

Nachrichtentechnik 1

HS22



Abbildung 1: Hobbystudenta Lab - NaT1 ... loading ...

Autor: Patrick Büchel
Datum: January 22, 2023
Version: Pre-Alpha

Diese Formelsammlung basiert auf dem Skript "Nachrichtentechnik 1 + 2" vom HS22 bzw. FS23 und der Formelsammlung von T. Mendez vom 7. August 2013 sowie der Formelsammlung der Braun & Co, Jurg & DIE Schweisser, Körner, Gwerder, Hannes, Renda, Roth vom 30. Dezember 2019.

1	Klassifizierung von Kommunikationssystemen S. 3	4
1.1	Klassifizierung nach Übertragungsdistanz S.4	4
1.2	Klassifizierung nach Zugriffsverfahren S.4	4
1.3	Klassifizierung nach Frequenzbereich S.6	4
1.4	Klassifizierung nach Adressierung S.6	5
2	Signale S.7	6
2.1	Klassifizierung von Signalen S.7	6
2.2	Kenngrossen von Signalen S.13	7
2.2.1	Mittelwerte	7
2.2.2	Crest Faktor (Scheitelfaktor S. 15)	7
2.2.3	Logarithmische Beschreibung von Leistungsverhältnissen S. 16	7
2.2.4	Relative Pegel	7
2.2.5	Absolute Pegel	8
3	Fourierzauberei S.19	9
3.1	Fourierreihe S.20	9
3.1.1	Koeffizienten berechnen	9
3.2	Symmetrie	9
3.3	Rechtecksignale S.256	10
3.4	Satz von Parseval S. 23	10
3.5	Fourier Transformation S. 23	10
3.5.1	Wichtige Korrespondenzpaare	10
3.5.2	Eigenschaften der Fourier Transformation S.24	11
4	LTI-Systeme (S.29)	12
4.1	Verzerrungsfreies LTI-System S.33	12
4.2	Dirac Impuls (Stösschen) S.30	12
4.3	Signalmanipulationen	13
4.4	Grundlegende Funktionen S.30	13
4.5	Filtreeigenschaften von LTI Systemen S.33	13
4.5.1	Bandbreite	13
4.6	Quadraturfilter, Hilberttransformation S. 37	14
5	Analoge Modulationsarten S. 39	14
5.1	Amplitudenmodulation (AM) S. 44	14
5.1.1	Frequenzmischer, Frequenzmultiplex S. 46	14
5.1.2	Gewöhnliche Amplitudenmodulation S. 44	15
5.1.3	DSB-SC - Zweiseitenbandamplitudenmodulation ohne Träger S. 51	16
5.1.4	Einseitenbandamplitudenmodulation (SSB) S. 53	17
5.1.5	Restseitenband-Amplitudenmodulation (VSB) S. 57	18
5.1.6	Quadraturamplitudenmodulation (QAM) S. 58	18
5.2	Winkelmodulation (FM/PM) S. 60	19
5.2.1	Äquivalenz PM und FM	20
5.2.2	Spektrum der Winkelmodulation S. 62	20
5.2.3	Kleinhub Winkelmodulation S. 62	20
5.2.4	Grosshub Winkelmodulation S. 63	21
5.2.5	Spektrum Einton-Winkelmodulation S. 64	21
5.2.6	Bandbreite Einton-Winkelmodulation S. 67	22
5.2.7	Bandbreite für beliebige $m(t)$ S. 67	22
5.2.8	Realisierung	22
5.2.9	Demodulation	22
5.2.10	FM Empfänger S. 68	23

6	Digitalisierung von Signalen S. 71	24
6.1	Abtastung S. 73	24
6.1.1	Ideale Abtastung S.75	24
6.1.2	Rekonstruktion mit Tiefpass S. 78	24
6.1.3	Natural Sampling S. 73	25
6.1.4	Sample & Hold (ZOH), Flat-Top Sampling S. 78	25
6.1.5	Nyquist-Shannon Abtasttheorem S. 76	25
6.2	Quantisierung S. 81	26
6.2.1	Gleichförmige Quantisierung S.82	26
6.2.2	Ungleichförmige Quantisierung S. 83	26
6.3	Deltamodulator S. 88	27
6.4	Delta-Sigma Modulator S. 89	27
7	Übertragung von digitalen Signalen S. 93	28
7.1	Bandbreitenbedarf von PCM (Pulse-Code-Modulation) S. 104	29
7.1.1	min. Bandbreitenbedarf im Binären Fall S.105	29
7.2	Pulsformfilter S. 106	29
7.2.1	Intersymbol Interferenz (ISI)	29
7.2.2	Erstes Nyquist-Kriterium S. 106	29
7.2.3	Zweites Nyquist-Kriterium S. 111	29
7.2.4	Raised Cosine Pulse S. 107	30
7.3	Digitale Modulation von Trägersignal S. 111	31
7.4	Äquivalente Basisbanddarstellung von Bandpasssignalen S. 116	32
7.4.1	Basisbanddarstellung	32
7.5	Quadratur Amplitudenmodulation (QAM) S. 118	32
7.5.1	Gray-Codierung von QAM	32
7.5.2	Pulsformfilter zur QAM S. 121	33
8	Fancy Tabelle	34
9	Idiotenseite	35
9.1	Dreiecksformeln	35
9.2	Funktionswerte für Winkelargumente	35
9.3	Periodizität	35
9.4	Quadrantenbeziehungen	35
9.5	Ableitungen	35
9.6	Additionstheoreme	35
9.7	Doppel- und Halbwinkel	35
9.8	Produkte	35
9.9	Euler-Formeln	35
9.10	Summe und Differenz	35
9.11	Kurven	37
9.11.1	e-Funktion	37
9.11.2	Sinus-Funktion	37
9.11.3	Cosinus-Funktion	37
9.11.4	Tangens-Funktion	37
9.12	Allgemein zeitabhängige Größen	37
10	Übungsverzeichnis	37
10.1	Einführung	37
10.2	LTI-Systeme	37
10.3	Amplitudenmodulation	37
10.4	Winkelmodulation - FM/PM	38
10.5	Digitale Übermittlung analoger Signale	38
11	Prüfungsverzeichnis	38

1 Klassifizierung von Kommunikationssystemen S. 3

1.1 Klassifizierung nach Übertragungsdistanz S.4

Einordnung nach Übertragungsdistanz			
Kürzel	Beschreibung	typische Distanz	Anwendungsbeispiele
	Deep-Space Communications		Antennenarrays (34 m, 70 m Parabolantennen) zur Abwicklung von Weltraummissionen
WAN	Wide Area Network	10 – ... km	Glasfaserkommunikation im Telecom-Backbone Richtstrahlverbindungen zwischen GSM-Basisstationen Satellitenkommunikation
MAN	Metropolitan Area Network	0.1 – 100 km	Glasfaser- / Richtstrahlverbindungen Kabelfernsehtz xDSL GSM-Zelle
LAN	Local Area Network	10 – 1000 m	Ethernet Wireless LAN RS-485 CAN
PAN	Personal Area Network	1 – 10 m	USB RS-232 DVI/HDMI IrDA Bluetooth Ultrawideband ZigBee RFID
	Chip to Chip Communications	0.01 – 1 m	PCIe I2C SPI CMOS-Logik I/O

1.2 Klassifizierung nach Zugriffsverfahren S.4

Deutsch	Englisch	Abkürzung	Anwendung	Schaum
Zeitmultiplex	Time Division Multiple Access	TDMA	GSM, DECT, ISDN	S.100
Frequenzmultiplex	Frequency Division Multiple Access	FDMA	UKW-Radio	S.52
Codemultiplex	Code Division Multiple Access	CDMA	UMTS, GPS	
Raummultiplex	Space Division Multiple Access	SDMA	parallel-Leitungen	

1.3 Klassifizierung nach Frequenzbereich S.6

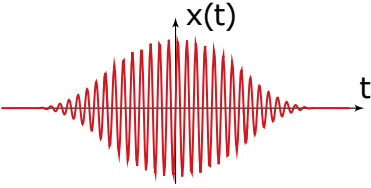
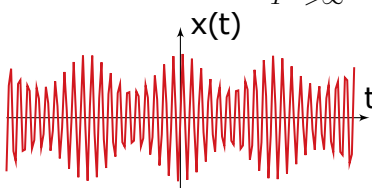
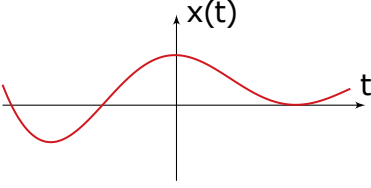
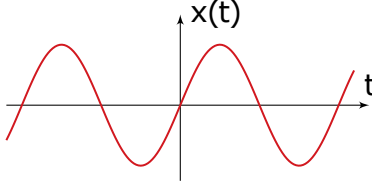
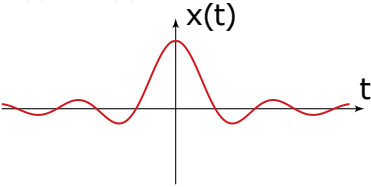
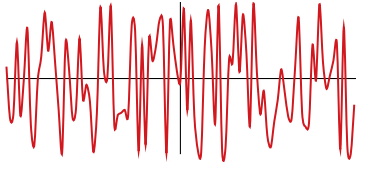
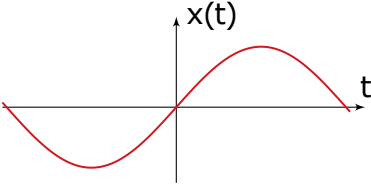
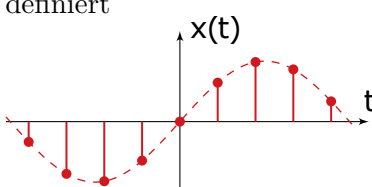
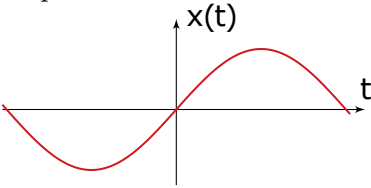
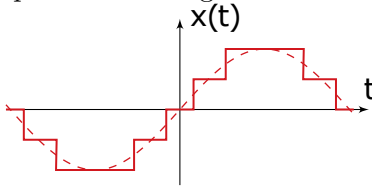
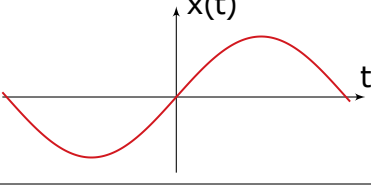
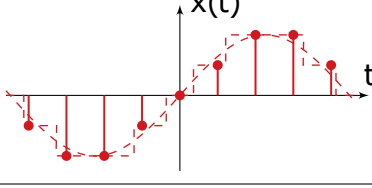
Einordnung nach Frequenzbereich					
Band Nr.	Kürzel	Begriff	Frequenzbereich	Wellenlänge	Beispiele
-1	ELF	Extremely Low Frequency	0.03 - 0.3 Hz	1E6 - 1E7 km	
0	ELF	Extremely Low Frequency	0.3 - 3 Hz	1E5 - 1E6 km	
1	ELF	Extremely Low Frequency	3 - 30 Hz	1E4 - 1E5 km	submarine (deeply sub-merged)
2	SLF	Super Low Frequency	30 - 300 Hz	1E3 - 1E4 km	submarine
3	ULF	Ultra Low Frequency	300 - 3000 Hz	100 - 1000 km	mines
4	VLF	Very Low Frequency	3 - 30 kHz	10 - 100 km	submarine (near-surface)
5	LF	Low Frequency	30 - 300 kHz	1 - 10 km	aircraft beacons
6	MF	Medium Frequency	300 - 3000 kHz	100 - 1000 m	AM broadcasting
7	HF	High Frequency	3 - 30 MHz	10 - 100 m	amateur radio
8	VHF	Very High Frequency	30 - 300 MHz	1 - 10 m	FM broadcasting, TV, DVB-T
9	UHF	Ultra High Frequency	300 - 3000 MHz	10 - 100 cm	TV, GSM, GPS, WLAN
10	SHF	Super High Frequency	3 - 30 GHz	1 - 10 cm	satellite TV, WLAN, WiMAX, RADAR
11	EHF	Extremely High Frequency	30 - 300 GHz	1 - 10 mm	RADAR, millimeter wave scanner
12		Terahertz waves	300 - 3000 GHz	100 - 1000 um	submillimeter spectroscopy
13		Far infrared	3 - 30 THz	10 - 100 um	
14		Infrared (IR)	30 - 300 THz	1 - 10 um	fiber optics
15		near IR, visible light, UV	300 - 3000 THz	100 - 1000 nm	fiber optics, IrDA

1.4 Klassifizierung nach Adressierung S.6

Klassifizierung in Bezug auf Adressierung		
Begriff	Erklärung	Beispiel
Unicast	Die Adressierung richtet sich an einen bestimmten Adressaten.	Persönlicher Telefonanruf
Multicast	Die Adressierung richtet sich an mehrere bestimmte Adressaten.	Gruppen-Chat
Broadcast	Keine Adressierung, sondern Empfang durch potentiell alle (lokalen) Teilnehmer.	Radiosender
Anycast	Unicast-Adressierung an eine Mehrzahl von potentiellen Empfängern.	Telefonanruf an Callcenter

2 Signale S.7

2.1 Klassifizierung von Signalen S.7

Energiesignal $E = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) ^2 dt < \infty$ 	Leistungssignal $P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) ^2 dt < \infty$ 
aperiodisches Signal $x(t) \neq x(t + n \cdot T)$ 	periodisches Signal $x(t) = x(t + n \cdot T)$ 
deterministisches Signal $x(t) = f(t)$ Verlauf ist bekannt 	stochastisches Signal: Signalverlauf ist unbekannt bzw. zufällig 
zeitkontinuierliches Signal $x(t)$ ist immer definiert 	zeitdiskretes Signal $x(t)$ ist nur an diskreten Punkten definiert 
amplitudenkontinuierliches Signal 	quantisiertes Signal 
Zeit- und Amplitudenkontinuierliches Signal (Analog) 	Zeitdiskret und Quantisiert 

