / DSB-SC)

- Mathematisch einfachste AM mit $A(t) = A_c \cdot m(t)$
- $x_{DSB}(t) = m(t) \cdot A_c \cdot \cos(\omega_c t)$
 - NaT1/2, Schaum Kapitel 8:



DSB-SC im Zeitbereich

Nachrichtensignal $m(t)$
Moduliertes Signal $x_{DSB}(t)$



Mathematische Eigenschaften von DSB

- DSB-SC ist linear, aber nicht zeitinvariant**
 - Trotz fehlender Zeitinvarianz aber wegen der zumindest bei DSB-SC vorhandenen Linearität wird AM oft generell als lineare Modulation bezeichnet.
 - Grund: bei DSB-SC und gewöhnlicher AM wird das Spektrum des Basisbandsignals im Prinzip nur zur Trägerfrequenz hin verschoben.

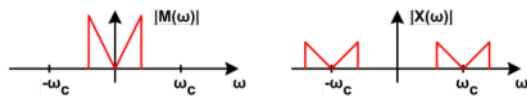
- Mit Modulationssatz folgt:**

$$X_{DSB}(\omega) = \frac{1}{2} A_c \cdot M(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} A_c \cdot M(\omega + \omega_c)$$

Amplitudenmodulation III

Dienstag, 14. Oktober 2014 12:50

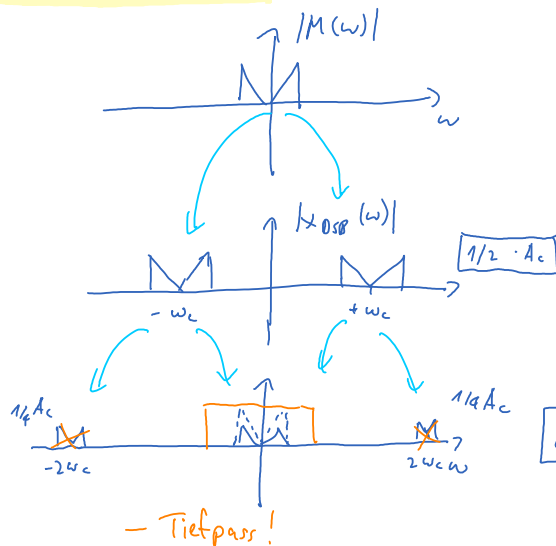
DSB-SC im Frequenzbereich



- Oberes und gespiegeltes unteres Seitenband, **kein Träger** (double sideband, suppressed carrier).

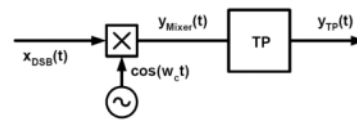
- Signal $X(\omega)$ im Übertragungsband hat **doppelte Bandbreite und halbe Amplitude** des Signals $M(\omega)$ im Basisband.

(*) unter Annahme von normiertem $A_c = 1$



Demodulation von DSB-SC

$$y(t) = T_{LPF}[x_{DSB}(t) \cdot \cos(\omega_c t)] \quad \text{mit } T_{LPF}[\cdot]: \text{Tiefpassfilter}$$



$$Y_{Mixer}(\omega) = \frac{1}{2} A_c M(\omega) + \frac{1}{4} A_c (M(\omega - 2\omega_c) + M(\omega + 2\omega_c))$$

$$Y_{TP}(\omega) = \frac{1}{2} A_c M(\omega)$$

$$m(t)$$

$$m(t) \cdot \cos(\omega_c t)$$

$$[m(t) \cdot \cos(\omega_c t)] \cdot \cos(\omega_c t) = m(t) \cdot \frac{1}{2} (1 + \cos(2\omega_c t))$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta)$$

Synchronisation

- Der Modulator (wie auch der Demodulator) sind **nicht** zeitinvariant.
- Falls jedoch der $\cos(\omega_c t)$ des Demodulators frequenz- und phasensynchron ist zum $\cos(\omega_c t)$ des Modulators, ist die gesamte Übertragung jedoch wieder zeitinvariant.
- Wegen dieser geforderten Synchronisation spricht man bei der Produktdemodulation auch von kohärenter Demodulation.
- kohärent = zusammenhängend, stimmig, übereinstimmend.
- Die Kohärenz bezieht sich auf die Frequenz- und Phasenlage der beiden Oszillatoren.
- Synchronisationsinformation ist z.B. in den Nulldurchgängen des modulierten Signals vorhanden.
- Beliebte Rückgewinnung des $\cos(\omega_c t)$ mit exakter Frequenz f_c und Phasenlage φ :
 - DSB-SC: Quadrieren des Empfangssignals, Herausfiltern von $2\omega_c$ und Frequenzteilung.
 - Generell: durch Phase Locked Loop (PLL).

Beispiel 2:

Kohärenter Demodulator mit Phasenabweichung

Dienstag, 14. Oktober 2014

14:19

$$x_{\text{DSC}} = \cos(\omega_c t + \varphi)$$

$$y_{\text{mixer}} = m(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot \cos(\omega_c t + \varphi)$$

$$= \frac{1}{2} m(t) \cdot [\cos(2\omega_c t + \varphi) + \cos\varphi]$$

$$y_{\text{TP}}^{(4)} = \frac{1}{2} \cdot m(t) \cdot \cos\varphi \quad \Rightarrow \quad \text{bei } \pm \frac{\pi}{2} = \text{Auslöschung!!}$$

Bsp. 3

Frequenzabweichung

$$x_{\text{DSC}} = \cos(\omega_c + \Delta\omega) \cdot t$$

$$\Delta\omega \cdot t = \varphi(t)$$

Daher brauchen wir Synchronisations-Schaltungen!

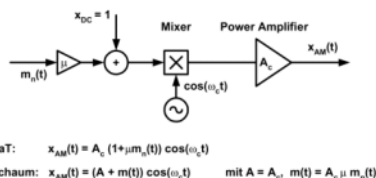
Gewöhnliche AM

Dienstag, 14. Oktober 2014 14:29

Gewöhnliche AM (ordinary AM)

- Technisch einfachste AM:
 - Rundfunk-Technik von 1923
 - Bis Dezember 2008: Mittelwellensender Beromünster (531 kHz)
 - Noch heute: Flugfunk

$$x_{AM}(t) = A_c (1 + \mu \cdot m_n(t)) \cdot \cos(\omega_c t)$$

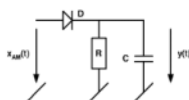


Mathem. Eigenschaften von gewöhnlicher AM

- $x_{AM}(t) = A_c (1 + \mu \cdot m_n(t)) \cdot \cos(\omega_c t)$
- Modulationsindex μ
 - meist: $0 < \mu < 1$
 - Falls $\mu > 1$: Übermodulation, d.h. die Spitzenwerte des modulierten Signals sind nicht mehr proportional zu $1 + \mu \cdot m_n(t)$
- Gewöhnliche AM ist nicht-linear (im Gegensatz zu DSB-SC), wegen dem beigefügten DC-Anteil.
- Gewöhnliche AM ist nicht zeitinvariant (wie schon DSB-SC).
- Für $A_c = 1$ und $\mu = 1$ gilt:
 - $x_{AM}(\omega) = \frac{1}{2} M(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega + \omega_c) + \pi \cdot (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c))$

Demodulation von gewöhnlicher AM

- (a) Kohärente Produktdemodulation wie bei DSB-SC
- (b) einfachste Technik:
Enveloppendemodulation mit Hüllkurvendetektor:



Bedingungen für Enveloppen-Demodulation

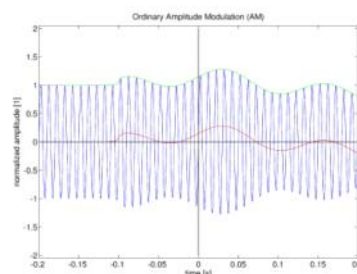
- Envelope (Umhüllende) darf nicht unter Null fallen, d.h.:
 - $A_c (1 + \mu m_n(t)) > 0$, mit normiertem $|m_n(t)| \leq 1$
- Damit folgt für den Modulationsindex μ : $\mu \leq 100\%$
- Falls $\mu > 100\%$: Übermodulation
 - Wird bei Übermodulation mit dem Enveloppen-Detektor demoduliert, führt dies zu nicht-linearen Verzerrungen.
- Optimale Zeitkonstante RC des Enveloppen-Detektors:
 - $B_m < 1/RC \ll f_c$
 - B_m : Bandbreite von $m(t)$

Gewöhnliche AM im Zeitbereich

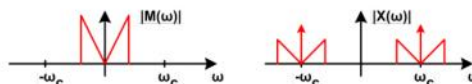
Message Signal $m(t)$

Moduliertes Signal $x_{AM}(t)$

Umhüllende



Gewöhnliche AM im Frequenzbereich



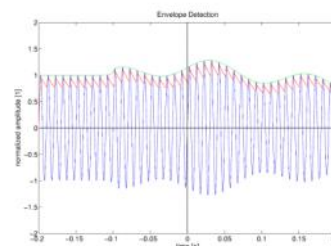
- Oberes und gespiegeltes unteres Seitenband inkl. Träger.
- Signal $X(\omega)$ im Übertragungsband hat doppelte Bandbreite und halbe Amplitude¹ des Signals $M(\omega)$ im Basisband.
¹ unter Annahme von normiertem $A_c = 1$ und $\mu = 100\%$, wobei der Träger zudem separat betrachtet wird.
- Ein Grossteil der Sendeleistung befindet sich im Träger.

Enveloppendetektor im Zeitbereich

Detektiertes Signal

Moduliertes Signal $x_{AM}(t)$

Umhüllende



Einseitenband AM (SSB)

- Amplitudenmodulation mit effizienter Bandbreitennutzung
 - Doppelseitenband AM (DSB) und gewöhnliche AM haben redundante Information im oberen und unteren Seitenband (Upper Sideband USB / Lower Sideband LSB)
 - Bei SSB wird nur ein Seitenband übertragen (USB/LSB)
 - Nachteil: Komplexere technische Implementierung
- Anwendungsbeispiele:
 - Ehemalige analoge Trägerfrequenz-Telefonie
 - Kurzwellen-Funk

2014-10-21 SSB (Single Side Band) I

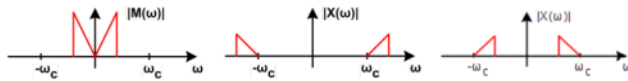
Dienstag, 21. Oktober 2014 12:39

Zuerst angeschaut in Unterricht:

Beispiel 1: Effizienz von gewöhnlicher AM

=> in PDF in V3

SSB im Frequenzbereich

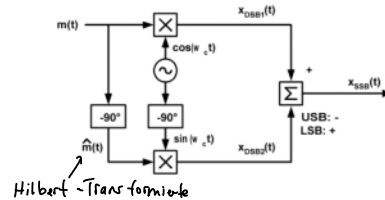


- Nur oberes oder nur unteres Seitenband (mittlerer bzw. rechter Graph).
 - Oberes Seitenband: Upper Sideband (USB)
 - Unteres Seitenband: Lower Sideband (LSB)
 - Evtl. wird auch etwas vom Träger mitgeschickt, um die Demodulation mit dem kohärenten Detektor zu vereinfachen.
- Signal $X(\omega)$ im Übertragungsband hat gleiche Bandbreite und bei der Filtermethode die halbe Amplitude^{*)} des Signals $M(\omega)$ im Basisband.

*) unter Annahme von normiertem $A_c = 1$.

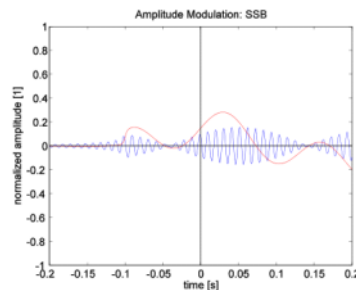
Technische Realisierung von SSB

- Filtermethode:**
 - Filter unterdrückt das unerwünschte Seitenband eines DSB
 - Nachteil: Sehr hohe Anforderungen an Filtersteilheit
- Phasenmethode:**



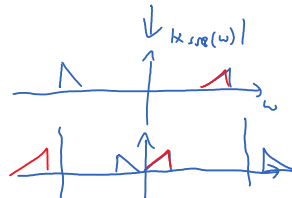
SSB im Zeitbereich

Nachrichtensignal $m(t)$
Moduliertes Signal $x_{SSB}(t)$



Demodulation von SSB

- Eine kohärente Demodulation ist erforderlich.
- $y(t) = T_{LPF}[x_{SSB}(t) \cdot \cos(\omega_c t)]$ mit $T_{LPF}[\cdot]$: Tiefpassfilter
- Bei SSB mit oberem Seitenband (USB):
 - $Y_{Mixer}(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega) + \frac{1}{4} M_s(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{4} M_s(\omega - 2\omega_c)$
 $M_s(\omega)$: Anteil von $M(\omega)$ auf der positiven ω -Achse
 $M_-(\omega)$: Anteil von $M(\omega)$ auf der negativen ω -Achse
- Bei SSB mit unterem Seitenband (LSB):
 - $Y_{Mixer}(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega) + \frac{1}{4} M_s(\omega + 2\omega_c) + \frac{1}{4} M_-(\omega - 2\omega_c)$
- Nach Tiefpass:
 - $Y_{LPF}(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega)$



Beispiel: (SSB)

Mit Modulationssatz!

$$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \longleftrightarrow \frac{1}{2} X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X(\omega + \omega_0)$$

$$\hat{M}(\omega) = -j \cdot \text{sgn}(\omega) \cdot M(\omega)$$

$$X_{USB}(\omega) = \frac{1}{2} M(\omega - \omega_c) + \frac{1}{2} M(\omega + \omega_c) - \left(\frac{1}{2j} \cdot (-j) \text{sgn}(\omega - \omega_c) \cdot M(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2j} \cdot (-j) \text{sgn}(\omega + \omega_c) \cdot M(\omega + \omega_c) \right)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot M(\omega - \omega_c) \cdot (1 + \text{sgn}(\omega - \omega_c)) + \frac{1}{2} M(\omega + \omega_c) \cdot (1 - \text{sgn}(\omega + \omega_c))$$



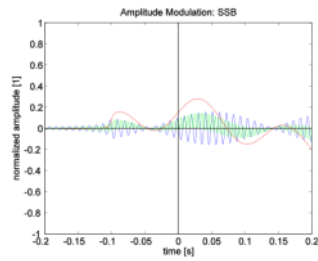
SSB (Single Side Band) II

Dienstag, 21. Oktober 2014 14:20

SSB nach Mixer

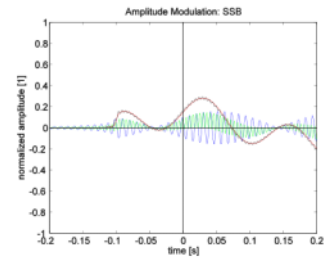
(Multiplikation mit $\cos(\omega_c t)$)

Nachrichtensignal $m(t)$
Moduliertes Signal $x_{AM}(t)$
Signal nach Mixer / vor TP



SSB nach Tiefpassfilter

Nachrichtensignal $m(t)$
Moduliertes Signal $x_{SSB}(t)$
Signal nach Mixer / vor TP
Signal nach TP und Verstärker



VSB - Restseitenband AM

Dienstag, 21. Oktober 2014 14:22

Restseitenband AM (VSB)

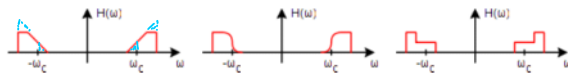
- Kompromisslösung zwischen:
 - Bandbreiteneffizienz von SSB.
 - Einfacher technischer Realisierung von DSB.
- Anwendungsbeispiele:
 - Gesamtbild (FBAS / CVBS) im Übertragungsband (analoges Fernsehen).
 - ATSC (HDTV in USA).
- Nachteil: ca. 1.25 x Bandbreite von SSB.
- Vorteil: extreme Anforderungen an Filter-Flankensteilheit entfallen.
 - Insbesondere wenn tiefe Frequenzen im Nachrichtensignal stark vertreten sind oder falls ein Pilotton (d.h. unmodulierter Trägeranteil) beigefügt wird, wird Filtering im Vergleich zu SSB stark vereinfacht.

Technische Realisierung von VSB

- Filtermethode:
 - Filter dämpft eines der Seitenbänder zu Restseitenband.
 - Filterkurve läuft antisymmetrisch bzgl. Trägerfrequenz:

$$H(\omega + \omega_c) + H(\omega - \omega_c) = \text{const.} \quad \text{für } |\omega| < \omega_m$$

- Beispiele denkbarer Frequenzantworten dieser Filter:

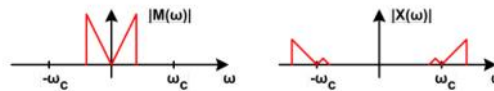


Demodulation von VSB

ins Basisband zurückziehen!

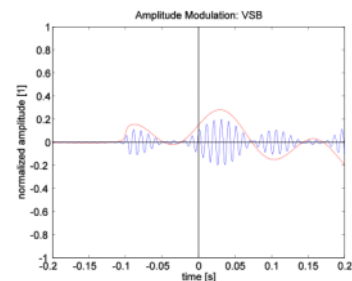
- Kohärente Demodulation ist erforderlich.
- $y(t) = T_{LFF}[x_{VSB}(t) \cdot \cos(\omega_c t)]$ mit $T_{LFF}[\]$: Tiefpassfilter
 - $Y(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega) + \frac{1}{4} X_{VSB+}(\omega + \omega_c) + \frac{1}{4} X_{VSB-}(\omega - \omega_c)$
(Spektrum X_{VSB+} bzw. X_{VSB-} verschoben von $-\omega_c$ nach $-2\omega_c$ bzw. von ω_c nach $2\omega_c$)
 - Nach Tiefpassfilter: $Y_{LFF}(\omega) = \frac{1}{4} M(\omega)$

VSB im Frequenzbereich



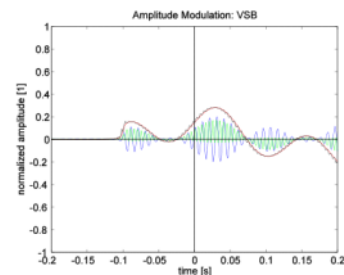
- Entweder Upper (USB) oder Lower Sideband (LSB) wird auf Restseitenband reduziert.
 - Evtl. wird auch etwas vom Träger mitgeschickt, um die Demodulation mit dem kohärenten Detektor zu vereinfachen.
- Signal $X_{VSB}(\omega)$ hat typischerweise 1.25 x Bandbreite und die halbe Amplitude¹⁾ des Basisbandsignals $M(\omega)$.
*) unter Annahme von normiertem $A_c = 1$.

VSB im Zeitbereich

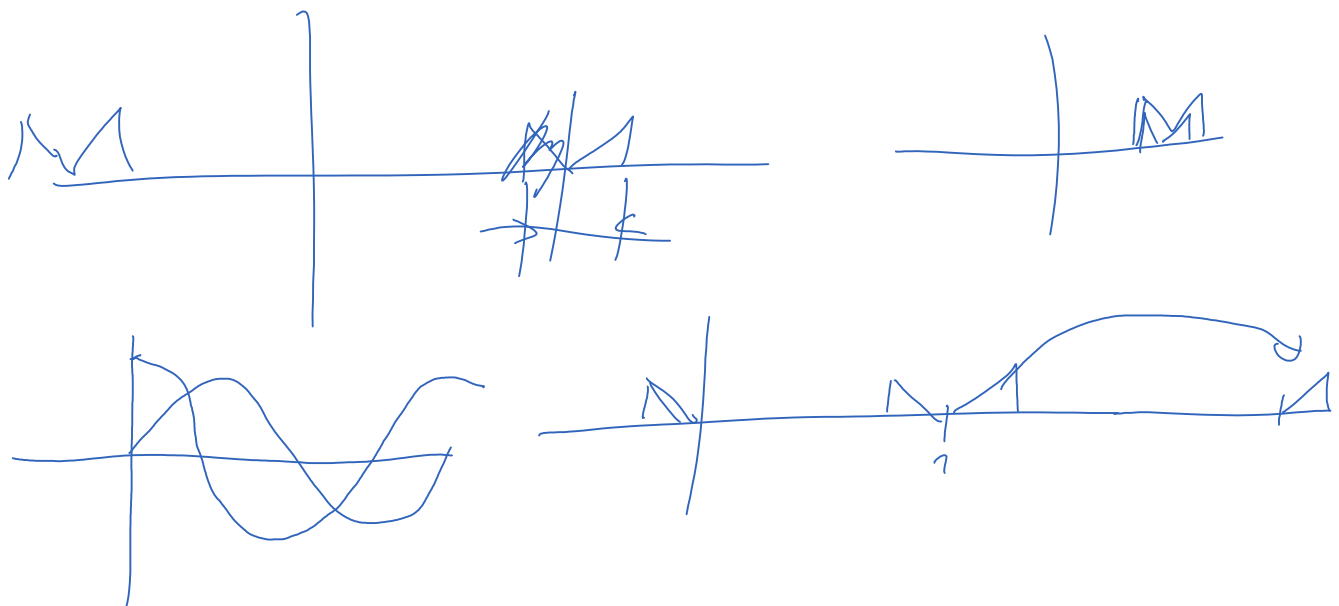


VSB nach Demodulation, TP-Filter und Verstärkung

- Nachrichtensignal $m(t)$
- Moduliertes Signal $x_{VSB}(t)$
- Signal nach Mixer / vor TP
- Signal nach TP und Verstärker



VSB => Vereinfachung von SSB mit geeignete Filtern!



Quadraturamplitudenmodulation (QAM)

Dienstag, 21. Oktober 2014 14:32

Quadraturamplitudenmodulation (QAM)

- Gleichzeitige Übertragung von zwei Basisbandsignalen im gleichen Frequenzband aber mit zwei orthogonalen Trägersignalen ($\cos(\omega_c t)$ und $\sin(\omega_c t)$).

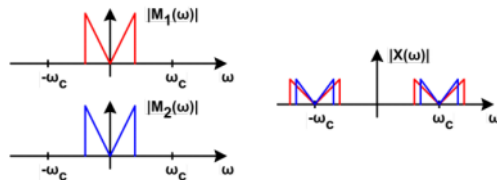
▪ **Nachteil:** technisch aufwändiger als DSB.

- **Vorteil:** ebenso hohe Bandbreiten-Effizienz wie SSB.

- Wird vor allem für die Übertragung digitaler Daten verwendet:

- digital: Richtstrahlverbindungen.
- digital: Modem-Standards ITU-T V.29 / V.32.
- analog: Farbinformation (Chrominanz) bei PAL und NTSC.

QAM im Frequenzbereich



- Zwei Unabhängige DSB-SC Signale sind überlagert.
- Signal $X(\omega)$ im Übertragungsband besitzt Frequenzanteile mit doppelter Bandbreite der Signale $M_1(\omega)$ und $M_2(\omega)$ im Basisband.

Demodulation von QAM

- **Kohärente Demodulation mit $\cos(\omega_c t)$:**

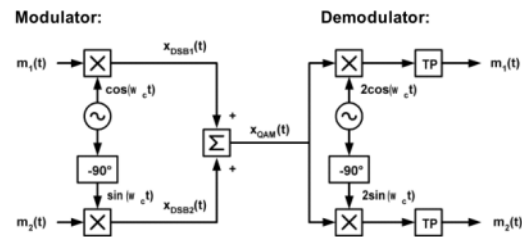
- $m_1(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot 2 \cos(\omega_c t) = m_1(t) \cdot (1 + \cos(2\omega_c t))$
- $m_2(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot 2 \cos(\omega_c t) = m_2(t) \cdot \sin(2\omega_c t)$
- Tiefpass-gefiltert bleibt nur noch $m_1(t)$ *→ wg. Auslöschung!*

- **Kohärente Demodulation mit $\sin(\omega_c t)$:**

- $m_1(t) \cdot \cos(\omega_c t) \cdot 2 \sin(\omega_c t) = m_1(t) \cdot \sin(2\omega_c t)$
- $m_2(t) \cdot \sin(\omega_c t) \cdot 2 \sin(\omega_c t) = m_2(t) \cdot (1 - \cos(2\omega_c t))$
- Tiefpass-gefiltert bleibt nur noch $m_2(t)$

Technische Realisierung von QAM

- Phasenmethode (sehr ähnlich wie SSB Modulator)



=> Am besten ist 0°-Phasenverschiebung, am schlechtesten $\pi/2 = 1,570796326794897$ Auslöschung!

* durch Multipl. durch sin und cos wird um Faktor $\frac{1}{2}$ kleiner, daher wird nochmals mit $\times 2$ verstärkt!

2014-10-28 Winkelmodulation I

Dienstag, 28. Oktober 2014 12:09

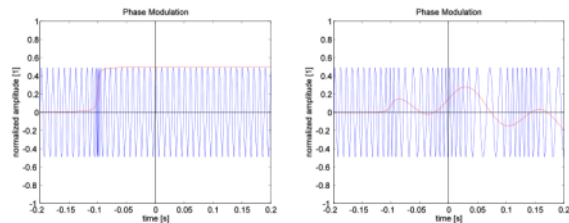
Wichtig:

- Frequenzspektrum und Momentanfrequenz auseinander halten!!!!!!

Grundlagen der Winkelmodulation Phasenmodulation

- Modulation eines sinusförmigen Trägers $A_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t))$
- Phasenmodulation (PM):
 $m(t)$ erzeugt Phasenabweichung zu Referenzträgersignal.
- Frequenzmodulation (FM, z.B. UKW Radio):
 $m(t)$ erzeugt Frequenzabweichung zu Referenzträgersignal.
- Nachteil im Vergleich zu AM (John Carson 1922):
Höherer Bandbreitenbedarf als Amplitudenmodulationen
- Vorteil im Vergleich zu AM (Edwin Armstrong 1935, vgl. NaT2):
Bessere Störfestigkeit als Amplitudenmodulationen

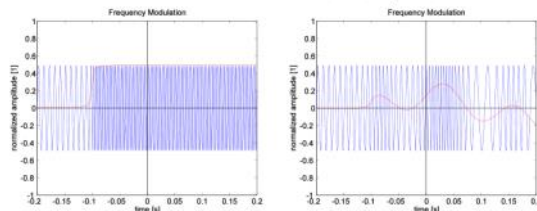
$$x_{PM}(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t)) \quad \text{mit } \varphi(t) = k_p \cdot m(t)$$



Frequenzmodulation

$$x_{FM}(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + \varphi(t)) \quad \text{mit } \varphi(t) = k_F \cdot \int m(\tau) d\tau$$

bzw. $\varphi'(t) = k_F \cdot m(t)$



Momentane Phase / Frequenz

Momentane Phasenabweichung

$$\text{PM: } \varphi(t) = k_p \cdot m(t) \quad k_p: \text{Phasenhubkonstante [rad]}$$

$$\text{FM: } \varphi(t) = k_F \cdot \int m(\tau) d\tau \quad k_F: \text{Frequenzhubkonstante [rad/s]}$$

Momentane Frequenz

$$\text{PM: } \omega_c + \varphi'(t) = \omega_c + k_p \cdot m'(t)$$

$$\text{FM: } \omega_c + \varphi'(t) = \omega_c + k_F \cdot m(t)$$

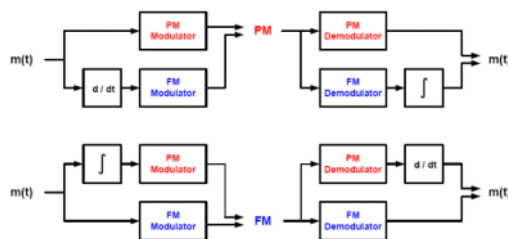
Momentane Frequenzabweichung

$$\text{PM: } \varphi'(t) = k_p \cdot m'(t)$$

$$\text{FM: } \varphi'(t) = k_F \cdot m(t)$$

Äquivalenz von PM und FM

- PM und FM können äquivalent realisiert werden (mit zusätzlichem Integrator oder Differenziator)



=> Auf Skriptserver gibt es dazu Übungsaufgabe!!!!

Spektrum der Winkelmodulationen

$$x_{PM/FM}(t) = A_c \cdot \text{Re} [e^{j(\omega_c t + \varphi(t))}] = A_c \cdot \text{Re} [e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\varphi(t)}]$$

Potenzreihen-Entwicklung für $e^{j\varphi(t)}$:

$$x_{PM/FM}(t) = A_c \cdot \text{Re} \left[e^{j\omega_c t} \cdot \left(1 + j\varphi(t) - \frac{\varphi^2(t)}{2!} - j\frac{\varphi^3(t)}{3!} + \dots + j^n \frac{\varphi^n(t)}{n!} \right) \right]$$
$$= A_c \cdot \left[\cos(\omega_c t) - \varphi(t) \sin(\omega_c t) - \frac{\varphi^2(t)}{2!} \cos(\omega_c t) + \dots \right]$$

- $x_{PM/FM}(t)$ besitzt typischerweise Trägersignal $A_c \cdot \cos \omega_c t$
- $x_{PM/FM}(t)$ hat weitere Spektralanteile, von $\varphi(t)$ stammend.
- Die Spektren von $\varphi^n(t)$ sind um Träger ω_c herum gruppiert.
- PM / FM sind nicht-lineare bzw. exponentielle Modulationen.