2.2 Kenngrößen von Signalen S.13

In der Nachrichtentechnik sind Signale in der Regel **dimensionslos** und **normiert**. ($|x(t)| \leq 1$) Die **momentante Signalleistung** beträgt deshalb: $P_x(t) = |x(t)|^2$

2.2.1 Mittelwerte

Linearer zeitlicher Mittelwert

$$x_{avg} = \bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$

Effektivwert (Root Mean Square RMS)

$$x_{RMS} = \sqrt{\overline{P_x}} = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt}$$

mittlere Leistung

$$\overline{P_x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} P_x(t) dt$$

2.2.2 Crest Faktor (Scheitelfaktor S. 15)

Der Crest Faktor gibt das Verhältnis zwischen Spitzenwert x_p und Effektivwert x_{RMS} an. Ist der Crestfaktor bekannt, kann ein Verstärker basierend auf dem Effektivwert des Signals so eingestellt werden, dass ein Übersteuern verhindert wird. Grosses C = viel Amplitude bei wenig Leistung $\rightarrow$ nicht so gut. Für sinusförmige Signale $C = \sqrt{2}$

$$C = \frac{x_p}{x_{RMS}} = \frac{\max(|x(t)|)}{\sqrt{\overline{P_x}}}$$

2.2.3 Logarithmische Beschreibung von Leistungsverhältnissen S. 16

Leistungen von Signalen werden üblicherweise auf einer logarithmischen Skala (dB) verglichen. **Mit dB werden immer Leistungen verglichen, nicht Amplituden!**

Signal to Noise Ration (SNR)

$$SNR = \frac{S}{N} = \frac{\text{Signalleistung}}{\text{Rauschleistung}}$$

Leistungsverhältnis

$$k_B = \log_{10} \frac{P_y}{P_x}, \quad [k_B] = \text{Bel}, \quad [10 \cdot k_B] = \text{dB}$$

wobei P_x die Referenzleistung darstellt

$$10 \cdot \log_{10} \frac{P_y}{P_x} = 10 \cdot \log_{10} \frac{y_{RMS}^2}{x_{RMS}^2} = 20 \cdot \log_{10} \frac{y_{RMS}}{x_{RMS}}, \quad \text{mit Einheit dB}$$

dB	$\frac{P_y}{P_x}$	$\frac{y_{rms}}{x_{rms}}$	dB	$\frac{P_y}{P_x}$	$\frac{y_{rms}}{x_{rms}}$
20	100	10	-20	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$
10	10	$\sqrt{10}$	-10	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{\sqrt{10}}$
6	4	2	-6	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
3	2	$\sqrt{2}$			
0	1	1	-3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

<i>dBW</i>	$0 \text{ dBW} = 1 \text{ W}$
<i>dBm</i>	$0 \text{ dBm} = 1 \text{ mW}$
<i>dBV</i>	$0 \text{ dBV} = (1 \text{ V})^2 / R_{ref}$
<i>DBμV</i>	$0 \text{ DBμV} = (1 \mu\text{V})^2 / R_{ref}$

Bei Spannungspegeln muss Referenzwiderstand berücksichtigt werden. HF üblicherweise 50 Ω, Telefonie 600 Ω

2.2.4 Relative Pegel

Spannungspegel $L_U = 20 \cdot \log_{10} \frac{U_x}{U_0} = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{U_x}{U_0} \right)^2$ $[L_U] = \text{dB}$

Strompegel $L_I = 20 \cdot \log_{10} \frac{I_x}{I_0}$ $I_x = I_0 \cdot 10^{\frac{L_I}{20}}$ $[L_I] = \text{dB}$

Leistungspegel $L_P = 10 \cdot \log_{10} \frac{P_x}{P_0}$ $P_x = P_0 \cdot 10^{\frac{L_P}{10}}$ $[L_P] = \text{dB}$

2.2.5 Absolute Pegel

dBW	Leistungspegel mit Bezugsgrösse $P_0 = 1W$	$\implies 0 \text{ dBW} = 1W = P_{0_{dBW}}$
dBm	Leistungspegel mit Bezugsgrösse $P_0 = 1mW$	$\implies 0 \text{ dBm} = 1mW = P_{0_{dBm}}$
dBV	Spannungspegel mit Bezugsgrösse $U_0 = 1V$	$\implies 0 \text{ dBV} = (1V)^2 / R_{ref} = P_{0_{dBV}}$
dBμV	Spannungspegel mit Bezugsgrösse $U_0 = 1\mu V$	$\implies 0 \text{ dB}\mu V = (1\mu V)^2 / R_{ref} = P_{0_{dB\mu V}}$

3 Fourierzauberei S.19

Trick 77 → **Skript S. 253 ff.** Fourier Mit Rechteckfolge, Dreieckfolge, etc. Fouriertrafo einer Fourie Reihe.

3.1 Fourierreihe S.20

Fourierreihe funktioniert nur mit **periodischen** Signalen.

Trigonometrische Form	Harmonische Form	Komplexe Form
$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t)$	$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n \cos(n\omega_0 t - \varphi_n)$	$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$
$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$	$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$
$a_0 = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x(t) dt$	$c_0 = \frac{a_0}{2}$	$c_n = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot e^{-jn\omega_0 t} dt$
$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot \cos(n\omega_0 t) dt$	$c_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$	$c_n = \frac{a_n - jb_n}{2}$
$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T x(t) \cdot \sin(n\omega_0 t) dt$	$\varphi_n = \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$	$c_{-n} = \frac{a_n + jb_n}{2}$

Im Skript werden die Fourierkoeffizienten mit $a_n = u_n$ und $b_n = v_n$ bezeichnet! Grund dafür ist die überaus Spannende (und von anderer Literatur abweichende) Bezeichnung des komplexen Koeffizienten (Im Skript: $c_n = a + jb$) Der Zusammenhang in **Formel 3.12** im Skript S. 22 ist unbedingt zu beachten!

3.1.1 Koeffizienten berechnen

a_0, c_0, A_0 sind Konstanten, ω_1 ist die Grundkreisfrequenz, a_n und b_n sind die reellen Koeffizienten, c_n ist der komplexe Koeffizient, A_n ist die Amplitude und φ_n ist die Phase.

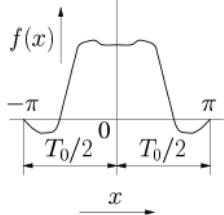
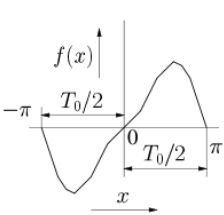
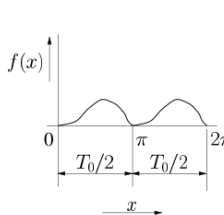
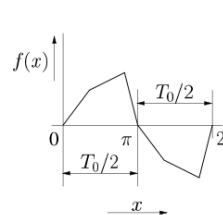
$$\begin{aligned}
 a_n &= c_n + \bar{c}_n = 2\Re(c_n) = A_n \cos(\varphi_n) & b_n &= j(c_n - \bar{c}_n) = -2\Im(c_n) = -A_n \sin(\varphi_n) \\
 c_n &= \frac{a_n - jb_n}{2} = \frac{A_n}{2} e^{j\varphi_n} = \frac{\pi}{T} F(jn\omega) & c_{-n} &= \bar{c}_n = \frac{a_n + jb_n}{2} = \frac{A_n}{2} e^{-j\varphi_n} \\
 A_n &= 2|c_n| = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} & \varphi_n &= \arg(c_n) \text{ oder unten } \downarrow
 \end{aligned}$$

Berechnung von φ_n aus a_n und b_n

$$\begin{aligned}
 a_n > 0 : & \quad \varphi_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) & a_n < 0 : & \quad \varphi_n = -\arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right) + \pi \\
 a_n = 0 \wedge b_n > 0 : & \quad \varphi_n = -\frac{\pi}{2} & a_n = 0 \wedge b_n < 0 : & \quad \varphi_n = \frac{\pi}{2} \\
 a_n = 0 \wedge b_n = 0 : & \quad \varphi_n = \text{nicht definiert}
 \end{aligned}$$

3.2 Symmetrie

Siehe auch Skript Seite 22

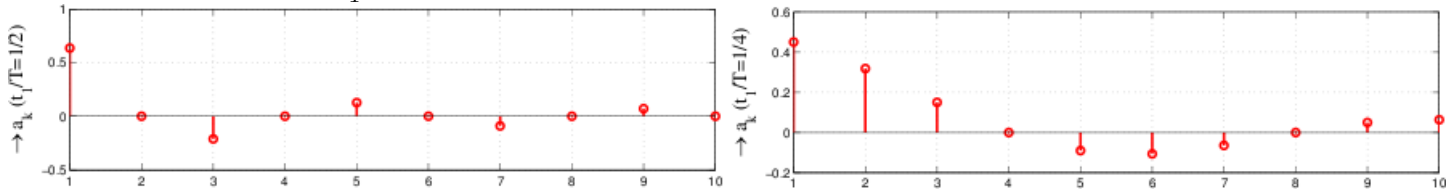
gerade Funktion	ungerade Funktion	Halbperiode 1	Halbperiode 2
			
Achsen-symmetrisch $f(-t) = f(t)$	Punkt-symmetrisch $f(-t) = -f(t)$	$f(t) = f(t + \pi)$	$f(t) = -f(t + \pi)$
$b_n = 0$	$a_n = 0$	$a_{2n+1} = 0$	$a_{2n} = 0$
$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \cos(k\omega_1 t) dt$	$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} f(t) \cdot \sin(n\omega_1 t) dt$	$b_{2n+1} = 0$	$b_{2n} = 0$

3.3 Rechtecksignale S.256

$$A_n = \frac{2}{T} \int_{-t_1/2}^{t_1/2} A \cos\left(\frac{2\pi n}{T}t\right) dt = \frac{2A}{\pi n} \sin\left(\frac{\pi t_1}{T}n\right)$$

Für Verhältnisse $\frac{T}{ggT(t_1, T)} = n \in \mathbb{N}$ verschwinden die n . Harmonische und deren Vielfache. (ggT = grösster gemeinsamer Teiler, für sehr wenig schlaue: Taschenrechner **ggT = gcd** ;-))

Formel Skript S. 256; $\tau = \frac{t_1}{T}$, t_1 ist die Einschaltzeit



3.4 Satz von Parseval S. 23

Die mittlere Leistung kann auch aus den komplexen Fourierkoeffizienten berechnet werden.

$$\overline{P_x} = \frac{1}{T} \int_T |x(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_k|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left| \frac{a_n - jb_n}{2} \right|^2$$

3.5 Fourier Transformation S. 23

Die Fourier Transformation erweitert die spektrale Analyse auf **deterministische Energiesignale**. Herleitung siehe Skript.

Damit die Fourier Transformierte existiert muss die Funktion $x(t)$ absolut integrierbar ($\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt \leq \infty$) sein, sowie deren Fourier Transformierte $X(\omega)$ (sonst kann man sie nicht mehr zurück transformieren). Ist $f(t)$ eine Linearkombination von absolut integrierbaren Funktionen wie $x(t)$ und die resultierenden $F(\omega)$ von Funktionen wie $X(\omega)$, dann ist $f(t)$ ebenfalls transformierbar (Linearität).

Fouriertransformierte

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Rücktransformierte

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{-j\omega t} d\omega$$

3.5.1 Wichtige Korrespondenzpaare

Impulsfunktion

Sinus und Cosinus

$$\begin{aligned} \delta(t) &\longleftrightarrow 1(\omega) \\ 1(t) &\longleftrightarrow 2\pi\delta(\omega) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\omega_0 t) &\longleftrightarrow \pi \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \\ \sin(\omega_0 t) &\longleftrightarrow -j\pi \cdot (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \end{aligned}$$

Periodische Signale

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot e^{jn\omega_0 t} \longleftrightarrow 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \delta(\omega - n\omega_0)$$

Spektrum Einton Winkelmodulation

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot \cos((\omega_c + n\omega_m) \cdot t) \longleftrightarrow \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \pi (\delta(\omega - (\omega_c + n\omega_m)) + \delta(\omega + (\omega_c + n\omega_m)))$$

Für weitere Korrespondenzpaare siehe Skript Seite 28 und **Seite 253 ff.**

3.5.2 Eigenschaften der Fourier Transformation S.24

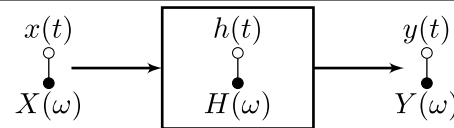
Linearität		$\alpha \cdot f(t) + \beta \cdot g(t) \circ \bullet \alpha \cdot F(\omega) + \beta \cdot G(\omega) \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{C})$
Zeitumkehrung (Spiegelung an der Y-Achse)		$f(-t) \circ \bullet F(-\omega)$
”Ähnlichkeit” / (Zeitskalierung)		$f(\alpha t) \circ \bullet \frac{1}{ \alpha } F\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) \quad \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $F(\alpha \omega) \bullet \circ f\left(\frac{t}{\alpha}\right)$
Vertauschungssatz (Dualität)		$f(t) \circ \bullet F(\omega)$ $F(t) \circ \bullet 2\pi \cdot f(-\omega)$
Verschiebung	Zeitbereich	$f(t \pm t_0) \circ \bullet F(\omega) e^{\pm j\omega t_0}$
	Frequenzbereich (Modulationstheorem)	$f(t) e^{\pm j\omega_0 t} \circ \bullet F(\omega \mp \omega_0)$
Faltung	Zeitbereich	$f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) d\tau \circ \bullet F(\omega) \cdot G(\omega)$
	Frequenzbereich	$f(t) \cdot g(t) \circ \bullet \frac{1}{2\pi} F(\omega) * G(\omega)$
Ableitung	Zeitbereich	$\frac{\partial^n f(t)}{\partial t^n} \circ \bullet (j\omega)^n F(\omega) \quad (n \in \mathbb{N}_0)$
	Frequenzbereich	$t^n f(t) \circ \bullet j^n \frac{\partial F(\omega)}{\partial \omega^n}$
Integration im Zeitbereich		$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau \circ \bullet \frac{F(\omega)}{j\omega} + F(0)\pi\delta(\omega)$
Modulation		$\cos(\alpha t) \cdot f(t) \circ \bullet \frac{1}{2} \cdot [F(\omega - \alpha) + F(\omega + \alpha)]$ $\sin(\alpha t) \cdot f(t) \circ \bullet \frac{1}{2j} \cdot [F(\omega - \alpha) - F(\omega + \alpha)]$
Theorem	Parseval’s	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) g^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) G^*(\omega) d\omega$
	Bessel’s	$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) ^2 dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) ^2 d\omega$
Anfangswerte		$f(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) d\omega$ $F(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) dt$
unendlich lange Folge von δ -Impulsen (im Zeit und Frequenzbereich)		$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - n \cdot t_0) \circ \bullet \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{2\pi}{t_0} \cdot \delta\left(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{t_0}\right)$