Kleinhub Winkelmodulation

(Narrowband Angle Modulation)

- Kleinhub Winkelmodulation: $|\varphi(t)| \ll 1$ (Praxis: $|\varphi(t)| < 0.2$)

- Damit sind alle Reihenglieder $|\varphi^2(t)| \dots |\varphi^n(t)| \ll |\varphi(t)|$

- Dann gilt:

$$x_{NB-PM/FM}(t) \approx A_c \cdot \cos \omega_c t - A_c \cdot \varphi(t) \cdot \sin \omega_c t$$

$$x_{NBPM}(t) = A_c \cdot \cos \omega_c t - A_c \cdot k_p \cdot m(t) \cdot \sin \omega_c t$$

$$x_{NBFM}(t) = A_c \cdot \cos \omega_c t - A_c \cdot k_F \cdot \int m(\tau) d\tau \cdot \sin \omega_c t$$

- Demodulation eines Kleinhub winkelmultiplexierten Trägers:

- mit kohärentem Produktmodulator ($-\sin \omega_c t$)

Vergleich Ordinary AM und NB-PM

- Gewöhnliche Amplitudenmodulation (AM):

$$x_{AM}(t) = A_c \cdot \cos \omega_c t \cdot (1 + \mu \cdot m(t))$$

$$X_{AM}(\omega) = A_c \pi (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + \frac{1}{2} \mu A_c (M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c))$$

- Kleinhub Phasenmodulation (NB-PM):

$$x_{NBPM}(t) = A_c \cdot (\cos \omega_c t - k_p \cdot m(t) \cdot \sin \omega_c t)$$

$$X_{NBPM}(\omega) = A_c \pi (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + \frac{1}{2} k_p A_c (M(\omega - \omega_c) - M(\omega + \omega_c))$$

- Qualitativ gilt damit für die Amplitudendichtespektren:

$$|X_{AM}(\omega)| = |X_{NBPM}(\omega)|$$

Winkelmodulation II

Dienstag, 28. Oktober 2014 12:09

Vergleich Ordinary AM und NB-PM Spektrum von Kleinhub Winkelmodulation

- Gewöhnliche Amplitudenmodulation (AM):

$$x_{AM}(t) = A_c \cdot \cos \omega_c t \cdot (1 + \mu m(t))$$

$$X_{AM}(\omega) = A_c \pi (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + \frac{1}{2} \mu A_c (M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c))$$

- Kleinhub Phasenmodulation (NB-PM):

$$x_{NBPM}(t) = A_c \cdot (\cos \omega_c t - k_F m(t) \cdot \sin \omega_c t)$$

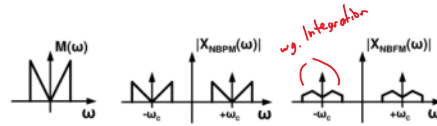
$$X_{NBPM}(\omega) = A_c \pi (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + j \frac{1}{2} k_F A_c (M(\omega - \omega_c) - M(\omega + \omega_c))$$

- Qualitativ gilt damit für die Amplitudendichtespektren:

$$|X_{AM}(\omega)| = |X_{NBPM}(\omega)|$$

$$X_{NBPM}(\omega) = \pi A_c (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + \frac{1}{2} j A_c k_F M(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2} j A_c k_F M(\omega + \omega_c)$$

$$X_{NBPM}(\omega) = \pi A_c (\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)) + \frac{1}{2} A_c k_F / (\omega - \omega_c) \cdot M(\omega - \omega_c) - \frac{1}{2} A_c k_F / (\omega + \omega_c) \cdot M(\omega + \omega_c)$$



Grosshub-Winkelmodulation

- Grosshub Winkelmodulation: $1 \text{ rad} \approx 60^\circ$
 - PM: $|\varphi(t)| = |k_P \cdot m(t)| > \text{ca. } 1$ (praxisbezogener Wert)
 - FM: $|\varphi(t)| = |k_F \cdot \int m(t) dt| > \text{ca. } 1$ (praxisbezogener Wert)
- Damit sind $|\varphi^2(t)| \dots |\varphi^n(t)|$ nicht mehr vernachlässigbar:
 - Im Frequenzspektrum treten Anteile $\sim m^n(t)$ auf
 - $x_{PM}(t)$ bzw. $x_{FM}(t)$ ist zu $m(t)$ ausgeprägt nicht-linear:
 - Überlagerungssatz ist nicht mehr gültig.
 - Auch eine Skalierung von $m(t)$ verhält sich nicht-linear.
 - Formale Berechnung des Spektrums geht nur für Spezialfälle.

Einton Grosshub-Winkelmodulation

- Eintonsignal für PM: $m_{PM}(t) = A_m \cdot \sin(\omega_m t)$
- Eintonsignal für FM: $m_{FM}(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t)$
- PM: $\varphi(t) = k_P \cdot A_m \cdot \sin(\omega_m t) = \beta_P \cdot \sin(\omega_m t)$ mit $\beta_P = k_P \cdot A_m$
- FM: $\varphi(t) = k_F \cdot A_m / \omega_m \cdot \sin(\omega_m t) = \beta_F \cdot \sin(\omega_m t)$ mit $\beta_F = k_F \cdot A_m / \omega_m$
- Der Modulationsindex β (β_P, β_F) der Winkelmodulation ist nur für Einton-Signale definiert.

Spektrum Einton-Winkelmodulation

- $x_{ST}(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \cdot \sin(\omega_m t)) = \text{Re} [A_c \cdot e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\beta \sin(\omega_m t)}]$
- $e^{j\beta \sin(\omega_m t)}$ ist periodisch mit $\omega_m \rightarrow$ Fourier-Reihe ansetzen!
- Nach einiger Umformung (...) ergibt sich die Lösung:

$$x_{st} = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(\beta) \cdot \cos((\omega_c + n\omega_m)t)$$

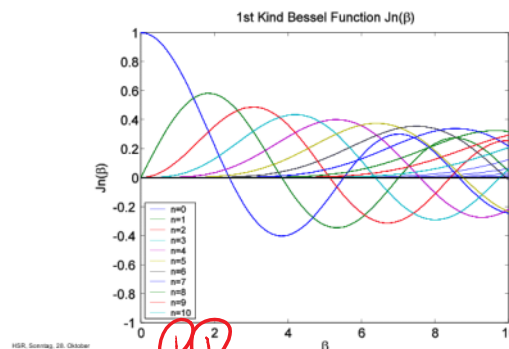
- $J_n(\beta)$: Bessel-Funktion erster Art n-ter Ordnung

Eigenschaften $J_n(\beta)$

- $J_{-n}(\beta) = (-1)^n \cdot J_n(\beta)$
- $J_{n-1}(\beta) + J_{n+1}(\beta) = (2n/\beta) \cdot J_n(\beta)$ nicht PR!
- $\sum_n J_n^2(\beta) = 1$ ($n = -\infty \dots +\infty$)

Amplitude kleiner $\Rightarrow$ Spektrum wird schmaler!
Frequenz erhöhen $\Rightarrow$ Spektrum wird breiter/ gestreckt

Besselfunktion 1. Art



PR
 $\hookrightarrow$ Bessel anwenden, aber nicht herleiten!

$$\beta_P = k_P \cdot A_m$$

$$\beta_F = k_F \cdot A_m / \omega_m$$

$$\beta = \text{Maximale Phasenabweichung!}$$

2014-11-04 Winkelmodulation III

Dienstag, 4. November 2014 12:08

Bandbreite Einton-Winkelmodulation

- Theoretisch: unendliche Bandbreite
- John Carson: für gegebenes β ist $J_n(\beta) = 0$ für $n > \beta + 1$
- Bandbreite: $W_{PM/FM} = 2 \cdot (\beta + 1) \cdot \omega_m$
 - Ohne Beweis: >98% der Signalenergie ist in $W_{PM/FM}$ enthalten
- $\beta \ll 1$: $W_{PM/FM} = 2 \cdot \omega_m$ (entspricht Träger und 2 Seitenlinien, d.h. Kleinhub Winkelmodulation)
- $\beta \leq 0.2$: Kleinhub Winkelmodulation
- $\beta > 1$: Grosshub Winkelmodulation

Bandbreite Einton-Frequenzmodulation B_{FM}

- $W_{FM} = 2\pi \cdot B_{FM}$
- $W_{FM} = 2 \cdot (\beta + 1) \cdot \omega_m = 2 \cdot (k_f \cdot A_m + \omega_m)$
 - Je grösser die Frequenzhubkonstante k_f , desto grösser wird die Bandbreite B_{FM} .
 - Je grösser die Amplitude A_m des Eintonsignals, desto grösser wird die Bandbreite B_{FM} .
- Für Kleinhub FM (Frequenzhub $\Delta\omega = k_f \cdot A_m \ll \omega_m$) ist W_{FM} proportional zu ω_m .
- Für Grosshub FM (Frequenzhub $\Delta\omega = k_f \cdot A_m \gg \omega_m$) ist W_{FM} praktisch unabhängig von ω_m (d.h. bzgl. ω_m konstant).

Bandbreite Einton-Phasenmodulation B_{PM}

- $W_{PM} = 2\pi \cdot B_{PM}$
- $W_{PM} = 2 \cdot (\beta + 1) \cdot \omega_m = 2 \cdot (k_p \cdot A_m + 1) \cdot \omega_m$
 - Je grösser die Phasenhubkonstante k_p , desto grösser wird die Bandbreite B_{PM} .
 - Je grösser die Amplitude A_m des Eintonsignals, desto grösser wird die Bandbreite B_{PM} .
 - Je grösser die Frequenz ω_m des Eintonsignals, desto grösser wird die Bandbreite B_{PM} .

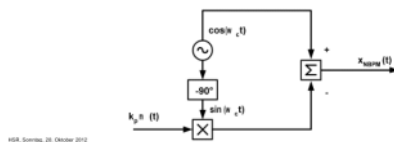
Bandbreite für beliebige $m(t)$

- Hubverhältnis D (Deviation Ratio):
 - $D = \Delta\omega / W_m$ $\frac{\Delta f}{f_{m, max}} = \frac{\Delta f}{B_m}$
 - $\Delta\omega$: Maximaler Frequenzhub (in rad/s)
 - W_m : Bandbreite (in rad/s, d.h. $2\pi B_m$) des Nachrichtensignals $m(t)$
- $W_{PM/FM} = 2 \cdot (D + 1) \cdot W_m = 2 \cdot (\Delta\omega + W_m)$
 - $D \ll 1$ (bzw. $\Delta\omega \ll W_m$): $W_{PM/FM} = 2 W_m$
 - $D \gg 1$ (bzw. $\Delta\omega \gg W_m$): $W_{PM} = 2 \Delta\omega$ (proportional W_m)
 $W_{FM} = 2 \Delta\omega$ (konstant)

$$B_{FM} = (\Delta f + B_m)$$

Realisierung Kleinhub Winkelmodulation

- Trigonometrie: $\cos(\beta + \alpha) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$
- Für $\alpha \ll 1$:
 - $\cos \alpha \approx 1$
 - $\sin \alpha \approx \alpha$
- Damit: $\cos(\omega_c t + k_p m(t)) \approx \cos(\omega_c t) - k_p m(t) \sin(\omega_c t)$



HSR, Sonntag, 26. Oktober 2012

Indirekte Grosshub Winkelmodulation

- Erste Stufe: Kleinhub Modulator
 - $x_{NBPM} = \cos(\omega_c t + k_p m(t))$ wobei $k_p m(t) \ll 1$
- Zweite Stufe: Frequenzmultiplikation um Faktor n
 - $x_{WBPM} = \cos(n \cdot \omega_c t + n \cdot k_p m(t))$ womit $n \cdot k_p m(t) \gg 1$
 - Frequenzmultiplikation ist realisierbar mit nicht-linearen Bauteilen (z.B. Diode, Transistor) und anschliessendem Herausfiltern der gewünschten Frequenz.
- Dritte Stufe: Mixer
 - Trägersignal kann zu beliebigem ω_c verschoben werden, ohne $n \cdot k_p m(t)$ zu verändern.

Direkte Grosshub Winkelmodulation

- Veränderung der Oszillatorfrequenz mit Hilfe einer Steuerspannung (Voltage Controlled Oscillator, VCO)
- Bauteile, welche spannungsabhängig die Frequenz variieren, basieren oft auf der spannungsabhängigen Sperrschichtkapazität von Dioden:
 - Varicap
 - Dioden-Varaktor
 - MOS-Varaktor

Demodulation mit Frequenz-Diskriminator

- Frequenzdiskriminator:
 - Ausgangsamplitude ist proportional zu Momentanfrequenz

$$y_d(t) = k_d \cdot \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

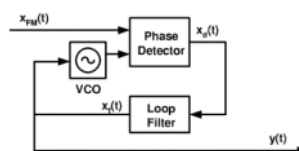
$$\text{FM: } y_d(t) = k_d \cdot k_f \cdot m(t)$$

$$\text{PM: } y_d(t) = k_d \cdot k_p \cdot m'(t)$$

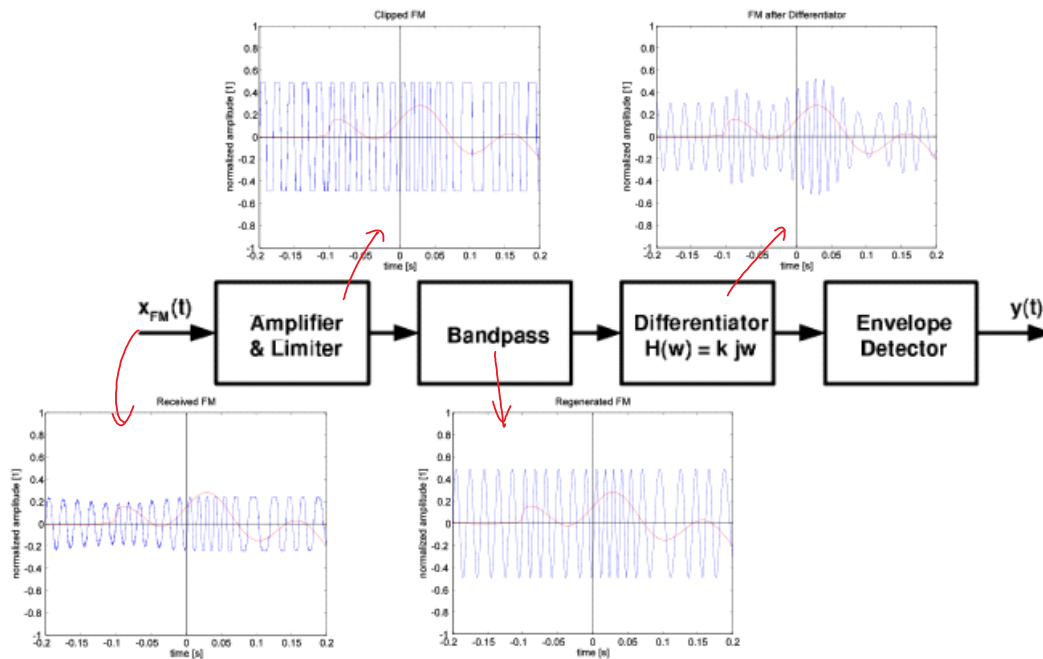
- Einfacher Frequenzdiskriminator:
 - Differentiator mit anschliessendem Enveloppendetektor

Demodulation von PM / FM mit PLL

- Phase Locked Loop (PLL):
 - PM: VCO-Regelspannung $x_e(t) \sim m'(t)$ (für $m(t)$: zusätzlich noch integrieren)
 - FM: VCO-Regelspannung $x_e(t) \sim m(t)$



Konventioneller FM-Empfänger



HSR, Sonntag, 28. Oktober 2012

2014-11-11 Digitalisierung von Analogen Signalen I

Dienstag, 11. November 2014 12:08

Grundidee der Digitalisierung

- Ein analoges Signal soll mit Zahlenwerten dargestellt werden.
- Ablauf der „klassischen“ Digitalisierung (Pulse-Code Modulation, PCM):
 - Abtastung (Sampling):** um die Zahlenfolge auf eine endliche Anzahl Werte pro Zeit zu beschränken, soll eine Zahl für ein ganzes Zeitintervall stehen.
 - Quantisierung:** da die Sample-Amplituden nur mit endlich vielen Bits darstellbar sind, repräsentiert eine Zahl ein ganzes Amplitudenintervall.
 - Codierung:** die Definition, wie die Zahlenwerte (bzw. Bit-Codes) den Amplitudenintervallen zugeordnet werden, ist frei wählbar.

Themen zur Digitalisierung in NaT1

- Abtastung (Sampling):**
 - Wie muss ein Nachrichtensignal $m(t)$ für eine erfolgreiche Abtastung beschaffen sein?
 - Wie schnell muss abgetastet werden?
 - Ideale Abtastung und praktische technische Realisierungen.
- Quantisierung (Quantizing):**
 - Wie ist das durch Quantisierung entstandene Fehlersignal beschaffen?
 - Gleichförmige und ungleichförmige Quantisierung.
- Codierung (Coding):**
 - Zahlendarstellung im Zweierkomplement.
 - A-Law und μ -Law Codecs in der Telefonie nach ITU-T G.711.

Herleitung der idealen Abtastung (1)

- Für jedes Intervalls T_s soll $m(t)$ auf 1 Abtastwert reduziert werden.
 - Dies wird als Multiplikation von $m(t)$ mit Rechteckpulsen sehr schmaler Breite τ modelliert, welche sich mit T_s periodisch wiederholen.
 - Um für kleine τ den Energieinhalt der Einzelpulse nicht verschwinden zu lassen, erfolgt eine Skalierung mit $1/\tau$.
 - Der Flächeninhalt des Samples entspricht so der Amplitude von $m(t)$.
- $$rect_{T_s}(t/\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} rect((t - n \cdot T_s)/\tau) \quad \text{mit} \quad rect(t/\tau) = \begin{cases} 1 & |t| < \tau/2 \\ 0 & |t| > \tau/2 \end{cases}$$
- $$m_s(t) = m(t) \cdot \frac{1}{\tau} rect_{T_s}(t/\tau)$$

Beispiel 1: Fouriertransformierte einer Rechteckpuls-Folge

Bestimmen Sie die Fouriertransformierte des mit T_s periodischen Rechtecksignals, welches während der Pulszeit τ die Amplitude A und während dem Rest der Zeit die Amplitude 0 besitzt.

- Wir bestimmen als erstes die Fourierreihe dieses Rechteckpulses:

$$c_n = \frac{1}{T_s} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} A \cdot e^{-jn \frac{2\pi}{T_s} t} dt = \frac{A}{T_s} \int_{-\tau/2}^{+\tau/2} e^{-jn \frac{2\pi}{T_s} t} dt = \frac{A \sin(2\pi n \frac{\tau}{2T_s})}{2\pi n \frac{\tau}{2T_s}}$$

- Die k -te Nullstelle ($k \in \mathbb{Z}$) befindet sich am Ort $\frac{n\tau}{T_s} = k$, bzw. $n = \frac{kT_s}{\tau}$.
- Die Fourierreihe führen wir in bekannter Art und Weise in die Fouriertransformierte über:

$$X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \cdot \delta(\omega - n \cdot \omega_s) \quad \text{mit} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

Herleitung der idealen Abtastung (4)

- Damit eindeutige Abtastwerte entstehen, muss die Pulsbreite $\tau \rightarrow 0$ gehen.

- Idealer Sampler im Zeitbereich:

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} rect_{T_s}(t/\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\tau} rect((t - nT_s)/\tau) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_s) = \delta_{T_s}(t)$$

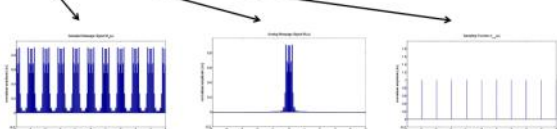
- Idealer Sampler im Frequenzbereich:

$$\delta_{T_s}(t) \xrightarrow{\mathcal{F}} \omega_s \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - n\omega_s) = \omega_s \cdot \delta_{\omega_s}(\omega) \quad \text{mit} \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}$$

Ideale Abtastung (2)

- Ideale Abtastung im Frequenzbereich:

$$M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} M(\omega) * (\omega_s \cdot \delta_{\omega_s}(\omega)) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(\omega) * \delta(\omega - n\omega_s) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} M(\omega - n\omega_s)$$



Einige Vorteile der Digitalisierung

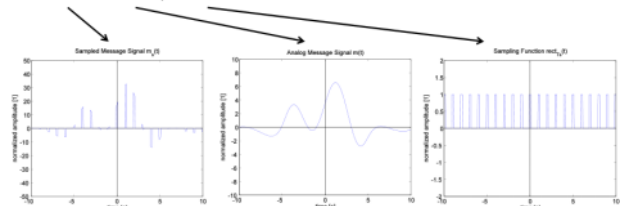
- Übertragung:**
 - bis zu 100% störungsfreie (d.h. bitfehlerfreie) Übertragung.
 - bei geeigneter Datenreduktion kann Bandbreite gespart werden.
- Speicherung:**
 - einheitliche, kostengünstige Speichermedien und Geräte für diverse Anwendungen.
- Verarbeitung:**
 - für Analogtechnik unrealisierbare Signalverarbeitung wird unversehens ermöglicht.
- Datenschutz:**
 - kryptologische Methoden für Geheimhaltung, Urheberrechtsschutz, Integrität etc.

Notwendige Eigenschaft des analogen Signals

- Bandbeschränkung:**
 - Das Eingangssignal muss bandbeschränkt sein, damit es mit einer endlichen Abtastrate erfasst werden kann.
 - Aliasing:** bei nicht-bandbeschränkten Signalen treten bei der Abtastung zwingend Aliasing- ("Falschsignal-") Effekte auf.
 - Ein Antialiasing-Tiefpassfilter sorgt vor der Abtastung für die ausreichende Bandbeschränkung realer Signale.
- Für ein ideal bandbeschränktes Basisbandsignal $m(t)$ gilt:
 - $|M(\omega)| = 0 \quad \text{für} \quad \omega > 2\pi B_m \quad (B_m: \text{Bandbreite von } m(t))$

Herleitung der idealen Abtastung (2)

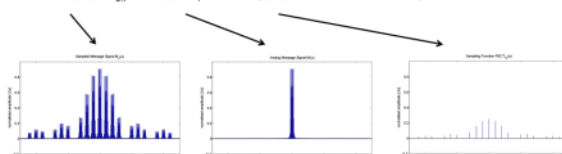
$$m_s(t) = m(t) \cdot \frac{1}{\tau} rect_{T_s}(t/\tau)$$



Multiplikation im Zeitbereich = Faltung im Frequenzbereich:

Herleitung der idealen Abtastung (3)

$$M_s(\omega) = \frac{1}{2\pi} M(\omega) * \frac{1}{T_s} RECT_{T_s}(\omega) \quad (*: \text{Faltung})$$

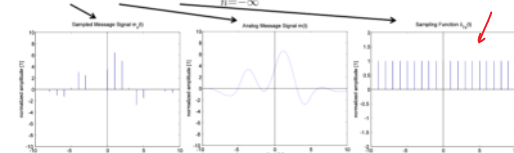


Ideale Abtastung (1)

- Ideale Abtastung im Zeitbereich:

$$m_s(t) = m(t) \cdot \delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)$$

Dirac Impulse



=> Dies entsteht bei idealem Sampling! Amplitudenspektrum wiederholt sich repetitiv! Jedes Spektrum gleich gewichtet mit $1/T_s$

Digitalisierung von Analogen Signalen II

Dienstag, 11. November 2014 12:37

Nyquist-Shannon Abtasttheorem

- Die ideale Abtastung bildet das Spektrum $M(\omega)$ des analogen Nachrichtensignals $m(t)$ an den Stellen $M(\omega - n \cdot \omega_s)$ ab.
- Falls diese abgebildeten Spektren sich nicht überlappen, kann mit einem idealen Tiefpassfilter mit Eckfrequenz $2\pi f_c = \omega_s/2$ das ursprüngliche Spektrum $M(\omega)$ und damit $m(t)$ wieder herausgefiltert werden.
- Keine Überlappung herrscht für ein *Basisbandsignal*, wenn $2\pi B_m < \omega_s/2$.
- Abtasttheorem für Basisbandsignale:
 $f_s > 2 B_m$ bzw. $f_s > f_N$ mit Nyquist-Rate $f_N = 2 B_m$

(d.h. die Samplerate f_s muss grösser sein als zweimal die Bandbreite B_m des Basisbandsignals.)

Rekonstruktion von $m(t)$ aus $m_s(t)$ (2)

- Durch die Tiefpassfilterung geht die gewichtete Reihe der Impulsfunktionen

$$\sum_n m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)$$

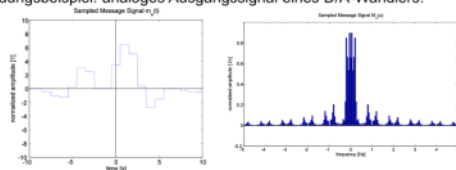
in eine Summe von Impulsantworten des Tiefpassfilters über:

$$m(t) = \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s) \right) * \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(nT_s) \cdot \frac{\sin(\omega_c(t - nT_s))}{\omega_c(t - nT_s)}$$

- Die Rekonstruktion im Zeitbereich besteht somit aus sinc-Funktionen an den Stellen $n \cdot T_s$, welche mit den Amplitudenwerten $z_n = m(nT_s)$ gewichtet sind.

Technische Realisierung der Rekonstruktion

- Flat-Top Sampling:
 - Ideale Samples verlängert mit Zero-Order Hold (Halteglied Nullter Ordnung).
 - Sample ist während ganzer Samplezeit T_s konstant.
 - Dies entspricht im Zeitbereich einer Faltung des idealen Samplers mit $\text{rect}(t/T_s)$.
 - Im Frequenzbereich entspricht dies einer Multiplikation mit $T_s \cdot \text{sinc}(\omega T_s/2) / (\omega T_s/2)$.
 - Anwendungsbeispiel: analoges Ausgangssignal eines D/A-Wandlers.



Audio-Codierung am Beispiel der CD

- Zweier-Komplement Codierung (two's complement)
- Amplitudenwerte $A \pm \Delta/2$ werden auf ein Codewort abgebildet.

DIGITAL CODE	ANALOG INPUT / OUTPUT	
	Unipolar Configuration	Bipolar Configuration
0x8000	Zero (0V)	-Full-Scale ($-V_{ref}$)
0x8001	Zero + 1 LSB	-Full-Scale + 1 LSB
...	...	...
0xFFFF	1/2 Full-Scale - 1 LSB	Bipolar Zero - 1 LSB
0x0000	1/2 Full-Scale	Bipolar Zero
0x0001	1/2 Full-Scale + 1 LSB	Bipolar Zero + 1 LSB
...	...	...
0x7FFF	+Full-Scale - 1 LSB	+Full-Scale - 1 LSB

Rekonstruktion von $m(t)$ aus $m_s(t)$ (1)

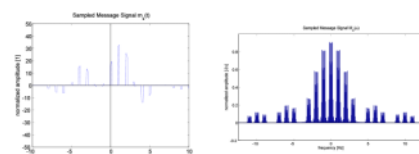
- Die Reihe von Zahlenwerten z_n wird als Reihe von Impulsfunktionen im Abstand T_s mit den Gewichten z_n dargestellt, d.h.:

$$m_s(t) = \sum_n z_n \cdot \delta(t - nT_s) = \sum_n m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)$$
- Falls das Abtasttheorem bei der Abtastung erfüllt war, kann das Basisbandsignal $m(t)$ durch ein Tiefpassfilter mit Eckfrequenz $f_c = 1/(2T_s)$ und Verstärkungsfaktor $k = T_s$ rekonstruiert werden.
- Impulsantwort des idealen Tiefpass mit $\omega_c/2\pi = f_c = 1/(2T_s)$ und $k = T_s$:

$$H_{TP}(\omega) \xrightarrow{\mathcal{F}^{-1}} h_{TP}(t) = T_s \cdot \frac{\omega_c}{\pi} \cdot \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t} = \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}$$

Technische Realisierungen der Abtastung

- Natural Sampling:
 - Natural Sampling entspricht einem Schalter, der für *endlich kurze* Zeit geschlossen wird.
 - Die Amplitude des *abgetasteten* Signals ist während Samplezeit *nicht* konstant.
 - Natural Sampling entspricht der idealen Abtastung vor dem Grenzübergang $\tau \rightarrow 0$.