4 LTI-Systeme (S.29)

- Lineare Systeme sind durch die Antworten auf die Basissignale bestimmt.
- Basissignale müssen linear unabhängig voneinander sein
- Alle Eingangs-Funktionen müssen durch eine Linearkombination der Basissignale darstellbar sein.
 $\Rightarrow$ **Periode des Eingangssignals = Anzahl Basissignale**

Begriff	Beschreibung	Zusätzliche Bemerkungen
System	Eindeutige Zuordnung von Ausgang (Wirkung) und Eingang (Ursache) 	Übertragungswege (Leistungen), Filter, Verstärker SISO-, MIMO-, SIMO- und MISO-Systeme
Linear	Linearkombination am Eingang ruft entsprechende Linearkombination am Ausgang hervor	Superposition: $\alpha x_a(t) + \beta x_b(t) \rightarrow \alpha y_a(t) + \beta y_b(t)$ $x(t) = 0 \rightarrow y(t) = 0$ RLC-Netzwerke (lin. DGL mit konst. Koeff.)
Zeitinvariant	Zeitliche Verschiebung des Eingangs ruft identische zeitliche Verschiebung am Ausgang hervor.	$x(t - t_v) \rightarrow y(t - t_v)$ RLC-Netzwerke
Kausal	Wert am Ausgang hängt von gegenwärtigen und/oder vergangenen Werten am Eingang ab.	$y(t) = f\{x(t - t_0)\}$ alle realen Systeme

Zeitbereich	$y(t) = h(t) * x(t)$
Frequenzbereich	$Y(\omega) = H(\omega) \cdot X(\omega)$



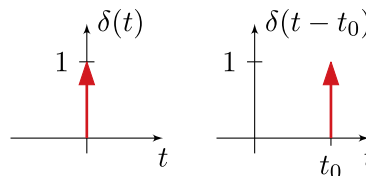
LTI-System kausal $\Rightarrow h(t) = 0$ für $t < 0$

4.1 Verzerrungsfreies LTI-System S.33

Ein LTI System ist verzerrungsfrei wenn $H(\omega) = k_a \cdot e^{-j\omega t_d}$ gilt. Der Amplitudengang muss konstant sein ($H(\omega) = k_a$) und der Phasengang eine lineare Funktion von f bzw. ω sein. Für kausale Systeme muss **Verzögerung** $t_d > 0$ sein und damit fällt der Phasengang mit steigender Frequenz linear ab: $\varphi(\omega) = -t_d \cdot \omega$

4.2 Dirac Impuls (Stösschen) S.30

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & t = 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$



Siebungseigenschaft von $\delta(t)$	$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) \cdot f(t) dt = f(t_0)$
Zusammenhang Einheitssprung $u(t)$ und $\delta(t)$	$\delta(t) = \frac{du(t)}{dt}$ bzw. $\int_{-\infty}^t \delta(\tau) d\tau = u(t)$

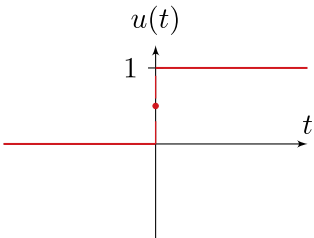
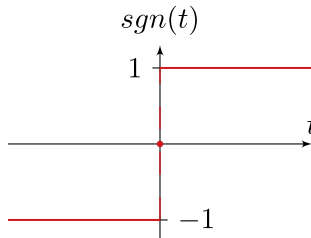
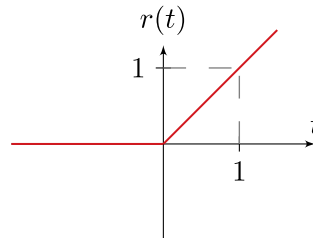
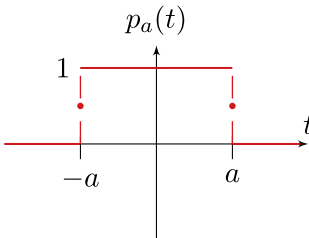
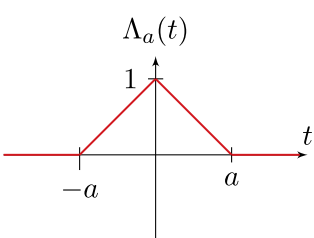
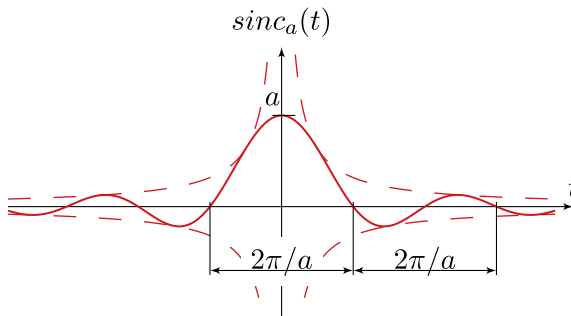
weitere Eigenschaften des Dirac-Impuls $\delta(t)$:

$\delta(t) = \delta(-t)$	gerade "Funktion"	$\delta(t - t_0) * f(t) = f(t - t_0)$	Faltung
$\delta(t - t_0) = \delta(-t + t_0)$	symmetrisch	$\delta(t - t_1) * \delta(t - t_2) = \delta(t - t_1 - t_2)$	Faltung
$\delta(at) = \frac{1}{ a } \delta(t)$	Skalierung	$\delta(t - t_0) f(t) = f(t_0) \delta(t - t_0)$	Abtastung
$\delta(\frac{t-t_0}{a}) = a \delta(t - t_0)$	Skalierung und Verschiebung	$\delta(t) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{\sin(\omega t)}{\pi t}$	Definition

4.3 Signalmanipulationen

	Spiegeln	Strecken um Faktor a	Stauchen um Faktor a	Verschieben um c	
				nach Rechts/oben	nach Links/unten
x-Achse (Abszisse)	$-f(x)$	$f\left(\frac{1}{a} \cdot x\right)$	$f(a \cdot x)$	$f(x - c)$	$f(x + c)$
y-Achse (Ordinate)	$f(-x)$	$a \cdot f(x)$	$\frac{1}{a} \cdot f(x)$	$f(x) + c$	$f(x) - c$

4.4 Grundlegende Funktionen S.30

Sprungfunktion  $u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{1}{2} & t = 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$	Signumfunktion  $\text{sgn}(t) = \begin{cases} -1 & t < 0 \\ 0 & t = 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$	Rampenfunktion  $r(t) = \begin{cases} 0 & t \leq 0 \\ t & t > 0 \end{cases}$	Rechteckimpuls  $p_a(t) = \begin{cases} 1 & t < a \\ \frac{1}{2} & t = a \\ 0 & t > a \end{cases}$
Dreieckimpuls  $\Lambda_a(t) = \begin{cases} 1 - \frac{ t }{a} & t < a \\ 0 & t \geq a \end{cases}$	Sincfunktion  $\text{sinc}_a(t) = \frac{\sin(at)}{t} \qquad \text{sinc}(at) = \frac{\sin(at)}{at}$		

4.5 Filtereigenschaften von LTI Systemen S.33

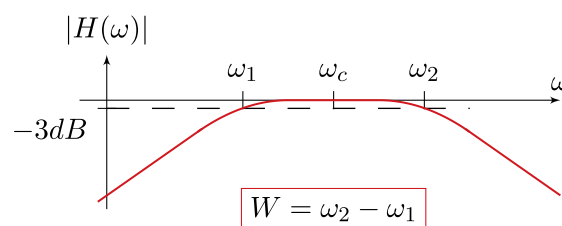
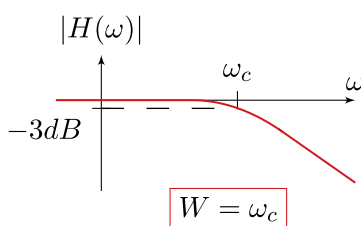
Tiefpass	Lowpass Filter	LPF
Hochpass	Highpass Filter	HPF
Bandpass	Bandpass Filter	BPF
Bandsperr	Bandstop Filter	BSF

Ideale Filter sind **akausal** und deshalb **nicht realisierbar**. Reale Filter stellen einen Kompromiss dar:

- Filterflankensteilheit
- Dämpfung im Sperrbereich
- Flachem Frequenzgang im Durchlassbereich
- Linearität des Phasengangs

4.5.1 Bandbreite

Die Bandbreite ist nur für **Tiefpass** und **Bandpassfilter** definiert. Bei realen Filtern wird üblicherweise die 3 dB **Eckfrequenz** angenommen, dabei erreicht die Amplitudendämpfung einen Wert von $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$



4.6 Quadraturfilter, Hilberttransformation S. 37

Der Quadraturfilter ist ein Allpassfilter, dieser lässt die Amplitude unverändert und dreht nur die Phase um eine viertel Periode $-\frac{\pi}{2}$. Es resultiert eine grosse Verzögerung für tieffrequente Anteile und eine kleine für hochfrequente Anteile.

$$H(\omega) = -j \cdot \operatorname{sgn}(\omega) = \begin{cases} e^{-j\pi/2} & \omega > 0 \\ e^{+j\pi/2} & \omega < 0 \end{cases}$$

$$h(t) = \frac{1}{\pi \cdot t}$$

5 Analoge Modulationsarten S. 39

Bei der Modulation wird ein Trägersignal (z.B. Sinus oder Rechtecksignal) von einem Nachrichtensignal $m(t)$ geformt. Das Nachrichtensignal soll von seinem Basisband in das Übertragungsband des Trägersignals gebracht werden.

Das **Basisband** bezeichnet den Ursprünglichen Frequenzbereich des Nachrichtensignals. Typischerweise von 0 Hz bis zur **Bandbreite** B_m . Das Übertragungsband liegt meist deutlich darüber. Im Übertragungsband handelt es sich üblicherweise um **Bandpasssignale**

Modulation Sinusträger

- Amplitudenmodulation (AM)
- Frequenzmodulation (FM)
- Phasenmodulation (PM)
- Hybride Verfahren (z.B. QAM)

Modulation Rechteckträger

- Pulsamplitudenmodulation (PAM) $x_{PAM}(t)$ mit $m(t)$ $A_c(t)$
- Pulsweitenmodulation (PWM) $x_{PWM}(t)$ mit $m(t)$ $\tau(t)$
- Pulspositionsmodulation (PPM) $x_{PPM}(t)$ mit $m(t)$ $\Delta T(t)$
- Pulsfrequenzmodulation (PFM) $x_{PFM}(t)$ mit $m(t)$ $f_p(t)$

5.1 Amplitudenmodulation (AM) S. 44

Bei der Amplitudenmodulation formt das Nachrichtensignal die Amplitude des Trägersignals (carrier).

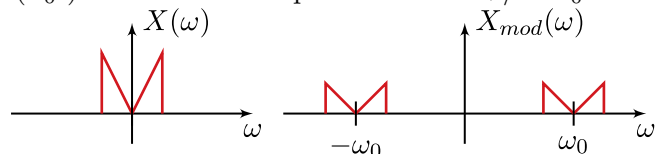
- | | | |
|---------------------------------------|------------------------------|--|
| • Trägersignal (carrier): | $A_c \cdot \cos(\omega_c t)$ | } $x_c(t) = m(t) \cdot A_c \cdot \cos(\omega_c t) = A_c(t) \cdot \cos(\omega_c t)$ |
| • Nachrichtensignal (message signal): | $m(t)$ | |
| oder normiert | $ m_n(t) < 1$ | |
| • Moduliertes Signal: | $A_c(t) \sim m(t)$ | |

→ **Euler:** $\sin(t) = \frac{1}{2j} \cdot (e^{jt} - e^{-jt}) \quad \cos(t) = \frac{1}{2} \cdot (e^{jt} + e^{-jt})$

5.1.1 Frequenzmischer, Frequenzmultiplex S. 46

Die Multiplikation des Signals $x(t)$ mit dem Träger $\cos(\omega_0 t)$ verschiebt das Spektrum nach $+/- \omega_0$.

$$x(t) \cdot \cos(\omega_0 t) \circ \bullet \frac{1}{2} X(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} X(\omega + \omega_0)$$

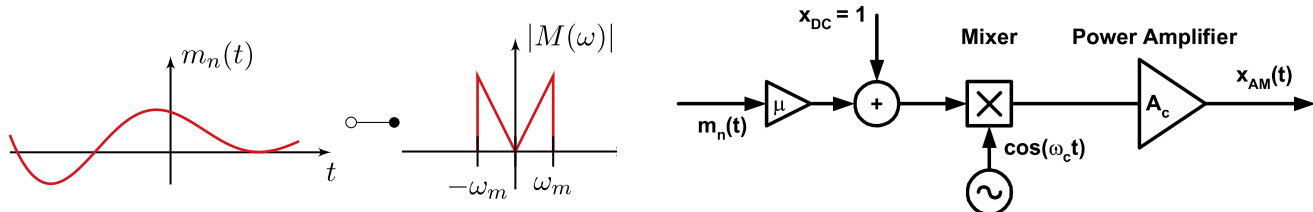


5.1.2 Gewöhnliche Amplitudenmodulation S. 44

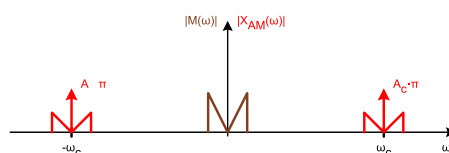
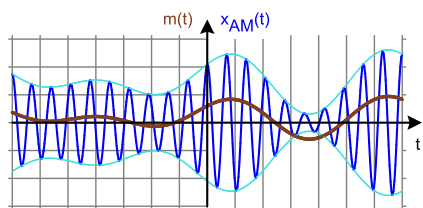
Bei der gewöhnlichen AM wird das Nachrichtensignal $m(t)$ mit einem DC offset angehoben um einen Nulldurchgang von $m(t)$ zu verhindern: $x_{AM}(t) = A_c \cdot (1 + \mu \cdot m_n(t)) \cdot \cos(\omega_c t)$ mit $|m(t)| \leq 1$ und Modulationsgrad μ

Aufgrund des DC-Anteils ist die gewöhnliche AM nicht linear und nicht zeitinvariant!