Gleichförmige Quantisierung

- Skalierung von $m_n(t)$: $|m_n(t)| < 1$
- Wortlänge der Samples: n Bits
- Quantisierungsintervalle: $L = 2^n$
- Intervallbreite: $\Delta = 2/L = 2^{-(n-1)}$
- Beispiel CD-Player:
 - $n = 16$
 - $L = 65536$
 - $|m(t)| < 1V$ (Line Out, *kein* genormter Wert)
 - $\Delta = 30.5 \mu V$
 - $\Delta = \text{least significant bit}$ (LSB)

Gleichförmige Codierung anderer Anwendungen

- z.B. 16-Bit DA-Converter DAC7731 (Texas Instruments)

DIGITAL INPUT	ANALOG OUTPUT	
	Unipolar Configuration	Bipolar Configuration
0x0000	Zero (0V)	-Full-Scale ($-V_{agg}$ or $-V_{agg}/2$)
0x0001	Zero + 1LSB	-Full-Scale + 1LSB
...	...	...
0x8000	1/2 Full-Scale	Bipolar Zero
0x8001	1/2 Full-Scale + 1LSB	Bipolar Zero + 1LSB
...	...	...
0xFFFF	Full-Scale ($V_{agg} - 1LSB$)	+Full-Scale ($+V_{agg} - 1LSB$ or $+V_{agg}/2 - 1LSB$)

TABLE II. DAC7731 Data Format.

Digitalisierung von Analogen Signalen III

Dienstag, 11. November 2014 14:32

Quantisierungsrauschen

- Die Abweichung vom effektiven analogen Wert zum quantisierten Abtastwert ist das Fehlersignal q_e der Quantisierung.
- Bei gleichförmiger Quantisierung gilt: $-\Delta/2 \leq q_e(n \cdot T_s) < +\Delta/2$
- Ist $m(t)$ stochastisch und bei genügender Anzahl Bit / Sample ist $q_e(n \cdot T_s)$ unkorreliert (ohne Ähnlichkeit) zu $m(t)$ und für $k \neq n$ auch zu $q_e(k \cdot T_s)$.
- Das Fehlersignal $q_e(n \cdot T_s)$ hat daher die Charakteristik von weißem Rauschen.
- Zudem ist $q_e(n \cdot T_s)$ im Intervall $[-\Delta/2 \dots +\Delta/2]$ gleichverteilt.
- Ohne Beweis (vgl. dazu NaT2): $\langle q_e^2 \rangle = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{+\Delta/2} q_e^2 dq_e = \frac{\Delta^2}{12}$

=> Beispiel Rauschen bei 16/8/4/1 Bit Musik!
ab 4 Bit konstantes Hintergrundrauschen

Signal-Rausch-Verhältnis (S/N)

- Für unser Gehör aber auch für technische Anwendungen ist das Verhältnis zwischen Nutzsignal und Störsignal (signal-to-noise ratio S/N) wichtiger als der absolute Pegel des Empfangssignals.
- Berechnung der SNR (Faustformel):
 - Annahme 1: Signal wird maximal ausgesteuert (mit $|m(t)|_{\max} = 1$)
 - Annahme 2: $m(t)$ ist über Intervall $[-1 \dots +1]$ gleichverteilt.
 - Für eine Auflösung mit n Bits gilt dann (mit $\Delta = 2^{-(n-1)}$):

$$\frac{S}{N} = \frac{\langle m^2(t) \rangle}{\langle q_e^2 \rangle} = \frac{1/3}{\Delta^2/12} = 2^{2n} = n \cdot 6 \text{ dB} \quad (\text{CD mit 16 Bit/Sample: 96 dB})$$

2014-11-18 Digitalisierung von Analogen Signalen IV

Dienstag, 18. November 2014

12:09

Ungleichförmige Quantisierung

- Nachteil der gleichförmigen Quantisierung:
 N_q ist konstant, d.h. bei tiefen Nutzsignalpegeln S verschlechtert sich S/N
- Bei Sprachsignalen (z.B. Telefonie) sind die Amplituden von $m(t)$ nicht gleichverteilt im Intervall $[-1 \dots 1]$, sondern kleine Pegel herrschen vor.
- Idee der ungleichförmigen Quantisierung:
Ist S klein, soll auch das Quantisierungsrauschen N_q verkleinert werden.
- Die Quantisierungsintervalle Δ sind nicht von konstanter Grösse im ganzen Aussteuerbereich, sondern sind deutlich kleiner für kleine Amplituden.
- Realisierungsvariante (vgl. Schaum):
Kompression von $m(t)$ und anschließende gleichförmige Quantisierung.

Europäische A-Law Codierung (G.711)

- A-Law ist definiert in ITU-T Recommendation G.711
- Digitales Telefon-Signal (64 kBit/s):
 - Abtastrate: 8000 Samples/s
 - Anzahl Bit pro Sample: $n = 8$ Bit
 - Maximale Signalleistung: $S_{\max} = 3.14$ dBm0
 - A-Law erreicht $S/N \approx 40$ dB im Bereich von $-30 \dots -3$ dBm0
 - $\Delta_{\min} = 2 / 4096$ (entspricht einer gleichförmigen Quantisierung mit 12 Bit/Sample)
 - $\Delta_{\max} = 64 \times \Delta_{\min}$ (entspricht einer gleichförmigen Quantisierung mit 6 Bit/Sample)

=> Für kleine Signale werden kleine Quantisierungsabstände benutzt, für grosse Signale, grosse Quantisierungsabstände!

=> Nur bei Festnetztelefonie verwendet! Für MobKomm und z.B. Mp3 werden andere Verfahren verwendet!

μ -Law Codierung (USA, Japan)

- μ -Law ist ebenfalls definiert in ITU-T Rec. G.711
- Digitales Telefonsignal (64 kBit/s):
 - Abtastrate: 8000 Samples/s
 - Anzahl Bit pro Sample: $n = 8$ Bit
 - Maximale Signalleistung: $S_{\max} = 3.17$ dBm0
- μ -Law unterscheidet sich kaum von A-Law
- μ -Law hat leicht höhere Auflösung bei kleinsten Signalpegeln.

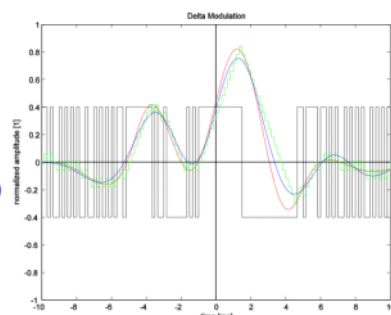
Delta - Modulation

Analoges Signal

Approximation

Code ($\pm \Delta$)

Rekonstruktion (TP)



Bsp: Digitalisierung in der Telefonie

- Massgebende Kriterien bei der Einführung der digitalen Telefonie:
 - Gleichwertige oder bessere Sprachqualität wie bei analoger Telefonie.
 - Verbesserung der Sprachqualität bei interkontinentalen Verbindungen.
 - Zu übertragende Datenmenge soll möglichst gering sein.
- Analoges Telefonsignal:
 - Frequenzband: 300 .. 3400 Hz
 - Mittlere Signalleistung $\langle S \rangle = -11$ dBm0
 - Signal-Rausch-Verhältnis bei guter Sprachqualität: $S/N \approx 40$ dB
- Optimaler Kompromiss: ungleichförmige Quantisierung (A- / μ -Law).

Intervallgrössen bei A-Law

- 1 Bit wird als Vorzeichen benutzt.
- 7 Bit werden für Pegel verwendet und definieren 128 Intervalle:
 - 32 Intervalle mit $\Delta = 1/2048$ ($0 \dots 1/64$ von $\text{MAX}(|m_n(t)|) = 1$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/1024$ ($1/64 \dots 1/32$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/512$ ($1/32 \dots 1/16$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/256$ ($1/16 \dots 1/8$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/128$ ($1/8 \dots 1/4$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/64$ ($1/4 \dots 1/2$)
 - 16 Intervalle mit $\Delta = 1/32$ ($1/2 \dots 1$)

Delta - Modulation

- Idee der Deltamodulation:
Analoges Signal kann durch eine Folge von kleinen Treppenstufen der Höhe Δ repräsentiert werden.
- Zweiwertiges Signal:
bei jedem folgenden Sample geht es entweder die Treppe hinauf ($+\Delta$) oder hinunter ($-\Delta$), bleibt aber nie flach auf derselben Stufe.
- Diese Information $\pm \Delta$ kann als binäre 1/0 - Zahlenfolge abgespeichert, übertragen oder weiterverarbeitet werden.

Delta - Modulation

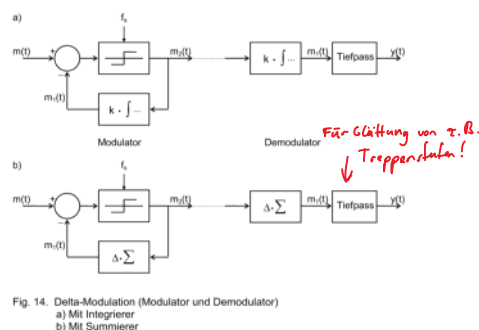


Fig. 14. Delta-Modulation (Modulator und Demodulator)
a) Mit Integrierer
b) Mit Summierer

Digitalisierung von Analogen Signalen V

Dienstag, 18. November 2014

12:44

Schrittweite Δ der Delta - Modulation

- Zu grosses Δ : Hohes Quantisierungsrauschen
- Zu kleines Δ : Integrierter Wert kann Eingangssignal nicht mehr folgen.
- $\Delta_{\min}$: $\Delta / T_s \geq \max.$ Steigung des Eingangssignals
- Durch höhere Samplerate (kleineres T_s) kann $\Delta_{\min}$ verkleinert werden.

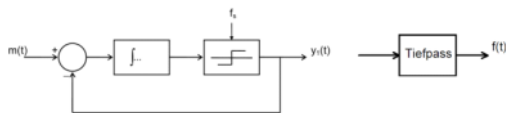
Adaptive Delta - Modulation

- **Adaptive Delta-Modulation:**
 - Durch raffinierte Codierung kann der Empfänger die Änderungsrate des analogen Signals aus dem binären Δ -Signal ermitteln.
 - Bei einer hohen Änderungsrate des analogen Signals wird die Schrittweite Δ beim Codierer und Decodierer erhöht.
 - Bei einer kleinen Änderungsrate wird Schrittweite Δ verkleinert.
- **"Hybride" Verfahren:**
 - Anstatt mit nur 1 Bit wird die Schrittweite Δ mit 2 .. 4 Bit/Sample codiert.
 - Beispiel: Adaptive Differential PCM nach ITU-T G.726

Oversampling

- Grundgedanke:
 - Überabtastung erlaubt prinzipiell durch „Mittelwertbildung“ der Samples eine höhere Auflösung als die Schrittweite Δ zu erzielen.
- Bsp. 16-faches Oversampling:
 - z.B. 15 Samples mit Amplitude $a = k \cdot \Delta$, 1 Sample mit $a = (k+1) \cdot \Delta$
 - Mittelwert: $a = k \cdot \Delta + \Delta/16$
 - Eine hohe Auflösung kann somit nicht nur durch viele Bits pro Sample (d.h. kleines Quantisierungsintervall Δ) erreicht werden, sondern prinzipiell auch durch eine Erhöhung der Abtastrate.

Delta-Sigma Modulator



- Vergleich zum Delta-Modulator:
 - Die beiden Integratoren wurden hinter den Subtraktionsblock verschoben.
 - CD-Qualität wird erreicht bei $f_s = 2^9 \cdot 44100$ Samples/s = 11.2 MSample/s (mit aufwändigerem Noise-Shaping sogar schon bei 5.6 MSample/s)

Quantisierungsrauschen der Δ -Modulation

$$\langle q_e^2 \rangle = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{+\Delta} q_e^2 dq_e = \frac{\Delta^2}{3}$$

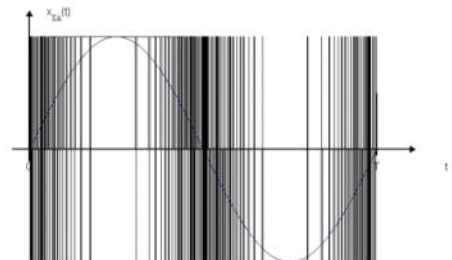
- Für CD-Qualität (16 Bit Auflösung pro Sample) müsste demnach bei der Delta-Modulation $\Delta = 2^{-16}$ der maximalen Aussteuerung betragen.
- Die Samplerate bei 1-Bit Delta-Modulation für CD-Qualität wäre damit $f_s = 2^{16} \cdot 44100$ Samples/s = 2.9 GSample/s !!!
- Lösungsansätze für diese Unzulänglichkeit:
 - Adaptive Delta-Modulation
 - Delta-Sigma-Modulation

PR

Delta-Sigma Modulation

- Beim Delta-Modulator bleibt die Idee des Oversamplings mit anschliessender Mittelwertbildung jedoch weitgehend wirkungslos:
 - Signal toggelt unabhängig vom effektiven Wert des abzutastenden Signals zwischen der oberen und unteren Intervallgrenze dieses Wertes.
- System, bei welchem Mittelwertbildung funktioniert: Delta-Sigma Modulator.
 - Noise-Shaping:
System soll so entworfen werden, dass das Quantisierungsrauschen möglichst bei hohen Frequenzen auftritt und durch die Mittelung gut weggefiltert wird.

Delta-Sigma Modulation im Zeitbereich



Siehe PDF mit Beispiel Oversampling!

NaT1_5f_Oversampling

Übertragung von digitalen Nachrichten

- Unsere Welt ist analog:
 - Ausser bei quantenmechanischen Phänomenen sind physikalische Vorgänge nicht diskret sondern kontinuierlich.
 - Digitale Informationen müssen daher als analoge Signale übertragen werden.
- Abbildung von digitalen Nachrichten auf Signale:
 - Sender und Empfänger besitzen ein gleiches Alphabet von Symbolen:
 - z.B. binäres Alphabet: Symbole „1“ (Mark) und „0“ (Space)
 - z.B. Text: Symbole bestehend aus Buchstaben, Zahlen, Sonderzeichen.
 - Jedes Symbol wird durch eine charakteristische Signalform repräsentiert.

Charakteristik der digitalen Übertragung

- Die **Signalform** jedes Symbols soll sich maximal von den Signalformen anderer Symbole unterscheiden.
- **Übertragungsarten:**
 - Basisbandübertragung in verschiedenen Varianten.
 - Verschiedene Übertragungsverfahren durch Modulation eines Trägersignals.
- **Synchronisation** beim Empfänger: wann beginnt und endet ein Symbol im kontinuierlich vorliegenden Nachrichtensignal?
- **Signalaufbereitung** beim Empfänger: Störsignale und Verzerrungen sollen eliminiert werden, um die Signalformen optimal wiedererkennen zu können.
- **Entscheidungslogik** beim Empfänger: welches Symbol wurde übertragen?
- **Nichtlineare Störfestigkeit:** praktisch fehlerfreie Übertragung bei ausreichender SNR, aber ab einer kritischen Störschwelle treten sehr bald zu viele Bitfehler auf.

Binäre und mehrwertige Übertragung Übertragung im Basisband

- Übertragung binärer Symbole:
 - Der Wertebereich der Symbole besteht aus 2 Werten (0/1, on/off)
 - Pro Symbol wird maximal ein Bit Information übertragen.
 - Bsp: CMOS-Logik, RS-232, 10Base-T, optische Übertragung.
- Übertragung von mehrwertigen Symbolen:
 - Der Wertebereich der Symbole hat mehr als 2 Werte.
 - Pro Symbol kann mehr als ein Bit Information übertragen werden.
 - Bsp: Analoges Modem (V.22, ... V.34, V.90), ADSL, 1000Base-T.
- z.T. werden binäre Symbole zu mehrwertigen Signalen codiert:
 - Bsp: 100 Base-T, ISDN S0 Bus, E1 (ISDN Primäranschluss)
- Es gibt eine Vielzahl von Signalformen mit ganz spezifischen Eigenschaften (bzgl. Spektrum, Synchronisation): *Leitungscode*s.
- Teilweise wird auch *dasselbe Symbol* aufgrund der Abfolge der übertragenen Symbole auf *unterschiedliche Signalformen* abgebildet.
- Teilweise werden durch *Codierung* die statistischen Eigenschaften der digitalen Nachricht für die Übertragung optimiert.
- Oft wird eine *Fehlererkennung* oder sogar *Fehlerkorrektur* durch zusätzliche Kanalcodierung implementiert.

Übertragung mit moduliertem Trägersignal

- Grundsätzlich kann *jedes digitale Basisbandsignal als modulierendes Signal* eines Trägers verwendet werden.
- *Veränderbare Trägerparameter* der Modulation sind weiterhin: Amplitude, Phase und Momentanfrequenz.
- Im Hinblick auf Frequenzmultiplexing ist ein *minimaler Bandbreitenbedarf* ein Hauptziel bei der Konzeption eines digitalen Übertragungssystems.
- Vor der *Synchronisation auf die Symbolfolge* muss der Empfänger meist zusätzlich noch eine *Trägersynchronisation* durchführen.

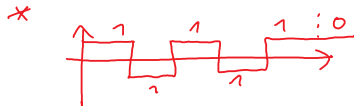
Übertragung von digitalen Signalen im Basisband I

Dienstag, 25. November 2014

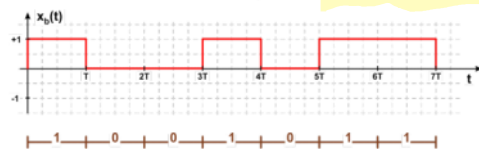
12:31

Leitungscodierung

- Sowohl binäre wie mehrwertige Signale werden im Basisband mit definierten Leitungscodes (Line Codes) übertragen.
- Je nach Übertragungssystem sind folgende Kriterien entscheidend:
 - Spektrum (z.B. DC-freie Übertragung).
 - Bandbreitenbedarf.
 - Synchronisation beim Empfänger („Clock-Rückgewinnung aus Datensignal“).
 - Störfestigkeit (und somit auch Reichweite) der Übertragung.
 - Erkennung/Korrektur von Übertragungsfehlern (zur Minimierung der Bitfehlerrate).
 - Kosten für den Codierungsaufwand.
- Die Kombination dieser Kriterien führte zu einer Vielzahl von Leitungscodes.
- Weiter hängt die Übertragungsqualität vom Medium (Zweidraht, Coax, etc.), dessen Ausführung (Impedanz, Dämpfung, Schirmung) und der Übertragungsart (symmetrisch / asymmetrisch, erdfrei, etc.) ab.

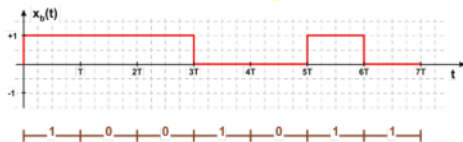


Unipolares NRZ Signal (NRZ, NRZ Level, NRZ-L)



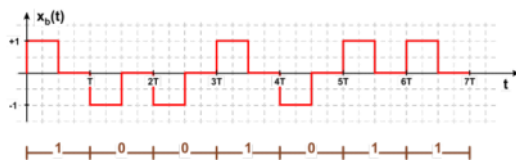
- Mark wird mit Amplitude A, Space mit Amplitude 0 gesendet (oder umgekehrt).
- Aufwand für Codierung und Decodierung: sehr klein.
- Taktrückgewinnung: ohne zusätzliche Codierung unsicher.
- DC-Freiheit: sehr schlecht, viel DC-Anteil vorhanden.
- Bandbreitenbedarf: mittel (bei endlich steilen Pulsflanken).
- Anwendungsbeispiel: CMOS-Technik auf Leiterplatte, bis ca. 100 MBit/s.

NRZ-Inverted Signal (NRZI)



- NRZI, NRZ-M: Amplitudenwechsel bei Mark, kein Wechsel bei Space.
- NRZ-S: Amplitudenwechsel bei Space, kein Wechsel bei Mark.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: gering.
- Taktrückgewinnung, DC-Freiheit und Bandbreitenbedarf wie bei NRZ-L.
- Neben unipolarem NRZI (Abbildung) gibt es auch bipolares NRZI.
- Anwendungsbeispiele: USB 2.0 (Bipolares NRZ-S), CD-ROM (unipolares NRZ-M).
- Vorteil: DC-Freiheit und Synchronisation z.T. einfacher realisierbar als bei NRZ-L.

Bipolares RZ-Signal



- Wie bipolares NRZ, doch wird nach halber Bitzeit Amplitude 0 gesendet.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: mittel.
- Taktrückgewinnung: sehr gut.
- DC-Freiheit: abhängig von relativer Häufigkeit von Mark und Space.
- Bandbreitenbedarf: grösser als bei NRZ-Codierung.
- Anmerkung: pseudoternäres Signal.



Für Takt nur Betrag von Signal, also negative Signale nach oben klappen = Takt!!!

DC-frei => immer abwechselungsweise pos. und neg., damit sich keine Potentiale aufbauen können!

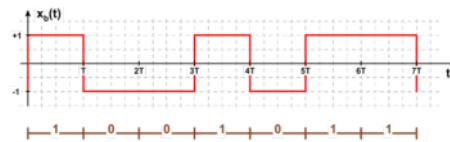
Begriffe zur Leitungscodierung

- | | |
|------------------------------|---|
| • Mark: | logische Eins. |
| • Space: | logische Null. |
| • Unipolar: | nur positive Amplitudenwerte (binärer Fall: z.B. Mark=A, Space=0). |
| • Bipolar ^{1) 2)} : | positive und negative Amplituden (z.B. Mark=+A, Space=-A). |
| • Nonreturn-to-zero (NRZ): | Amplitude ist konstant über Symbolzeit T. |
| • Return-to-zero (RZ): | Amplitude geht nach halber Symbolzeit auf 0 zurück. |
| • „Level-Codierung“: | die Amplitudenwerte widerspiegeln die Bitwerte. |
| • „Invertierte Codierung“: | die Amplitudenwechsel widerspiegeln die Bitwerte. |
| • Binär: | zwei Signalformen (z.B. Amplituden $\pm A$) für zweiwertiges Symbol. |
| • Pseudoternär: | drei Signalformen (z.B. $\pm A, 0$) für zweiwertiges Symbol. |
| • Ternär: | drei Signalformen für dreiwertiges Symbol. |

¹⁾ Auch eine umgekehrte Zuordnung von $\pm A$ zu Mark/Space ist manchmal üblich (z.B. beim Datensignal von RS-232)

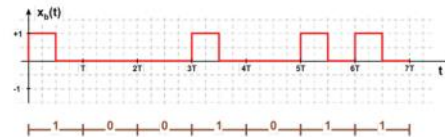
²⁾ Anstatt „bipolar“ wird in der Literatur z.T. auch der Begriff „polar“ verwendet und mit „bipolar“ der AMI-code (Alternate Mark Inversion) bezeichnet, bei welchem Space=0 ist und Mark= $\pm A$ alternierend.

Bipolares NRZ Signal



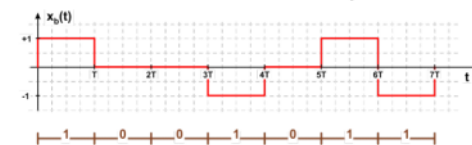
- Mark wird mit Amplitude A, Space mit Amplitude -A gesendet
- Variante: Mark wird mit Amplitude -A, Space mit +A gesendet.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: sehr klein.
- Taktrückgewinnung: ohne zusätzliche Codierung unsicher.
- DC-Freiheit: abhängig von relativer Häufigkeit von Mark und Space.
- Bandbreitenbedarf: wie unipolares NRZ.
- Anwendungsbeispiele: serielle RS-232 Schnittstelle, LVDS auf Leiterplatte.

Unipolares RZ-Signal



- Wie unipolares NRZ, doch wird nach halber Bitzeit Amplitude 0 gesendet.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: gering.
- Taktrückgewinnung: besser als NRZ; Space-Folgen sind immer noch heikel.
- DC-Freiheit: ähnlich schlecht wie unipolares NRZ.
- Bandbreitenbedarf: grösser als bei NRZ-Codierung.

Alternate Mark Inversion (AMI-Codierung)



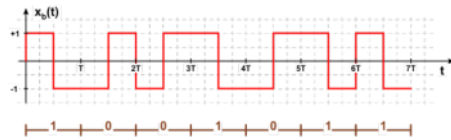
- Wie unipolares NRZ, doch mit alternierenden Amplituden $\pm A$ für Mark.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: mittel.
- Taktrückgewinnung: besser als NRZ; Space-Folgen sind immer noch heikel.
- DC-Freiheit: sehr gut.
- Bandbreitenbedarf: ähnlich wie NRZ-Codierung.
- Anmerkungen: pseudoternäres Signal. Neben AMI-NRZ gibt es auch AMI-RZ.
- Beispiel: IMFS Eurocom A, ISDN S0 (mit vertauschtem Mark und Space).

Übertragung von digitalen Signalen im Basisband II

Dienstag, 25. November 2014

14:42

Manchester Code (auch: Split-Phase, Biphase Level)



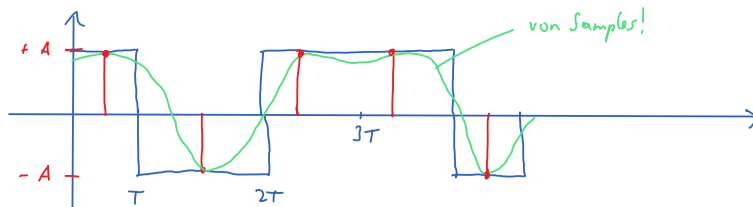
- Übergang in Symbolmitte von +A nach -A entspricht Mark, -A nach +A Space.
- Aufwand für Codierung und Decodierung: mittel.
- Taktrückgewinnung: sehr gut (auch bei Sequenzen von Mark oder Space).
- DC-Freiheit: sehr gut (unabhängig von Verteilung von Mark und Space).
- Bandbreitenbedarf: höher als bei NRZ-Codierung.
- Beispiel: 10Base-T.

=> ist DC-frei, da jedes Bit ja schon in sich selbst DC-frei ist!!



Bandbreitenbedarf von PCM-Signalen bei Basisbandübertragung

- Der Bandbreitenbedarf für die Übertragung von digitalen Signalen ist nicht als explizite Zahl berechenbar:
 - Je nach Wertigkeit der Symbole (binär, quaternär, etc.) wird eine unterschiedliche Anzahl Bit pro Symbol übertragen.
 - Je nach Linecode wird unterschiedlich viel Bandbreite benötigt.
 - Die Berechnung der minimal benötigten Bandbreite bei *binärer* Übertragung ergibt jedoch einen Referenzwert, mit welchem andere Übertragungsformen verglichen werden können.



Bandbreitenbedarf von **binary** PCM

- Ein analoges Signal $m(t)$ (z.B. Sprache) wird digitalisiert:
 - Samplingrate: $f_s > 2 B_m$ (doppelte Bandbreite von $m(t)$)
 - n Bits pro Sample (d.h. $L = 2^n$ Quantisierungsintervalle)
 - Bitrate des PCM-Signals: $n \cdot f_s > 2n \cdot B_m$
- Dieser Bitstrom benötigt eine minimale Bandbreite von:
 - $B_{PCM} = \frac{1}{2} n \cdot f_s > n \cdot B_m$
 - Ideale Rekonstruktionsfilter sind nicht realisierbar (da akausal).
 - Kausale Filter ergeben grössere Übertragungsbandbreite.
- Effektiver Bandbreitenbedarf für **binary** PCM:
 - $B_{eff} > B_{PCM} > n \cdot B_m$

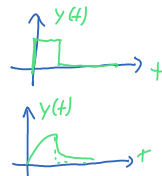
=> 8 Bit Auflösung = 8. mehr Auflösung!!

Maximale Übertragungsrate bei gegebenem Kanal

- Ein Kanal mit Bandbreite B_{ch} sei gegeben
- Maximale Bitrate bei *binärer* Übertragung: $2 B_{ch}$ Bei dig. 2.0 Bandbr. 5 kHz => 2.5 kHz = 10 kBit/s
- Bei quaternärer Übertragung kann diese Bitrate verdoppelt, bei n -wertigen Symbolen um den Faktor $\log_2(n)$ gesteigert werden.
- Je mehr Bit pro Symbol übertragen werden, desto weniger Störungen dürfen im Kanal für fehlerfreien Empfang auftreten.
- Aus gegebener SNR und Bandbreite berechnet sich die Kanalkapazität (vgl. NaT2).
- Bsp. Analogmodem: Bei "guten" Leitungen werden 33.6 kBit/s über den 3.4...4 kHz Kanal übertragen, bei "schlechten" Leitungen wird automatisch eine tiefere Bitrate ausgehandelt.
- Anmerkung: Der V.90-Standard für Modems (56 kBit/s Download) verwendet erweiterte Bandbreite.