5.1.2.1 Modulation



$$x_{AM}(t) = (1 + \mu \cdot m_n(t)) \cdot A_c \cdot \cos(\omega_c t) \quad \circ \bullet \quad X_{AM}(\omega) = \frac{\mu A_c}{2} (M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)) + \pi A_c [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)]$$



DC-Anteil: bewirkt, dass Carrier im Frequenzbereich nicht verschwindet

Modulationsindex μ : $0 < \mu < 1$

$\mu > 1 \rightarrow$ Übermodulation

$$\mu = \frac{\max |x_{AM}| - \min |x_{AM}|}{\max |x_{AM}| + \min |x_{AM}|}$$

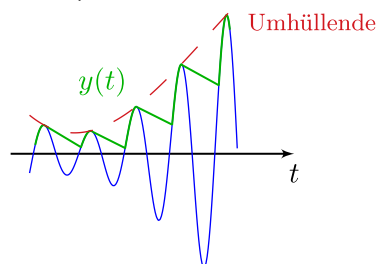
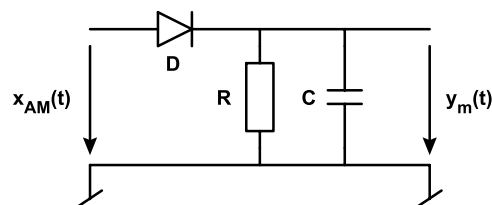
5.1.2.2 Demodulation

- Hüllkurvendetektor (Envelope Detector) S.45
- Kohärente Produktdemodulation (siehe DSB-SC)

Bedingungen für Envelop-Demodulation

- Umhüllende darf **nicht unter Null** fallen
- Modulationsindex $0 < \mu < 1$, bei Übermodulation fällt Umhüllende unter Null
- optimale Zeitkonstante des Hüllkurvendetektors $B_m < \frac{1}{RC} \ll f_c$ mit B_m : Bandbreite von $m(t)$

Envelope Detector



5.1.2.3 Äquivalente Basisbanddarstellung der gewöhnlichen AM S. 47

Vereinfacht gesagt wird die **Schwingung des Trägers einfach weggelassen**, die Amplitude A_c aber nicht.

Für Cosinusträger resultiert:

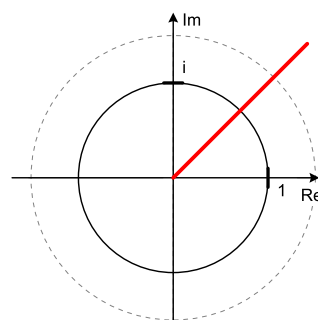
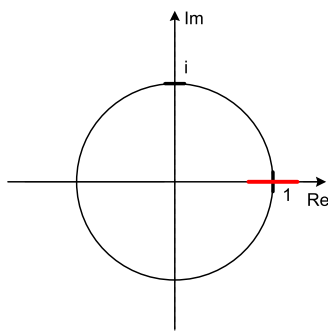
$$x_{eq}(t) = A_c \cdot (1 + \mu m_n(t))$$

In Abbildung rechts: $A_c = 1$, $\mu = 25\%$
(Länge des roten Strichs geht von 0.75 bis 1.25)

Für Sinusträger muss wegen Euler noch ein $-j$ beibehalten werden!

$$x_{eq}(t) = -j \cdot A_c \cdot (1 + \mu m_n(t))$$

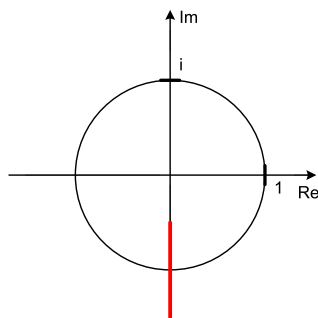
$A_c = 1$, $\mu = 50\%$ (Länge des roten Strichs geht von 0.50j bis 1.5j)



Cosinusträger mit Phasenverschobenem Trägersignal

$$x_{eq}(t) = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot A_c \cdot (1 + \mu m_n(t))$$

$A_c = 1$
 $\mu = 100\%$



5.1.2.4 Leistungseffizienz der gewöhnlichen AM S. 49

Unter der Effizienz η der gewöhnlichen AM versteht man das Verhältnis von Signalleistung P_s der **beiden Seitenbänder** zur Gesamtleistung P_t des AM-Signals.

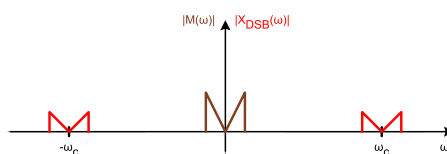
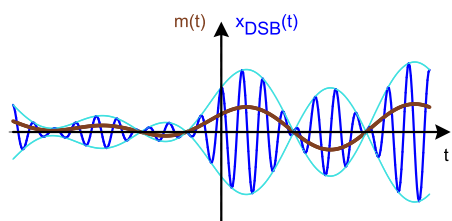
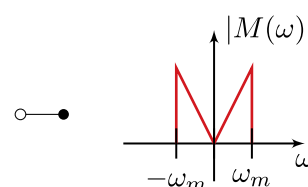
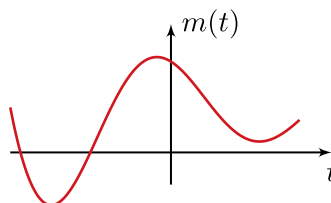
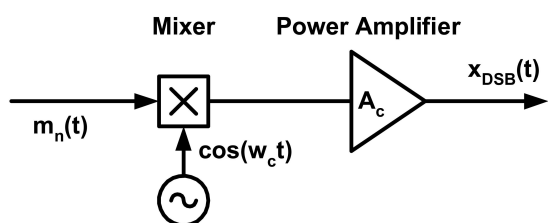
$$P_c = \frac{A_c^2}{2} \quad \text{und} \quad P_t = \frac{A_c^2}{2} + \frac{A_c^2 \mu^2 P_m}{2} \rightarrow \eta = \frac{P_s}{P_t} = \frac{P_t - P_c}{P_t} = \frac{\mu^2 P_m}{1 + \mu^2 P_m} = \frac{(\frac{\mu}{C})^2}{1 + (\frac{\mu}{C})^2} = \frac{\mu^2 \cdot m_{rms}^2}{1 + \mu^2 \cdot m_{rms}^2}$$

Die maximal mögliche Effizienz ($\mu = 100\%$) beträgt 33 %. Bei $\mu = 50\%$ sind noch 11.1 % möglich.

5.1.3 DSB-SC - Zweiseitenbandamplitudenmodulation ohne Träger S. 51

Double-Sideband Suppressed-Carrier Modulation

5.1.3.1 Modulation



Bandbreite:

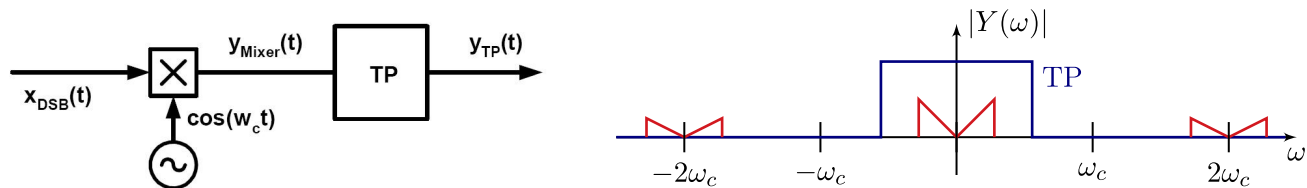
$$X(\omega) = 2 \cdot \text{Bandbreite } M(\omega)$$

Amplitude:

$$1/2 \text{ Amplitude } M(\omega) \\ (\text{wenn } A_c = 1)$$

DSB-SC ist linear, aber nicht zeitinvariant! Trotzdem wird AM oft als lineare Modulation bezeichnet. Weil bei DSB-C und gewöhnlicher AM das Spektrum nur verschoben wird.

5.1.3.2 Demodulation S. 53



$$\begin{aligned}
 y_{Mixer}(t) &= x_{DSB}(t) \cdot \cos(\omega_c t) & \circ \bullet & Y_{Mixer}(\omega) = \frac{A_c}{2} \cdot M(\omega) + \frac{A_c}{4} \cdot [M(\omega - 2\omega_c) + M(\omega + 2\omega_c)] \\
 y_{TP}(t) &= T_{TP}[y_{Mixer}(t)] & \circ \bullet & Y_{TP}(\omega) = \frac{A_c}{2} \cdot M(\omega)
 \end{aligned}$$

Das DSB-Signal wird mit einem sogenannten **synchronen Demodulator** oder **kohärenten Demodulator** zurückgewonnen. Weicht die **Frequenz** oder die **Phase** des demodulierten, lokalen Trägers von dem, des ursprünglichen Trägers ab, so ergibt sich eine **Abschwächung im demodulierten Signal**.

Auswirkungen einer Phasenabweichung um φ :

$$y_{TP}(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(-\varphi) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(\varphi)$$

Auswirkungen einer Frequenzabweichung um $\Delta\omega$:

$$y_{TP}(t) = \frac{A_c}{2} m(t) \cos(\Delta\omega t)$$

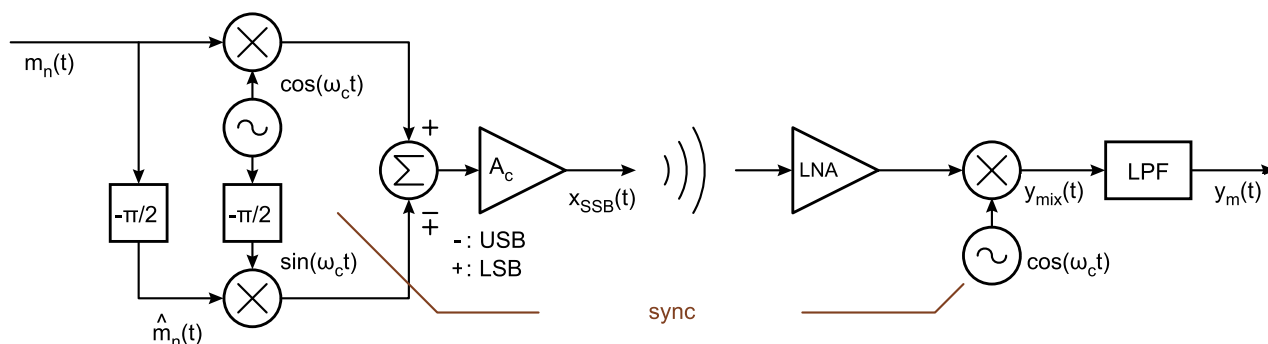
5.1.4 Einseitenbandamplitudenmodulation (SSB) S. 53

Bei der SSB Modulation wird **nur ein Seitenband übertragen**. Die Implementierung gegenüber gewöhnlicher AM und DSB ist komplexer.

5.1.4.1 Modulation - Filtermethode S. 54

Mit einem Bandpassfilter kann entweder das USB (upper side band) oder das LSB (lower side band) unterdrückt werden um ein Einseitenband-Signal zu erhalten. Allerdings stellt dies **hohe Anforderungen an die Flankensteilheit** des Filters.

5.1.4.2 Modulation - Phasenmethode



SSB (upper side-band)

$$|M(\omega)| \quad |x_{SSB}(\omega)|$$



SSB (lower side-band)

$$|M(\omega)| \quad |x_{SSB}(\omega)|$$

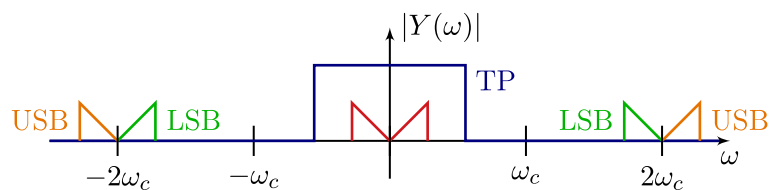


$$x_{SSB}(t) = m(t) \cdot \cos(\omega_c t) \mp \hat{m}(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad \circ \bullet \quad M_{\pm}(\omega - \omega_c) + M_{\mp}(\omega + \omega_c)$$

$m(t)$	$\circ \bullet$	$M(\omega)$
$\hat{m}(t)$	$\circ \bullet$	$-j \operatorname{sgn}(\omega) \cdot M(\omega) = -j M_+(\omega) + j M_-(\omega)$
$m(t) \cdot \cos(\omega_c t)$	$\circ \bullet$	$\frac{1}{2} [M(\omega - \omega_c) + M(\omega + \omega_c)]$
$\hat{m}(t) \cdot \sin(\omega_c t)$	$\circ \bullet$	$\frac{1}{2j} (-j) [M_+(\omega - \omega_c) - M_+(\omega + \omega_c)] + \frac{1}{2j} (j) [M_-(\omega - \omega_c) - M_-(\omega + \omega_c)]$ $= \frac{1}{2} [-M_+(\omega - \omega_c) + M_-(\omega - \omega_c) + M_+(\omega + \omega_c) - M_-(\omega + \omega_c)]$
$x_{USB}(t)$	$\circ \bullet$	$M_+(\omega - \omega_c) + M_-(\omega + \omega_c)$
$x_{LSB}(t)$	$\circ \bullet$	$M_-(\omega - \omega_c) + M_+(\omega + \omega_c)$

5.1.4.3 Demodulation S. 56

Kohärente Demodulation ist erforderlich!



$$y_{Mixer}(t) = x_{SSB}(t) \cdot \cos(\omega_c t) \quad \circ \bullet \quad Y_{Mixer}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot M(\omega) + \frac{1}{2} \cdot [M_{\pm}(\omega - 2\omega_c) + M_{\mp}(\omega + 2\omega_c)]$$

$$y_{TP}(t) = T_{TP}[y_{Mixer}(t)] \quad \circ \bullet \quad Y_{TP}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot M(\omega)$$

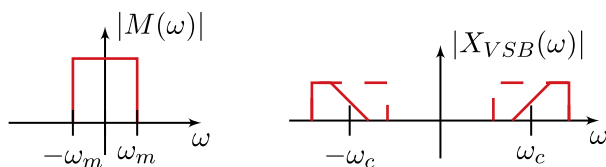
5.1.5 Restseitenband-Amplitudenmodulation (VSB) S. 57

Siehe auch Folie 23 NaT1_3c; Restseitenband-AM ist ein Kompromiss zwischen:

- Bandbreiteneffizienz von SSB (1.25 x Bandbreite von SSB)
- Einfacher technischer Realisierung von DSB (keine extremen Anforderungen an Filtersteilheit)

5.1.5.1 Modulation

- Entweder Upper (USB) oder Lower (LSB) wird auf Restseitenband reduziert.
- $X_{VSB}(\omega)$ hat 1.25 x Bandbreite und die halbe Amplitude des Basisbandsignales $M(\omega)$



Filtermethode

- Filter dämpft eines der Seitenbänder zum Restseitenband.
- Filterkurve mit folgende Bedingung erfüllen:

$$H(\omega + \omega_c) + H(\omega - \omega_c) = \text{konstant} \quad \text{für } |\omega| < \omega_m$$

5.1.5.2 Demodulation

Kohärente Demodulation ist erforderlich!

Demodulation erfolgt gleich wie bei SSB-AM

5.1.6 Quadraturamplitudenmodulation (QAM) S. 58

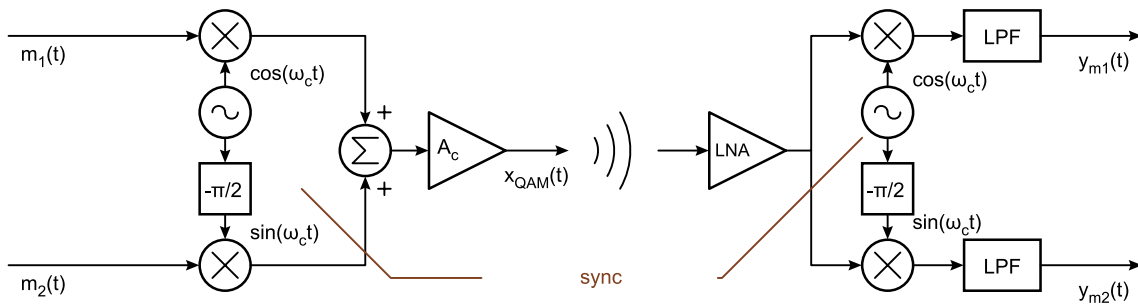
Gleichzeitige Übertragung von zwei Basisbandsignalen im gleichen Frequenzband aber mit zwei orthogonalen Trägersignalen $\cos(\omega_c t)$ und $\sin(\omega_c t)$.

Vorteil: ebenso hohe Bandbreiteneffizienz wie SSB-AM

Nachteil: technisch aufwändiger als DSB-AM

5.1.6.1 Modulation und Demodulation S. 59

Quadrature Amplitude Modulation System



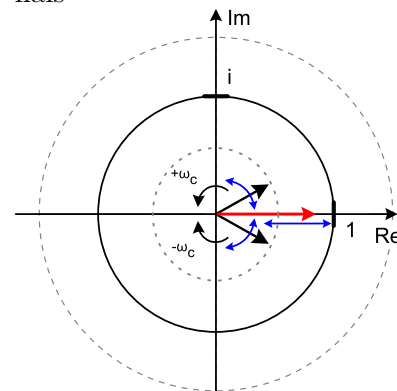
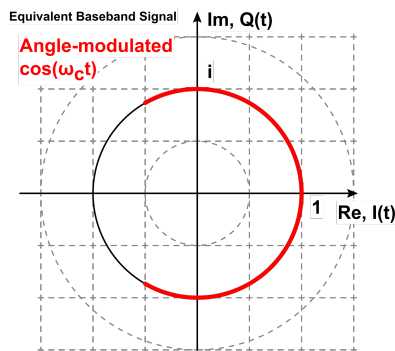
$B_{QAM} = 2 \cdot \max(B_{m1}, B_{m2}) \rightarrow$ gleich wie DSB; Wenn m_1 die Hilberttrafo von m_2 ist, dann Bandbreite wie SSB
 $B_{SSB} = B_m$

5.2 Winkelmodulation (FM/PM) S. 60

Besser Störfestigkeit aber grösserer Bandbreitenbedarf als AM.

Äquivalente Basisbanddarstellung der Grosshubwinkelmodulation

Zeigerdiagramm des winkelmodulierten Trägersignals



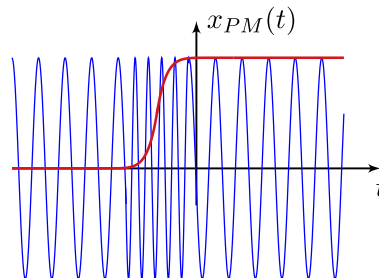
Phasenmodulation PM

$m(t) \sim$ Phasenabweichung zum Referenzträgersignal

$$x_{PM}(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + k_p m(t))$$

k_p = Phasenhubkonstante [rad]

$$k_p = 2\pi \cdot \frac{t_{delay,max}}{T_c}$$



Momentane Phasenabweichung

$$\varphi(t) = k_p \cdot m(t)$$

Momentane Frequenzabweichung

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = k_p \cdot \frac{dm(t)}{dt}$$

Momentane Frequenz

$$\omega_i(t) = \omega_c + \frac{d\varphi(t)}{dt}$$

Maximale Frequenzabweichung (z.B. bei Jitter)

$$\Delta\omega = \max\left(\frac{d\varphi(t)}{dt}\right)$$

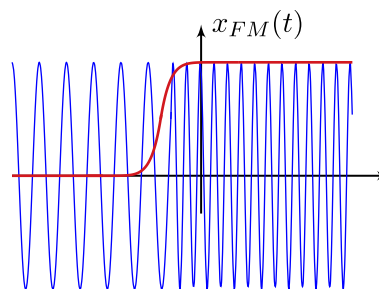
Frequenzmodulation FM

$m(t) \sim$ Frequenzabweichung zum Referenzträgersignal

$$x_{FM}(t) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + k_F \int m(\tau) d\tau)$$

k_F = Frequenzhubkonstante [rad/s]

$$\frac{A_{k_F} \cdot mpk}{\omega_m} = \varphi_{peak}(t) \cdot \frac{2\pi}{360}$$



Momentane Phasenabweichung

$$\varphi(t) = k_F \int m(\tau) d\tau$$

Momentane Frequenzabweichung

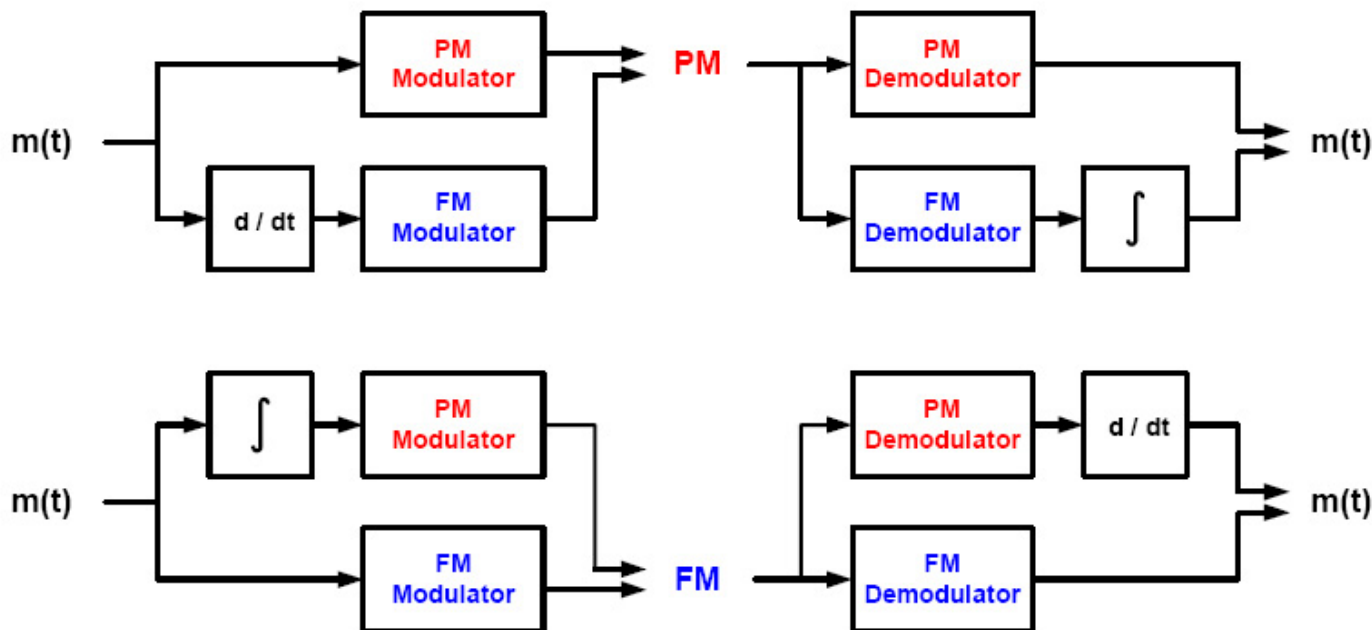
$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = k_F \cdot m(t)$$

Momentane Frequenz

$$\omega_i(t) = \omega_c + k_F \cdot m(t)$$

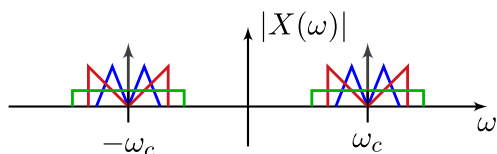
5.2.1 Äquivalenz PM und FM

PM und FM können äquivalent realisiert werden (mit zusätzlichem Integrator oder Differenziator)



5.2.2 Spektrum der Winkelmodulation S. 62

$$\begin{aligned}
 x_{PM/FM}(t) &= A_c \cdot \text{Re} [e^{j(\omega_c t + \varphi(t))}] = A_c \cdot \text{Re} [e^{j\omega_c t} \cdot e^{j\varphi(t)}] \\
 &= A_c \cdot \text{Re} \left[e^{j\omega_c t} \cdot \left(1 + j\varphi(t) - \frac{\varphi^2(t)}{2!} - j\frac{\varphi^3(t)}{3!} + \dots + j^n \frac{\varphi^n(t)}{n!} \right) \right] \\
 &= A_c \cdot \left[\cos(\omega_c t) - \varphi(t) \sin(\omega_c t) - \frac{\varphi^2(t)}{2!} \cos(\omega_c t) + \frac{\varphi^3(t)}{3!} \sin(\omega_c t) + \dots \right]
 \end{aligned}$$



- Trägeranteil von $A_c \cdot \cos(\omega_c t)$ bei ω_c
- Weitere Spektralanteile von $\varphi^n(t)$ um ω_c herum gruppiert
- PM/FM sind nicht-lineare, d.h. exponentielle Modulation

5.2.3 Kleinhub Winkelmodulation S. 62

Kleinhubmodulation funktioniert in der Praxis bei ca: $|\varphi(t)| < 0.2 \text{ rad}$ bzw. 10 bis 12 Grad.

Dann gilt: $x_{NB\phi M}(t) \approx A_c \cdot \cos(\omega_c t) - A_c \cdot (\varphi(t) \cdot \sin(\omega_c t))$

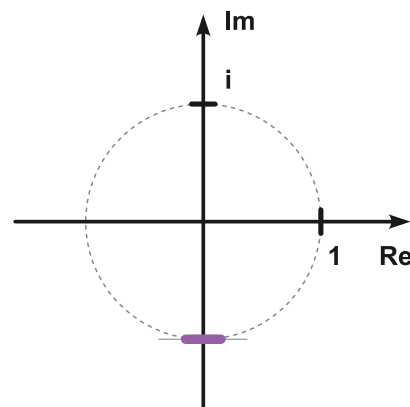
Demodulation: mit kohärentem Produktdetektor

$\rightarrow x_{NB-PM/FM}(t) \cdot (-\sin(\omega_c t))$

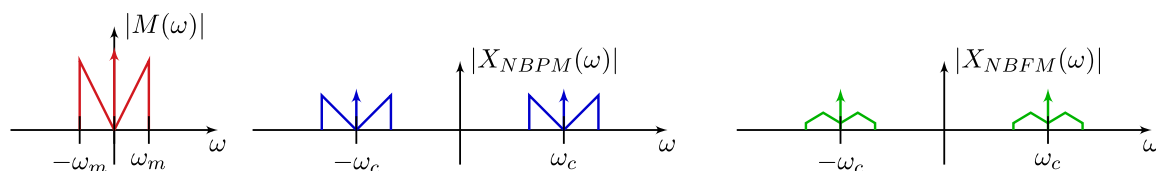
Bild rechts: äquivalente Basisbanddarstellung des Signals

$x_{NB-PM}(t) = 0.05 \cdot \sin(2\pi \cdot 200t) + 1 \cdot \sin(2\pi \cdot 1000t)$

Wobei nur spannend ist, dass die Signalamplitude im Vergleich zur Trägeramplitude sehr klein ist und der Träger eine Sinusschwingung ist (siehe Formeln zu Beginn des Kapitels)



5.2.3.1 Spektrum S. 62



$$X_{NBPM}(\omega) = A_c \pi \cdot [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + j \frac{A_c k_P}{2} \cdot [M(\omega - \omega_c) - M(\omega + \omega_c)]$$

$$X_{NBFM}(\omega) = A_c \pi \cdot [\delta(\omega - \omega_c) + \delta(\omega + \omega_c)] + \frac{A_c k_F}{2 \cdot (\omega - \omega_c)} \cdot [M(\omega - \omega_c) - M(\omega + \omega_c)]$$

Vergleich AM und NP-PM: Qualitativ gilt für die Amplitudenspektren $|X_{AM}(\omega)| = |X_{NBPM}(\omega)|$

5.2.4 Grosshub Winkelmodulation S. 63

WideBand Angle Modulation, siehe auch Skript Seite 67 $|\varphi(t)| > 1$

- nicht lineare Terme von $\varphi(t)$ nicht mehr vernachlässigbar
- analytische Bestimmung des Spektrums nur noch für Eintonssignale durchführbar
- Überlagerungssatz nicht mehr gültig
- $x_{FM/PM}$ ist zu $m(t)$ stark nicht linear
- im Frequenzspektrum treten $\sim m(t)$ Anteile auf

	Phasenmodulation (PM)	Winkelmodulation (FM)
Eintonsignal:	$m_{PM}(t) = A_m \cdot \sin(\omega_m t)$	$m_{FM}(t) = A_m \cdot \cos(\omega_m t)$
	$\varphi(t) = \underbrace{k_P \cdot A_m}_{\beta_P} \cdot \sin(\omega_m t)$	$\varphi(t) = \underbrace{\frac{k_F \cdot A_m}{\omega_m}}_{\beta_F} \cdot \sin(\omega_m t)$

Modulationsindex:

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\omega_m}$$

Ist nur für Eintonssignale
Definiert!