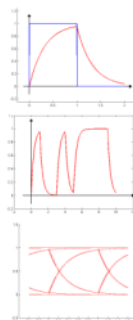
Pulse Shaping

- Digitale Signale (z.B. die vorgestellten Linecodes) wurden bisher mit Rechteckpulsen dargestellt
- Durch die beschränkte Bandbreite des Übertragungskanal werden jedoch Rechteckpulse verbreitert.
- Diese Verbreiterung führt zu Überlappung benachbarter Pulse: Intersymbol Interferenz (ISI).
- Diese Interferenz kann zusammen mit weiteren Störungen zu Bitfehlern beim Empfänger führen.
- Durch Pulsformfilter sollen bandbeschränkte Pulse mit definierter Überlappung erzeugt werden, welche vom Kanal nicht mehr weiter verzerrt werden.



Beispiel RC-Filter 1. Ordnung (3 dB-Punkt bei halber Symbolrate)

- Verbreiterung eines Einzelpulses:
- Intersymbol Interferenz bei Pulsfolge:
- Augenmuster:

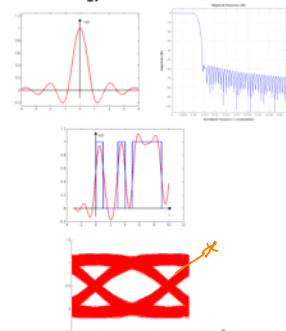


Wir möchten zwar bandbeschränkt übertragen, aber trotzdem das Auge möglichst "gross" machen, damit die Abtastung sicherer wird!

- z.B. höhere Amplitude = grösseres Auge

Beispiel 2: FIR-Filter (mit 1.2-facher minimaler Bandbreite $0.6 f_s$)

- Impulsantwort u. Frequenzantwort:
- Intersymbol Interferenz bei Pulsfolge:
- Augenmuster:



— blau was ich übertragen möchte
— rot was wirklich übertragen wird! => sehr verzerrt!

* sämtliche mögl. Signalobläufe! Wenn Signal zusätzl. noch verzerrt, dann noch schlimmer!

Massnahmen gegen ISI

Dienstag, 2. Dezember 2014 12:44

Massnahmen gegen ISI

- Entstandene Intersymbol Interferenz ist heikel:
 - Abtastzeitpunkt muss vom Empfänger optimal gewählt werden (horizontale Augenöffnung).
 - Bereich für korrekte Entscheidungsschwelle wird verkleinert (vertikale Augenöffnung).
 - Schon bei kleinen Störungen (Rauschen, Crosstalk etc.) entstehen Bitfehler.

Sendepulse sollen nun so gewählt werden, dass sich Auge maximal öffnet:

- Zum Abtastzeitpunkt soll keine Interferenz der Nachbarsymbole vorhanden sein.
- Falls sich der Empfänger auf diesen idealen Abtastzeitpunkt synchronisieren kann, vergrössert sich der Störabstand und verringern sich Bitfehler.

Welche Pulsspektren erfüllen das 1. Nyquistkriterium?

- Aus der Formulierung im Frequenzbereich folgt:
 - Das im Abstand $f_s = 1/T$ repetitiv gezeichnete Spektrum muss summiert konstant sein.
 - Nur wenn die Bandbreite mindestens $B = 1/(2T)$ beträgt, sind keine Lücken in diesem summierten Spektrum vorhanden.
 - D.h. minimal benötigte Bandbreite um ISI zu verhindern: $B = 1/(2T) = \frac{1}{2} f_s$.
 - Idealer Tiefpass mit $B = \frac{1}{2} f_s$ (d.h. sinc-Puls im Zeitbereich) erfüllt das 1. Nyquistkriterium.
 - Impulse mit Spektren, deren Filterflanken punktsymmetrisch zum Punkt $P = (\frac{1}{2} f_s, \frac{1}{2} h_0)$ bzw. $P = (-\frac{1}{2} f_s, \frac{1}{2} h_0)$ sind, erfüllen das 1. Nyquistkriterium.

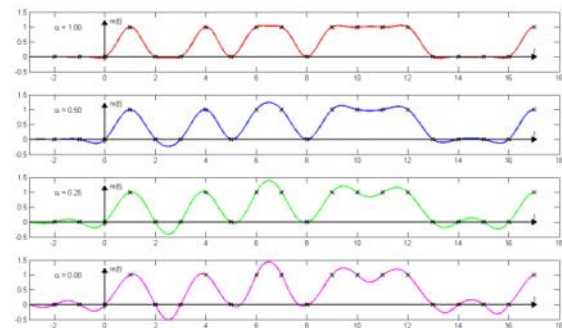
Raised Cosine Pulse

- Impulsform und Spektrum von Raised Cosine Pulsen
 - $W = \pi / T_s$ (d.h. W entspricht der halben Symbolrate)
 - Roll-off Faktor α : $0 \leq \alpha \leq 1$

$$h(t) = \frac{1}{T_s} \left(\frac{\sin Wt}{Wt} \right) \left[\frac{\cos \alpha Wt}{1 - (2\alpha Wt/\pi)^2} \right]$$

$$H(\omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq |\omega| \leq (1 - \alpha)W \\ \frac{1}{2} \left[1 - \sin \left(\frac{\pi}{2\alpha W} (|\omega| - W) \right) \right] & \text{für } (1 - \alpha)W \leq |\omega| \leq (1 + \alpha)W \\ 0 & \text{für } |\omega| > (1 + \alpha)W \end{cases}$$

Zufallsfolge von Raised Cosine Pulsen



- wo wird abgetastet?

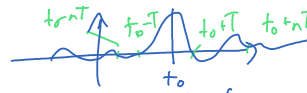
Zu Abtastzeitpunkten sind sie immer 1 oder 0!!



Alpha kann frei gewählt werden und somit Bandbreite beeinflusst werden! Alpha kleiner = Bandbreite sparen. Aber je kleiner desto aufwendiger/ schwieriger wird es den Impuls darzustellen

Mit Raised Cosine Pulsen wird erreicht, dass ISI verhindert werden kann, da sich nach Nyquist am richtigen Ort Nullstellen befinden, damit sich Signale nicht gegenseitig beeinflussen beim Zeitpunkt des Abtastens, aber nur dann!!

Nachbarpulse sollen sich nicht beeinflussen!



darf verzögert sein!
↳ dort soll signal max sein!
An allen anderen Stellen $t_0 - nT$ oder $t_0 + nT$ soll immer 0-Stelle haben!!!

Erstes Nyquist-Kriterium

- Ist das erste Nyquistkriterium erfüllt, kann ISI eliminiert werden
- Erstes Nyquistkriterium im Zeitbereich: (Impulsform $h(t)$, Filter-Verzögerung t_0)

$$h(n \cdot T - t_0) = \begin{cases} h_0 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

- Wir setzen vereinfachend $t_0=0$ und betrachten die Impulsantwort an den Stellen $h(nT)$, im Sinne einer Abtastung von $h(t)$ an den Stellen $t = nT$:

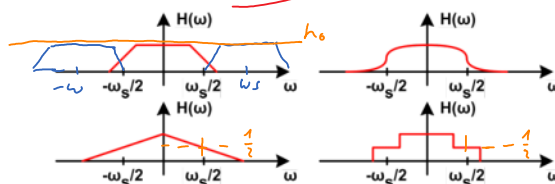
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n \cdot T) \cdot \delta(t - n \cdot T) = h_0 \cdot \delta(t)$$

- Fouriertransformiert ergibt sich das erste Nyquistkriterium im Frequenzbereich:

$$\frac{1}{T} \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} H(\omega - n \frac{2\pi}{T}) = h_0$$

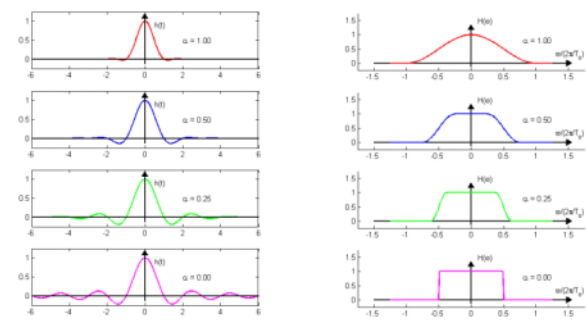
Frequenzb. wiederholt sich immer und die Summe ergibt sich konstante!!

Beispiele im Spektralbereich

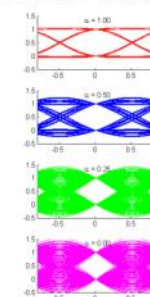


- Pulsspektren, welche bei einem Pulsraster von $T_s = 1/f_s$ das 1. Nyquistkriterium erfüllen.

Impuls- und Frequenzantwort der Kosinus-Roll-off-Filter



Augendiagramme der Raised Cosine Pulse



Zweites Nyquistkriterium

Dienstag, 2. Dezember 2014 14:42

Zweites Nyquistkriterium

- Ziel: das Augendiagramm soll nicht nur bzgl. der Amplitude maximal geöffnet werden, sondern auch auf Zeitachse maximal geöffnet sein.
- Zusätzlich zu den Nullstellen bei $n \cdot T$ muss Impulsform $h(t)$ auch an den Stellen $\pm 3/2 T$, $\pm 5/2 T$, $\pm 7/2 T$ etc. eine Nullstelle aufweisen.
- Von der Gruppe der Raised-Cosine Pulsen erfüllt nur derjenige mit Roll-off Faktor $\alpha=1$ das zweite Nyquistkriterium.

Zeitmultiplex

- Zeitmultiplex: Time Division Multiplexing (TDM)
- Pulsamplituden Modulation (PAM): vgl. Schaum 5.11
- Wichtiger: TDM mit Pulse Code modulierten (PCM) Signalen
- TDM ist wichtigstes Multiplexingverfahren für Sprachübertragung im Telekommunikationsnetz (PDH, SDH).
- Verschiedenen Hierarchie-Ebenen von Bündelsignalen:
 - PDH: Plesiochrone Hierarchie
 - SONET / SDH: Synchrones Optisches Netzwerk / Synchrone Digitale Hierarchie.
 - Medien: Geschirmte 2-Drahtleitung, Koaxialkabel, Lichtwellenleiter, Richtstrahl.

Bitraten bei PDH und SDH / SONET

- Neben dem Zeitmultiplexing wird mit Wavelength Division Multiplexing (WDM / DWDM) die Kapazität der Lichtwellenleiter weiter gesteigert.

Bitrate	Medium	PDH EU	PDH US	SDH EU	SONET US
1.544 MBit/s	STP	E1	DS1		
2.048 MBit/s	STP / Coax				
6.312 MBit/s	STP / Coax		DS2		
8.448 MBit/s	Coax	E2	DS3		
34.368 MBit/s	Coax	E3			
44.736 MBit/s	Coax				
51.840 MBit/s	Coax / LWL			STM-0	STS-1
155.520 MBit/s	Coax / LWL			STM-1	STS-3
622.080 MBit/s	LWL			STM-4	STS-12
2.488320 GBit/s	LWL			STM-16	STS-48
9.953280 GBit/s	LWL			STM-64	STS-192
39.813120 GBit/s	LWL			STM-256	STS-768

E1 als Beispiel für TDM

- E1 ist spezifiziert in ITU-T G.703 / G.704 (und weiteren Normen)
- E1 entspricht dem 2048 kBit/s ISDN-Primäranschluss.
- Übertragen wird ein wiederkehrendes Frame (Rahmen) von 256 Bit:
 - Wiederholrate: 8 kHz (alle 125 μ s), insgesamt 2048 kBit/s
 - Rahmen wird unterteilt in 32 Timeslots (0..31) mit je 8 Bit
 - Pro Timeslot ergeben sich somit 64 kBit/s.
 - Timeslot 0 wird für Rahmensignalisierung verwendet.
 - Timeslot 16 wird teilweise mit Overhead belegt.
 - Es bleiben 30 oder 31 Timeslots mit 64 kBit/s Nutzdaten (PCM-30 bzw. PCM-31).

Beim 2. Nyquist Kriterium wollen wir, dass noch mehr Nullstellen haben, dass sich die Nachbarn noch weniger beeinflussen, auch in t-Achse.

Auf Grafik letzte Seite erfüllt nur oberstes Auge das 2.te Nyquistkriterium!!! Alle anderen sind zu schlecht!

2014-12-09 Übertragung von digitalen Signalen auf Trägersignal I

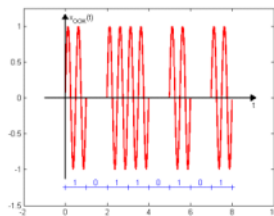
Dienstag, 9. Dezember 2014 12:26

Binäre Übertragung mit Trägersignal

- Anstatt im Basisband zu kommunizieren, wird oft mit Hilfe eines modulierten Trägersignal ein hochfrequentes Übertragungsband verwendet.
- Vorteil der Übertragung mit Trägersignal
 - Physikalische Anpassung an Kanal (z.B. Funk)
 - Mehrfache Nutzung des Kanals (verschiedene Frequenzen, d.h. Frequenzmultiplex)
 - Erhöhung der Störfestigkeit der Übertragung
- Ein binäres Nachrichtensignal schaltet einen Trägerparameter zwischen zwei definierten Zuständen um (switching bzw. keying):
 - Ändern der Amplitude: Amplitude Shift Keying (ASK)
 - Ändern der Phase: Phase Shift Keying (PSK)
 - Ändern der Momentanfrequenz: Frequency Shift Keying (FSK)

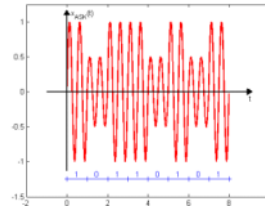
On-Off Keying (OOK)

- Binäres ASK mit Mark: $A_c \cdot m(t) = A_1$ und Space: $A_c \cdot m(t) = 0$
- Das Trägersignal wird durch die beiden Bitwerte ein- bzw. ausgeschaltet.
- On-Off Keying ist eine Amplitudenmodulation mit einem unipolaren NRZ-Signal.



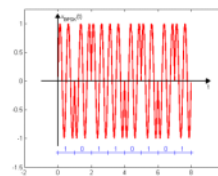
Amplitude Shift Keying (ASK)

- Amplitudenuntastung (Amplitude Shift Keying ASK):
 - Je nach Wert des zu übertragenden Symbols wird der Träger mit unterschiedlicher Amplitude moduliert.
 - Binärer Fall: Mark: $A_c \cdot m(t) = A_1$, Space: $A_c \cdot m(t) = A_0$



Binary Phase Shift Keying (BPSK)

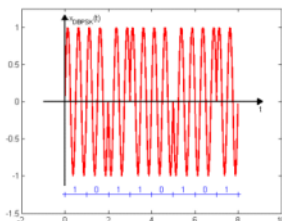
- Bei PSK werden die Symbolwerte auf verschiedene Phasenlagen des Trägers abgebildet.
- Im binären Fall (BPSK) sind die Phasen um 180° verschoben.
- BPSK entspricht einer DSB-SC Modulation mit bipolarem NRZ-Signal.



bei 1 zu $0 - 180^\circ$ Phase
bei 0 zu $1 + 180^\circ$ Phase!