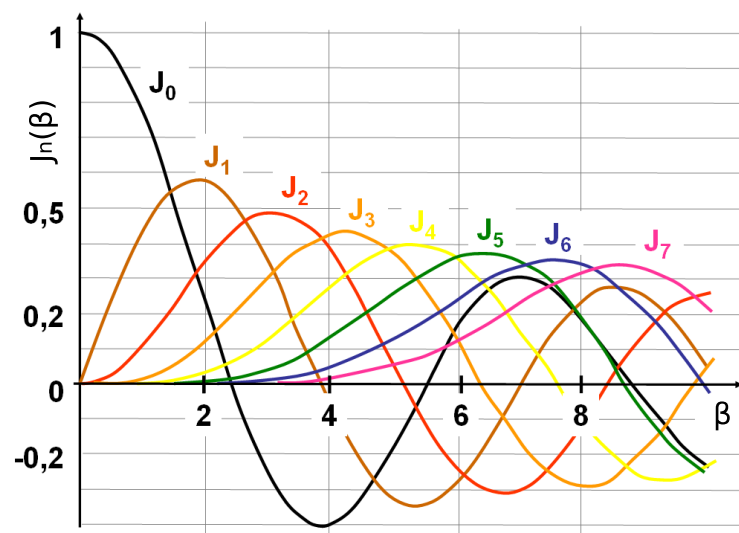
$$\Delta T = \frac{1}{f_c} \cdot \frac{\beta}{2\pi}$$

„Periodendauer mal
normalisierten Winkel“

5.2.5 Spektrum Einton-Winkelmodulation S. 64

$$x_{ST} = A_c \cdot \Re(e^{j(\omega_c t + \varphi(t))}) = A_c \cdot \cos(\omega_c t + \beta \cdot \sin(\omega_m t)) = A_c \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot \cos((\omega_c + n \cdot \omega_m)t)$$

mit $\varphi(t)$ als Nachrichtensignal gemäss Phasen- oder Winkelmodulation (siehe Tabelle oben) und $J_n(\beta)$: Bessel Funktion erster Art und n-ter Ordnung



Eigenschaften:

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n \cdot J_n(\beta)$$

$$J_{n-1}(\beta) + J_{n+1}(\beta) = \frac{2n}{\beta} \cdot J_n(\beta)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$$

$$\beta_n = \Delta T \cdot 2\pi \cdot n \cdot f_c$$

ΔT : Zeitverzögerung bezogen auf
Grundschiwingung (f_c)

n : n-te Harmonische

Tabelle Skript S. 66 bzw. 258 ff.

5.2.6 Bandbreite Einton-Winkelmodulation S. 67

Theoretisch unendliche Bandbreite

Praktisch approximation nach Carson: $B_{ST} = 2 \cdot (\Delta f + f_m) = 2 \cdot (\beta + 1) \cdot \frac{\omega_m}{2\pi}$ (min. 98 % der Signalleistung)

Bandbreite B	Eintonphasenmodulation	Eintonwinkelmodulation
$W = 2\pi \cdot B$ $= 2 \cdot (\beta + 1) \cdot \omega_m$ $[W] = [rad/s]; [B] = Hz$	$W_{PM} = 2 \cdot (k_P \cdot A_m + 1) \cdot \omega_m$	$W_{FM} = 2 \cdot (k_F \cdot A_m + \omega_m)$
	$B_{PM} \sim k_P$ $B_{PM} \sim A_m$ $B_{PM} \sim \omega_m$	$B_{FM} \sim k_F$ $B_{FM} \sim A_m$ Kleinhub-FM ($\Delta\omega = k_F \cdot A_m \ll \omega_m$): $W \sim \omega_m$ Grosshub-FM ($\Delta\omega = k_F \cdot A_m \gg \omega_m$): $W \approx \omega_m$

5.2.7 Bandbreite für beliebige $m(t)$ S. 67

$$W_{PM/FM} = 2 \cdot (D + 1) \cdot W_m = 2 \cdot (\Delta\omega + W_m)$$

Hubverhältnis: $D = \frac{\Delta\omega}{W_m}$

Maximaler Frequenzhub: $\Delta\omega$ [rad/s]

Bandbreite von $m(t)$: $W_m = 2\pi B_m$ [rad/s]

Kleinhub ($D \ll 1$ bzw. $\Delta\omega \ll W_m$)

$$W_{PM/FM} = 2 \cdot W_m$$

Grosshub ($D \gg 1$ bzw. $\Delta\omega \gg W_m$)

$$W_{PM} = 2 \cdot \Delta\omega \sim W_m$$

$$W_{FM} = 2 \cdot \Delta\omega (= \text{konst.})$$

5.2.8 Realisierung

Indirekte Grosshub Winkelmodulation:

1. Kleinhub Modulator:

$$x_{NBPM} = \cos(\omega_c t + k_p \cdot m(t)) \quad \text{wobei } k_p \cdot m(t) \ll 1$$

2. Frequenzmultiplikation um Faktor n :

$$x_{WBPM} = \cos(n \cdot \omega_c t + n \cdot k_p \cdot m(t)) \quad \text{wobei } n \cdot k_p \cdot m(t) \gg 1$$

3. Mixer:

Trägersignal zu ω_c schreiben (Multiplikation mit n kompensieren) ohne das Multiplikation mit der Phase $n \cdot k_p \cdot m(t)$ verändert wird.

4. Loop:

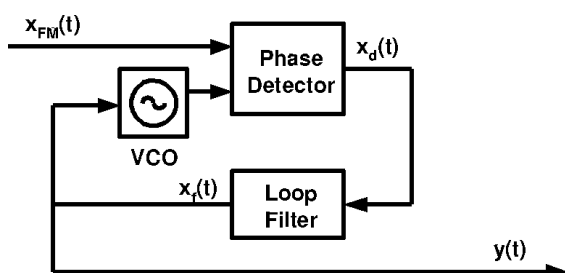
Eventuell Punkt 2 und 3 mehrmals wiederholen, wenn Verstärkung n (bzw. $n^2, n^3, \dots$) noch zu klein ist.

Direkte Grosshub Winkelmodulation:

- Veränderung der Oszillatorfrequenz mit Hilfe einer Steuerspannung (Voltage Controlled Oszillator, VCO)
 $\rightarrow$ Steuerspannung $\sim m(t)$

5.2.9 Demodulation

5.2.9.1 Phase Locked Loop (PLL)



Der Phase-Detector ermittelt die Phasendifferenz zwischen dem Oszillator und dem FM-Signal und regelt die Frequenz des Oszillator so, dass die beiden Phasen übereinstimmen. Damit entspricht die Regelspannung gerade dem gesendeten Nachrichtensignal.

$$\text{PM: } x_f(t) \sim m'(t)$$

$$\text{FM: } x_f(t) \sim m(t)$$

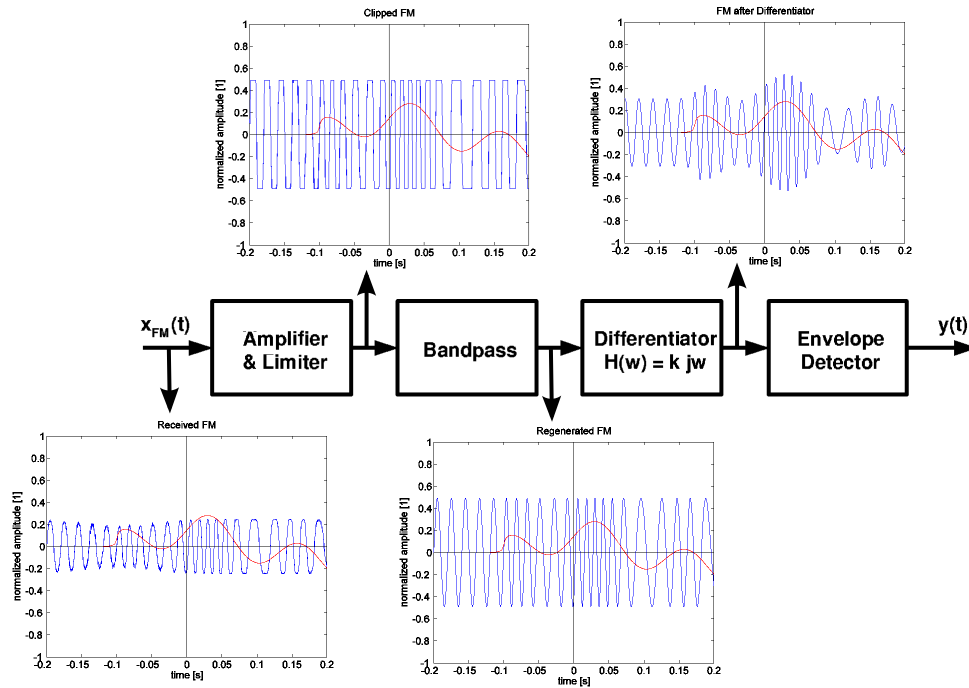
5.2.9.2 Frequenz-Diskriminator

Die Amplitude des Ausgangssignals eines Frequenz-Diskriminators ist proportional zur Momentanfrequenz des Eingangssignals. $\rightarrow y_d(t) = k_d \cdot \varphi'(t)$

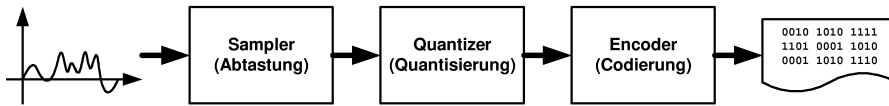
PM: $y_d(t) = k_d \cdot k_p \cdot m'(t)$

FM: $y_d(t) = k_d \cdot k_f \cdot m(t)$

5.2.10 FM Empfänger S. 68



6 Digitalisierung von Signalen S. 71



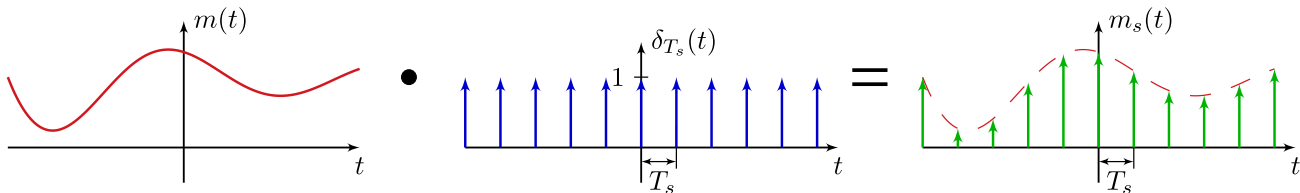
- Zeitdiskretisierung, endliche Anzahl von Werten pro Zeit
- störungsfreie Übertragung
- Codierung (z.B. Fehlerkorrektur oder Verschlüsselung)

- Quantisierung, endliche Anzahl an Amplitudenwerten (Bits)
- neue Möglichkeiten für Signalverarbeitung
- Speicherung auf einheitlichen Medien

6.1 Abtastung S. 73

6.1.1 Ideale Abtastung S.75

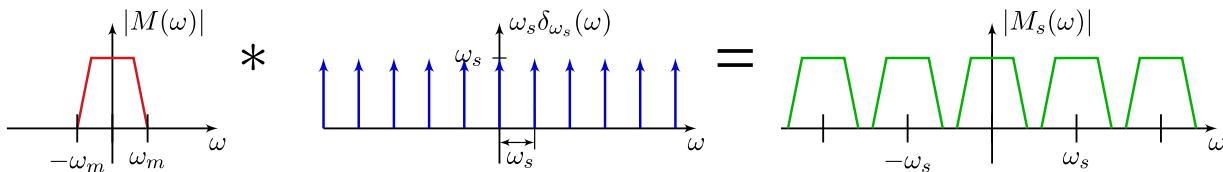
Im Zeitbereich:



$$\begin{aligned}
 m_s(t) &= m(t) \cdot \delta_{T_s}(t) \\
 &= m(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } \delta_{T_s}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_s)$$

Im Frequenzbereich:



$$\begin{aligned}
 M_s(\omega) &= \frac{1}{2\pi} M(\omega) * (\omega_s \cdot \delta_{\omega_s}(\omega)) \\
 &= \frac{1}{2\pi} M(\omega) * (\omega_s \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)) \\
 &= \frac{\omega_s}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega) * \delta(\omega - n\omega_s) \\
 &= \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s)
 \end{aligned}$$

$$\text{mit } \omega_s \cdot \delta_{\omega_s}(\omega) = \omega_s \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s)$$

6.1.2 Rekonstruktion mit Tiefpass S. 78

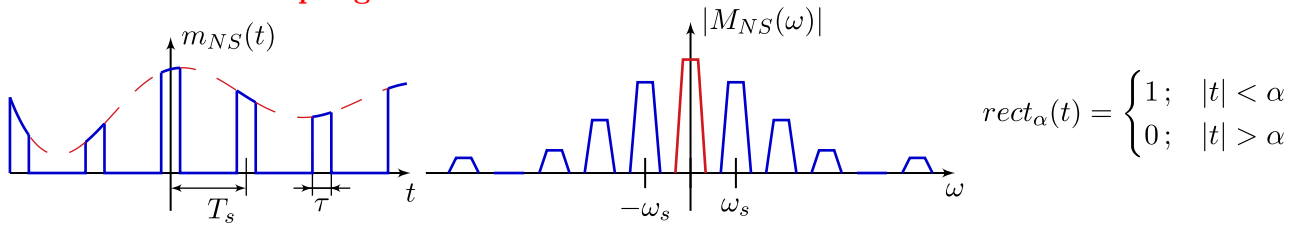
$$\begin{aligned}
 H_{TP}(\omega) &\bullet \text{---} \circ h_{TP}(t) \\
 T_s \text{rect}_{\omega_c}(\omega) &\bullet \text{---} \circ \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t}
 \end{aligned}$$

$$\text{Eckfrequenz: } f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2T_s}$$

$$\text{Verstärkungsfaktor: } k = T_s$$

$$\begin{aligned}
 m(t) &= m_s(t) * h_{TP}(t) \\
 &= \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s) \cdot \delta(t - nT_s) \right) * \frac{\sin(\omega_c t)}{\omega_c t} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s) \cdot \frac{\sin(\omega_c(t - nT_s))}{\omega_c(t - nT_s)}
 \end{aligned}$$

6.1.3 Natural Sampling S. 73



$$m_{NS}(t) = m(t) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}_{\tau/2}(t - nT_s)$$

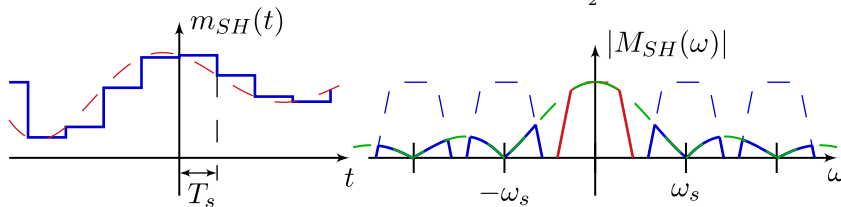
$$M_{NS}(\omega) = M(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \cdot \delta(\omega - n\omega_s)$$

mit $c_n = \frac{\tau}{T_s} \cdot \frac{\sin(n\omega_s(\tau/2))}{n\omega_s(\tau/2)}$

Rekonstruktion: Bei der Rekonstruktion muss das Signal nach dem Tiefpass noch mit dem Faktor $\frac{T_s}{\tau}$ multipliziert werden, um die Dämpfung wieder aufzuheben.

6.1.4 Sample & Hold (ZOH), Flat-Top Sampling S. 78

ZOH $\rightarrow$ Zero Order Hold. $H_{ZOH}(\omega) = \tau \cdot \frac{\sin(\frac{\tau\omega}{2})}{\frac{\tau\omega}{2}}$, $\tau \leq T_s$



$$m_{SH}(t) = m_s(t) * \text{rect}_{T_s/2}(t)$$

$$M_{SH}(\omega) = M_s(\omega) \cdot T_s \cdot \frac{\sin(\frac{T_s}{2}\omega)}{\frac{T_s}{2}\omega}$$

6.1.5 Nyquist-Shannon Abtasttheorem S. 76

- Nachrichtensignal muss auf eine Bandbreite begrenzt sein $|M(\omega)| \approx 0$ für $\omega > 2\pi B_m$ (Aliasing S. 77)
- im Basisband darf es keine Überlappungen von Teilspektren geben, d.h. f_s muss die Spektralanteile genügend weit vom ursprünglichen Spektrum wegschieben.

Abtasttheorem für Basisbandsignale: $f_s > 2 \cdot B_m$

Nyquistrate: $f_{sN} = 2B_m$
 Nyquistfrequenz: $f_N = \frac{f_s}{2}$
 Nyquistintervall: $T_N = \frac{1}{2B_m}$

Samplingfrequenz: $[f_s] = Hz$
 Nachrichtenfrequenz: $[f_m] = Hz$
 Nachrichtenbandbreite: $[B_m] = Hz$

6.1.5.1 Abtasttheroem für Bandpasssignale S. 76 (Subsampling)

Für **Bandpasssignale** kann die Samplingrate teilweise tiefer gewählt werden (als das Abtasttheorem vorschreibt), ohne dass dies zu Überlappungen in wiederholten Spektrum führt.

Rekonstruktion mit geeignetem Filter und evtl. noch einem Mixer, der es zur Mittenfrequenz f_c zurückschiebt.

Bandpass Sampling Theorem:

$$\frac{2f_u}{n} \leq f_s \leq \frac{2f_l}{n-1} \quad 1 \leq n \leq \frac{f_u}{f_u - f_l}$$

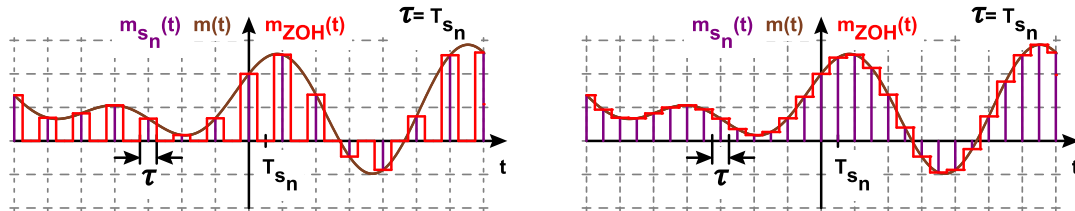
f_u : Höchster Frequenzanteil des Bandpasssignals
 f_l : Tiefster Frequenzanteil des Bandpasssignals
 f_s : Samplingfrequenz
 $n \in \mathbb{N}_0$: Subsampling-Faktor

6.1.5.2 Interpolation im digitalen Bereich S. 80 (Oversampling)

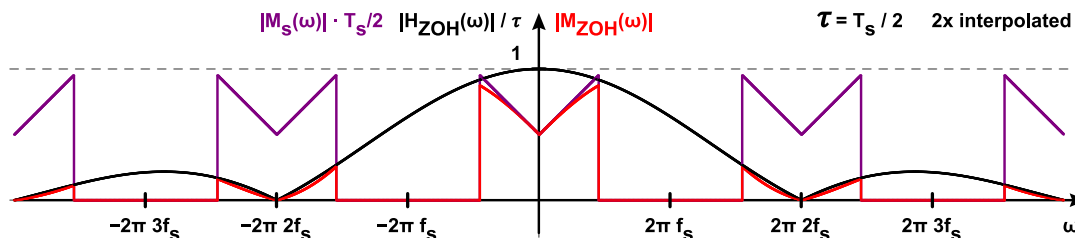
Bei Oversampling werden auf **digitaler Seite Zwischenwerte berechnet** (Interpolation) um mehr Samples zu generieren vor der D/A Wandlung. Das führt dazu, dass das **Basisband erweitert** wird (also die Blöcke im Amplitudendichtespektrum auseinandergeschoben werden, vgl Abbildung unten und "ideale Abtastung").

Berechnung der Zwischenwerte: $m(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_0) \frac{\sin(\omega_c(t-nT_0))}{\omega_c(t-nT_0)}$ mit $\omega_c = \frac{\omega_s}{2}$

Vorteile: TP-Filter kann einfacher realisiert werden (**weniger Steilheit** erforderlich), Signal wird originalgetreuer rekonstruiert; Amplitudengang des ZOH kann digital kompensiert werden.



Zweifach interpoliertes Zero-Order Hold Signal, vor und nach dem digitalen Tiefpassfilter



Zweifach interpoliertes Zero-Order Hold Signal im Frequenzbereich

6.2 Quantisierung S. 81

Nach dem Sampling liegen die zeitdiskreten Abtastwerte noch immer **amplitudenkontinuierlich** vor!

6.2.1 Gleichförmige Quantisierung S.82

Skalierung von $m(t)$:	$ m_n(t) < 1$	Wortlänge der Samples:	n Bits
Quantisierungsintervalle:	$L = 2^n$	Intervallbreite:	$\Delta = 2/L = 2^{-(n-1)}$

6.2.1.1 Quantisierungsrauschen

Fehlersignal $q_e(nT)$: Abweichung vom effektiven Wert zum quantisierten Wert. Char. von weissem Rauschen $\rightarrow$ gleichverteilt im Intervall $-\Delta/2 \dots \Delta/2$

Maximaler Fehler: $-\Delta/2 < q_e(nT_s) < \Delta/2$

$$P_{q_e} = N = \frac{1}{\Delta} \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} q_e^2 dq_e = \frac{\Delta^2}{12}$$

6.2.1.2 SNR Signal-Rausch Verhältnis S. 82

- Signal wird maximal ausgesteuert mit $|m(t)|_{max} = 1$
- $|m(t)|$ ist über Intervall $[-1 \dots 1]$ gleichverteilt

$$SNR_q = \frac{S}{N_q} = \frac{m_{RMS}^2}{\frac{\Delta^2}{12}} = \frac{P_m}{P_{q_e}} = \frac{(\frac{1}{\sqrt{2}})^2}{\frac{(\frac{1}{2^{n-1}})^2}{12}} = \frac{3}{C^2} \cdot 2^{2n}$$

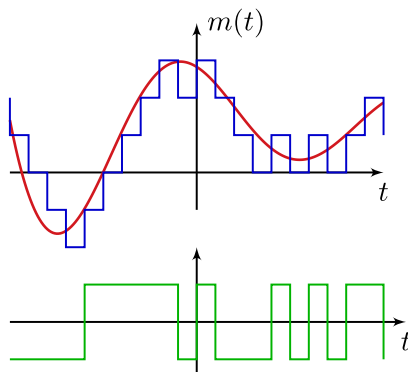
$$SNR_{q,dB} = n \cdot 6.02 \text{ dB} + 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{3}{C^2}\right) \text{ dB}$$

6.2.2 Ungleichförmige Quantisierung S. 83

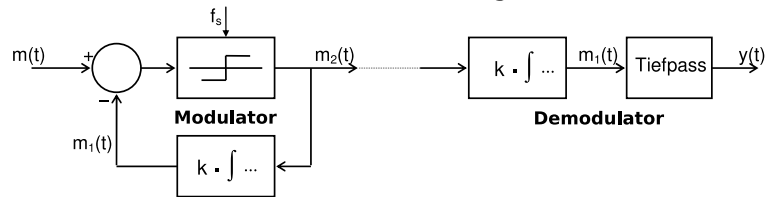
- Bei gleichförmiger Quantisierung ist N konstant $\rightarrow$ Verschlechterung der SNR bei tiefen Signalpegeln
- bei **Sprachsignalen vorwiegend kleine Pegel** (nicht gleichverteilt!)
- Quantisierungsintervalle Δ sind für kleine Signalpegel klein und für grosse Signalpegel grösser $\rightarrow$ SNR wird verbessert

6.3 Deltamodulator S. 88

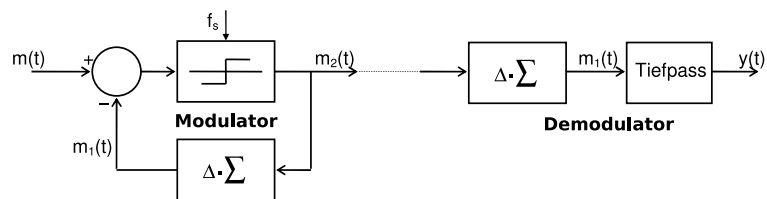
- Analoges Signal durch Folge von kleinen Treppenstufen (Höhe Δ) abbilden.
- Bei jedem Sample geht es hinauf $+\Delta$ oder hinunter $-\Delta$ (bleibt nie flach)
- Diese Information $\pm\Delta$ kann als binäre Zahlenfolge abgespeichert, übertragen oder weiterverarbeitet werden.



Delta-Modulation mit Integrierer



Delta-Modulation mit Summierer



Schrittweite Δ

Zu grosses Δ : Hohes Quantisierungsrauschen

Zu kleines Δ : Integrierter Wert kann Eingangssignal nicht mehr folgen

$$\Delta_{\min}: \frac{\Delta}{T_s} \geq |\max. \text{Steigung des Eingangssignals}|$$

Durch höhere Samplerate (kleineres T_s) kann $\Delta_{\min}$ verkleinert werden

Quantisierungsrauschen

$$P_{qe} = N = \frac{1}{2\Delta} \int_{-\Delta}^{\Delta} q_e^2 dq_e = \frac{\Delta^2}{3}$$

Adaptive Delta-Modulation:

- Durch raffinierte Codierung kann der Empfänger die Änderungsrate des analogen Signals aus dem binären Δ -Signal ermitteln.
- hohe Änderungsrate des analogen Signals $\rightarrow$ Schrittweite Δ erhöhen
kleine Änderungsrate des analogen Signals $\rightarrow$ Schrittweite Δ verkleinern.
- "Hybride" Verfahren: Anstatt nur 1 Bit wird die Schrittweite Δ mit 2...4 Bit/Sample codiert

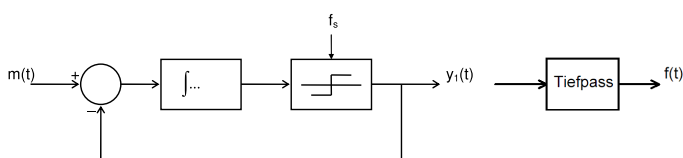
6.4 Delta-Sigma Modulator S. 89

Bei der Delta-Sigma Modulation toggelt das Signal immer zwischen dem maximalen und dem minimalen Wert hin und her. Es wird versucht mit der Maximal-Aussteuerung die mittlere Amplitude zu korrigieren.