Differential BPSK (DBPSK)

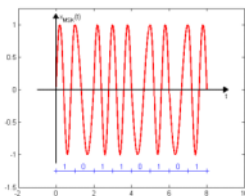
- Bei BPSK können ohne zusätzliche Synchronisation Mark und Space nicht voneinander unterschieden werden.
- Lösung von DBPSK: das modulierende Signal ist ein bipolares NRZ-I.
- Nachteil: leicht höhere Fehlerrate („Doppel- statt Einzelfehler“).



↳ Bei jedem Mark=1 wird Phase geschiftet,
bei 0 wird nichts gemacht!

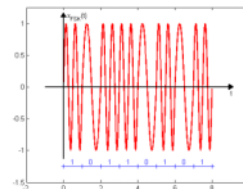
Minimum Shift Keying (MSK)

- MSK ist eine binäre continuous phase FSK, bei welcher die über die Symbolzeit integrierte Phasenabweichung gegenüber dem nicht-modulierten Träger gerade $\pm \pi/2$ beträgt
- Vorteil im Vergleich zu herkömmlicher continuous phase FSK: die Signale für Mark und Space sind zueinander orthogonal, womit die Bitfehlerrate beim Empfänger reduziert werden kann.



Frequency Shift Keying (FSK)

- Bei FSK erzeugt jeder Symbolwert eine eigene Trägerfrequenz.
- Sind bei der Umschaltung Phasensprünge erlaubt, kann FSK durch die Kombination mehrerer OOK-Signale gebildet werden.
- Treten keine Phasensprünge auf (continuous phase modulation) liegt ein mit NRZ moduliertes FM-Signal vor (Vorteil: kleinere Bandbreite)



Gaussian Minimum Shift Keying (GMSK)

- Bei MSK existiert zwar ein kontinuierlicher Phasenverlauf, die erste Ableitung (Momentanfrequenz) weist jedoch Unstetigkeitsstellen auf.
- Diese Unstetigkeitsstellen äussern sich in einer grösseren Bandbreite.
- Bei GMSK durchläuft nun das modulierende Signal, welches die Frequenz der MSK bestimmt, vor der Modulation ein Filter, mit einer Gauss'schen Übertragungsfunktion.
- Dadurch sinkt der Bandbreitenbedarf.
- Wichtige Anwendung: GSM
- Details: vgl. MobKom

Übertragung von digitalen Signalen auf Trägersignal II

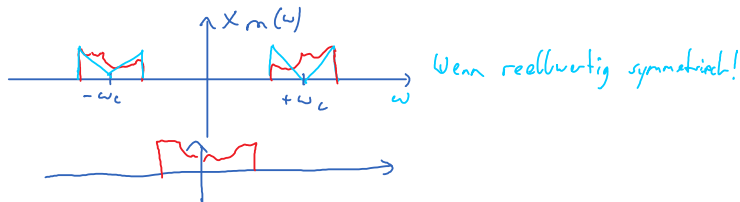
Dienstag, 9. Dezember 2014 12:26

Binäre Modulationsverfahren!

Äquivalente Basisband-Darstellung von Bandpasssignalen

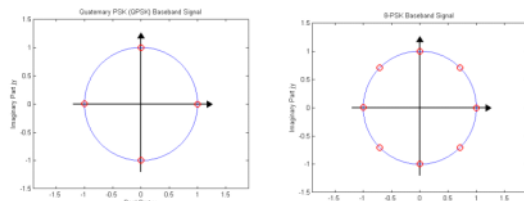
- Ein Bandpasssignal kann als ein Basisbandsignal aufgefasst werden, welches zur (positiven) Trägerfrequenz $+f_c$ hin verschoben wird.
- Durch Bilden des Realteils entsteht das reellwertige Bandpasssignal mit zweiseitigem Spektrum.
- Das Spektrum des reellwertigen modulierten Trägersignals muss bzgl. der Trägerfrequenz *nicht* symmetrisch sein (Bsp: ein SSB-Signal).
- Fehlt bei Bandpasssignalen diese Symmetrie im Spektrum, ist die äquivalente Basisbanddarstellung nicht reell- sondern komplexwertig.

$$x_{BP}(t) = \Re[x_{BB}(t) \cdot e^{j\omega_c t}] = \Re[a(t) \cdot \cos(\omega_c t) + j b(t) \cdot \sin(\omega_c t)]$$
$$x_{BB}(t) = a(t) + j b(t) = a(t) \cdot \cos(\omega_c t) - b(t) \cdot \sin(\omega_c t)$$



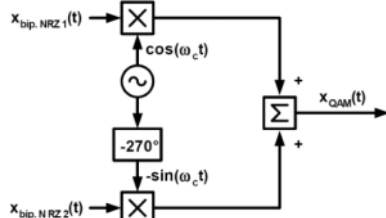
Mehrwertige Modulationsverfahren

- Anstatt nur ein einzelnes Bit pro Symbol zu übertragen, können die verschiedenen Übertragungsarten (ASK, PSK, FSK, ...) auf mehrwertige Symbole erweitert werden.
- Als Beispiele sind QPSK (Quaternary PSK) und 8-PSK in Basisbanddarstellung unten dargestellt.



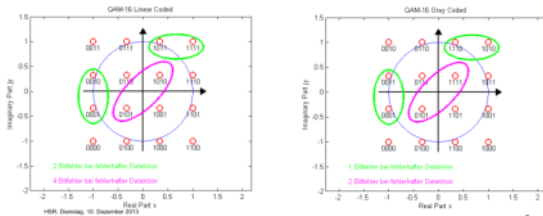
Einfache Realisierung von QAM-4

- QAM-4 kann mit zwei bipolaren NRZ Signalen realisiert werden, welche den Cosinus-Träger und den (negativen) Sinusträger modulieren.



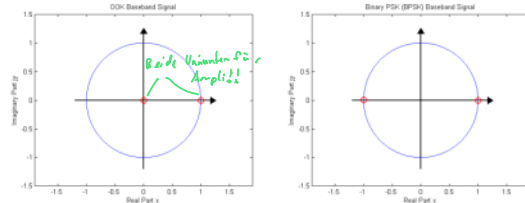
Gray-Codierung von QAM

- Bitfehler entstehen, wenn bei beeinträchtigtem Empfang (Verzerrung, Rauschen, Synchronisation, etc.), falsche Amplitudenwerte decodiert werden.
- Höchstwahrscheinlich wird bei Fehlern ein benachbartes Feld detektiert.
- Durch den Gray-Code, bei welchem zwischen Nachbarn nur ein Bit ändert, können mehrfache Bitfehler vermieden werden.



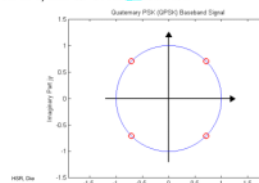
Basisbanddarstellung von OOK u. BPSK

- Wird bei OOK und BPSK als Nachrichtensignal ein „triviales“, d.h. rechteckiges Rechtecksignal verwendet, beschränkt sich die Basisbanddarstellung (Konstellation) auf einzelne Werte in der komplexen Ebene:

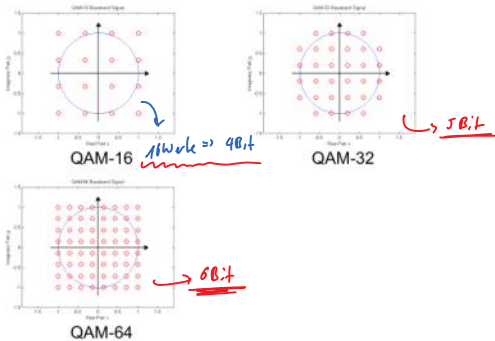


Quadrature Amplitude Modulation (QAM)

- QAM wurde schon als analoges Modulationsverfahren im Kapitel Amplitudenmodulation eingeführt.
- Die Bedeutung von QAM als digitales Übertragungsverfahren übersteigt jene von analogem QAM bei weitem.
- QAM-4 ist die einfachste Konstellation, welche (bis auf den irrelevanten Phasenoffset von $\pi/4$) mit QPSK identisch ist.



Weitere Konstellationen von QAM



Pulsformfilter zur Modulation von QAM

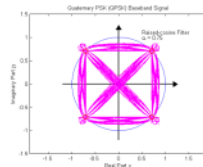
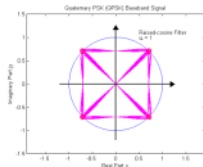
- Bisher wurde Basisbandsignal als rechteckiges NRZ-Signal angenommen:
 - Dies entspricht der Ausgabe eines Bitwertes mit einer Sample & Hold-Schaltung.
 - Die schnellen Übergänge im Basisband verursachen hohen Bandbreitenbedarf.
 - Bei QAM wird diese hohe Bandbreite im Übertragungsband noch verdoppelt!
- Um im Übertragungsband wenig Bandbreite zu belegen, muss die Bandbreite im Basisband beschränkt werden.
- Lösung: die Bitwerte werden mit geeigneteren Pulsformfiltern als S&H geformt:
 - Wie bei der Basisbandübertragung wird so die Bandbreite gezielt minimiert.
 - Wie bei der Basisbandübertragung kann eine Intersymbol Interferenz (ISI) zum Zeitpunkt der Auswertung des Bitwertes (Abtastzeitpunkt) verhindert werden.
 - Beispiel für geeignetes Pulsformfilter: Raised-Cosine Filter.

2014-12-16 Übertragung von digitalen Signalen auf Trägersignal III

Dienstag, 16. Dezember 2014 12:39

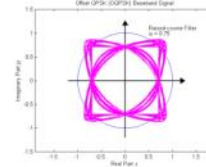
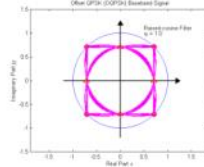
Gefilterte Übergänge am Beispiel von QPSK

- Wird QPSK (bzw. QAM-4) mit einem bandbeschränkten QAM-Modulator realisiert, führt ein Übergang zu einem gegenüberliegenden Punkt in der Konstellation dazu, dass der Ursprung durchlaufen wird.
- Dadurch verschwindet das Trägersignal kurzzeitig.
- Nachteil für den Sender: Abrupte Leistungswechsel.
- Nachteil für den Empfänger: schwierigere Synchronisation.



Offset QPSK (OQPSK)

- Offset QPSK vermeidet das Durchlaufen des Ursprungs, indem die Bitwerte auf den orthogonalen Trägern nicht gleichzeitig sondern um die halbe Bitzeit $T/2$ versetzt wechseln.
- Die Auswertung der übertragenen Bits erfolgt dadurch zwar doppelt so oft, allerdings wechselweise jeweils nur für den Bitwert des I- bzw. Q-Signals.
- Der Bandbreitenbedarf entspricht demjenigen von herkömmlichem QPSK, da die einzelne Modulation des Cosinus- bzw. Sinusträgers gleich bleibt.



Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)

- Anstatt einen Träger mit einem Datensignal hoher Bitrate zu modulieren, kann das *modulierende Basisbandsignal* in kleine Teilbänder unterteilt werden, in welchen je eine kleinere Bitrate auf einem Subträger übertragen wird (z.B. mit QAM).
- Werden diese Teilbänder mittels inverser FFT generiert, sind die einzelnen Subträger über die Symbolzeit hinweg automatisch orthogonal zueinander.
- Die Demodulation erfolgt am effizientesten mit einer FFT.
- Anwendungsbeispiele:
DAB-T, DVB-T, WLAN IEEE 802.11a, IEEE 802.11g, ADSL, VDSL, WIMAX
- Details: vgl. MobKom

Einige Nachteile von OFDM

- Sehr hohe Anforderungen an Synchronisation (unter anderem auch hohe Sensitivität bzgl. Dopplereffekten).
- Ohne zusätzliche Massnahmen ist ein sehr hoher Crestfaktor im Signal zu erwarten, was sehr hohe Anforderungen an die Linearität des Leistungsverstärkers des Senders stellt.

Bestechende Vorteile von OFDM

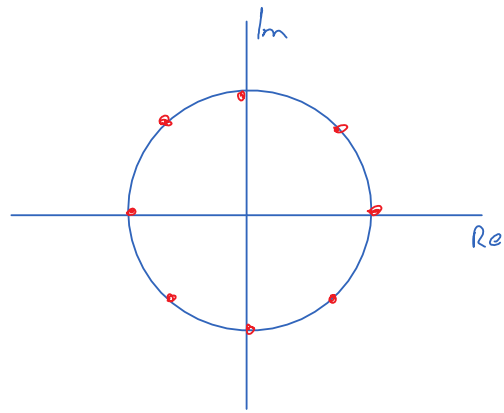
- Sehr hohe Bandbreiteneffizienz (wie bei anderen optimierten Verfahren).
- Die Unterteilung in Teilbänder erlaubt eine sehr präzise Formung des Spektrums (insbesondere auch an den Rändern).
- Jedes Teilband kann separat entzerrt werden, wobei der benötigte Equalizer wegen der kleinen Bandbreite auf einen einzigen (komplexen) Faktor reduziert werden kann.
- Die lange Symbolzeit bietet massive Vorteile bei Mehrwegempfang und ermöglicht so sogar die Realisierung von Gleichwellennetzen (SFN).
- Prinzipiell kann für jedes Teilband eine individuell optimierte Anzahl Bit übertragen werden, abhängig von SNR bzw. selektiven Störsignalen (z.B. bei ADSL aber natürlich systembedingt nicht bei DAB / DVB-T).

Beispiel 8-PSK

Dienstag, 16. Dezember 2014

12:53

Modulationsart: 8-PSK
Trägerfrequenz: 1800Hz
#Bit/Symbol: 3 Bit
Symbolrate: 1600 Symbole/s
#Trägerperioden/Symbol: 1.125 Perioden
Symbole: RC (Rised Cosine) mit $\alpha = 0.5$



Bandbreite im BB

$$B = (1+\alpha) \frac{1}{2} \cdot f_s$$
$$= 1200 \text{ Hz}$$

$$@ f_c \quad 2400 \text{ Hz}$$