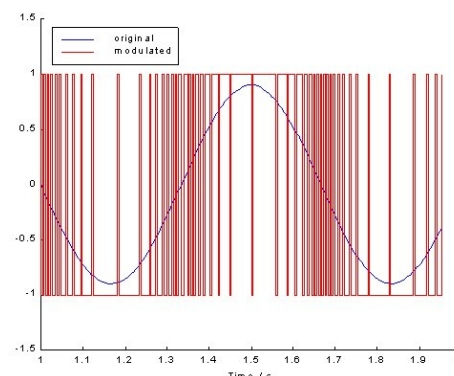
Tiefpassfilter: Mit dem Tiefpassfilter wird der Mittelwert zwischen diesen extremen Aussteuerungen rekonstruiert.

Quantisierungsrauschen: Spektrum des Fehlersignals befindet sich zum grössten Teil im Frequenzbereich, der durch das Tiefpassfilter bei der Rekonstruktion unterdrückt wird.

Delt-Sigma Modulator:

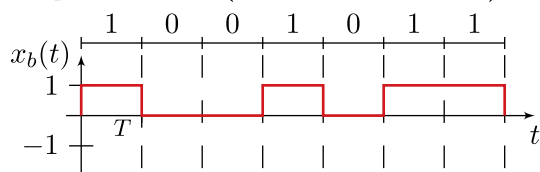


Delta-Sigma Modulation im Zeitbereich:



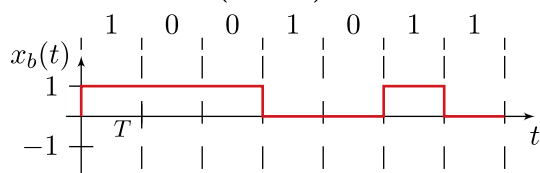
7 Übertragung von digitalen Signalen S. 93

Unipolar NRZ (Noreturn-to-Zero):



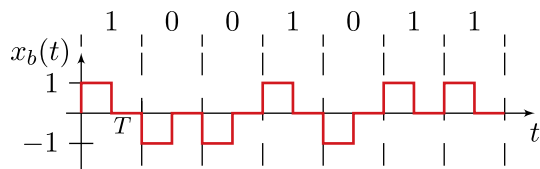
- Mark = 1; Space = 0
- (De)Codieraufwand sehr klein
- Taktrückgewinnung ohne zusätzliche Codierung unsicher
- DC-Freiheit sehr schlecht, viel DC-Anteil
- Bandbreitenbedarf mittel

NRZ-Inverted (NRZI):



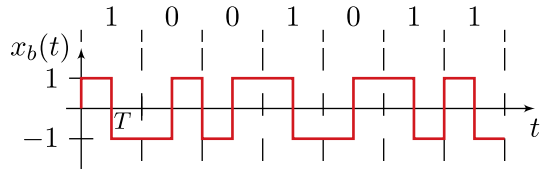
- Mark = Amplitudenwechsel; Space = kein Amplitudenwechsel
- (De)Codieraufwand gering
- Taktrückgewinnung ohne zusätzliche Codierung unsicher
- DC-Freiheit sehr schlecht, viel DC-Anteil
- Bandbreitenbedarf mittel

Bipolar RZ (Return-to-Zero):



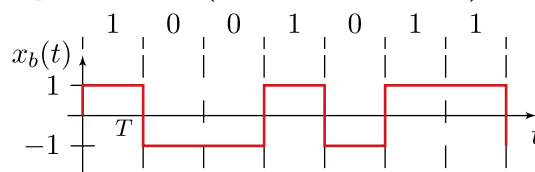
- Mark = 1 (nach halber Bitzeit 0); Space = -1 (nach halber Bitzeit 0)
- (De)Codieraufwand mittel
- Taktrückgewinnung sehr gut
- DC-Freiheit vom Verhältnis Mark/Space abhängig
- Bandbreitenbedarf grösser als NRZ

Manchester Code



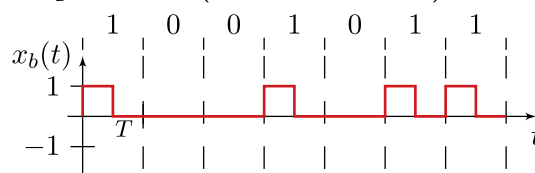
- Mark = 1 → -1; Space = -1 → 1
- (De)Codieraufwand mittel
- Taktrückgewinnung sehr gut
- DC-Freiheit sehr gut
- Bandbreitenbedarf höher als NRZ

Bipolar NRZ (Noreturn-to-Zero)



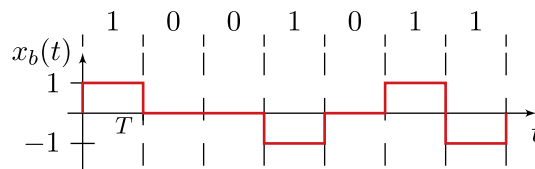
- Mark = 1; Space = -1
- (De)Codieraufwand sehr klein
- Taktrückgewinnung ohne zusätzliche Codierung unsicher
- DC-Freiheit vom Verhältnis Mark/Space abhängig
- Bandbreitenbedarf mittel

Unipolar RZ (Return-to-Zero):



- Mark = 1 (nach halber Bitzeit 0); Space = 0
- (De)Codieraufwand gering
- Taktrückgewinnung besser als NRZ (Space-Folgen heikel)
- DC-Freiheit sehr schlecht, viel DC-Anteil
- Bandbreitenbedarf grösser als NRZ

Alternate Mark Inversion (AMI):



- Mark = ± 1 ; Space = 0
- (De)Codieraufwand mittel
- Taktrückgewinnung besser als NRZ (Space-Folgen heikel)
- DC-Freiheit sehr gut
- Bandbreitenbedarf mittel

Unipolar: +1 oder 0

Bipolar: +1, -1 oder 0

Level-Codierung: Amplitude $\hat{=}$ Bitwert

Invertierte Codierung: Amplitudenwechsel $\hat{=}$ Bitwert

Binär: 2 Signalformen für 2-wertiges Symbol

Pseudoternär: 3 Signalformen für 2-wertiges Symbol

Ternär: 3 Signalformen für 3-wertiges Symbol

NRZ:	ZOH über ganze Symbolzeit	Mark:	übertragenes Bit mit Wert 1
RZ:	ZOH nur über halbe Symbolzeit	Space:	übertragenes Bit mit Wert 0
	Scrambler S. 96, Bitstopfen (bit stuffing) S. 96		8b10b Codierung S. 97

7.1 Bandbreitenbedarf von PCM (Pulse-Code-Modulation) S. 104

Bandbreitenbedarf ist nicht explizit berechenbar, er ist abhängig von Anzahl Bits pro Symbolzeit und Leitungscodierungsart.

7.1.1 min. Bandbreitenbedarf im Binären Fall S.105

Samplingrate:

$$f_s > 2 \cdot B_m$$

Bitrate:

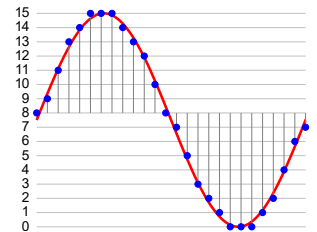
$$n \cdot f_s > 2n \cdot B_m$$

minimale Bandbreite:

$$B_{PCM} = \frac{1}{2} \cdot n \cdot f_s > n \cdot B_m$$

effektiver Bandbreitebedarf: (weil es keine idealen Filter gibt)

$$B_{eff} > B_{PCM} > n \cdot B_m$$



4 Bit PCM

7.2 Pulsformfilter S. 106

7.2.1 Intersymbol Interferenz (ISI)

- Wenn digitale Signale mit Rechteckimpulsen dargestellt werden, müssen die Pulse verbreitert werden um Bandbreite zu sparen.
- Interferenz + weitere Störungen = Bitfehler beim Empfänger
- Verarbeitung führt zu Überlappung benachbarter Pulse → Intersymbol Interferenz
- Bereich für korrekte Entscheidungsschwelle wird verkleinert (vertikale Augenöffnung)

Massnahmen gegen Intersymbol Interferenz: Abtastzeitpunkt muss vom Empfänger optimal gewählt werden (horizontale Augenöffnung). Sendepulse so wählen, dass sich das Auge maximal öffnet (zum Abtastzeitpkt soll keine Interferenz von Nachbarsymbolen vorhanden sein). Synchronisation Sender und Empfänger.

7.2.2 Erstes Nyquist-Kriterium S. 106

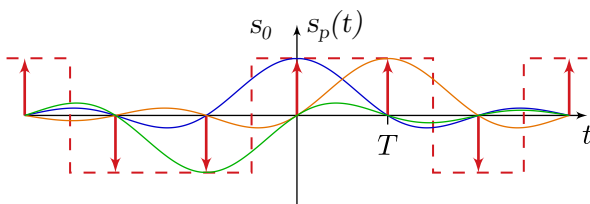
Wenn erstes Nyquist-Kriterium erfüllt ist, kann Intersymbol-Interferenz eliminiert werden.

Im Zeitbereich

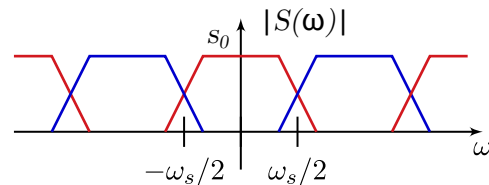
Im Frequenzbereich

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} s_p(n \cdot T) \cdot \delta(t - n \cdot T) = s_{p0} \cdot \delta(t)$$

$$\frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_p(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{T}) \cdot \delta(\omega - n \cdot \frac{2\pi}{T}) = s_{p0}$$



Signal muss mit $f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{T}$ abgetastet werden.



Das Spektrum muss summiert konstant sein!
Minimale Bandbreite: $B_{min} = \frac{1}{T} = \frac{f_s}{2}$

7.2.3 Zweites Nyquist-Kriterium S. 111

Das Augendiagramm soll nicht nur bezüglich der Amplitude, sondern auch bezüglich der Zeitachse maximal geöffnet sein.

Zusätzlich zu den Nullstellen bei nT muss die Impulsform $s_p(t)$ auch Nullstellen haben bei:

$$\pm \frac{3}{2}T; \pm \frac{5}{2}T; \pm \frac{7}{2}T; \dots$$

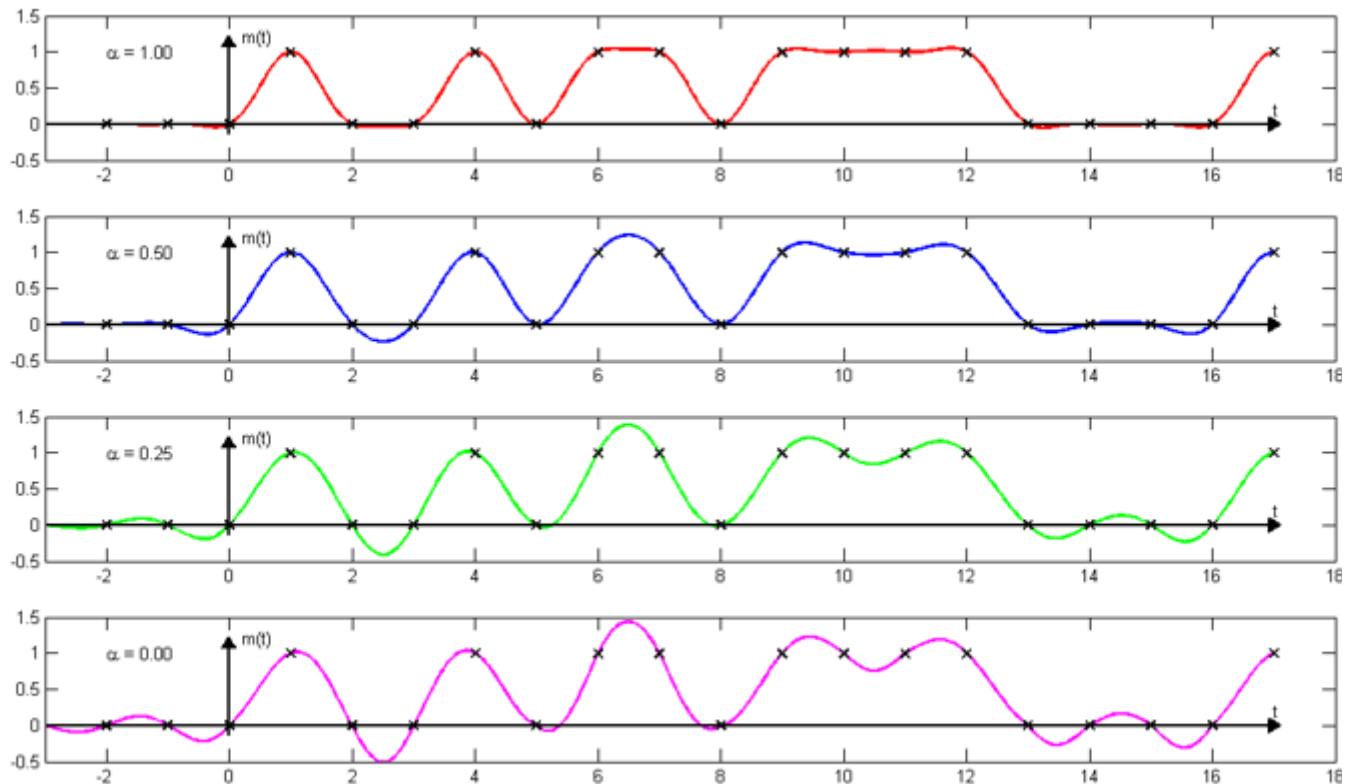
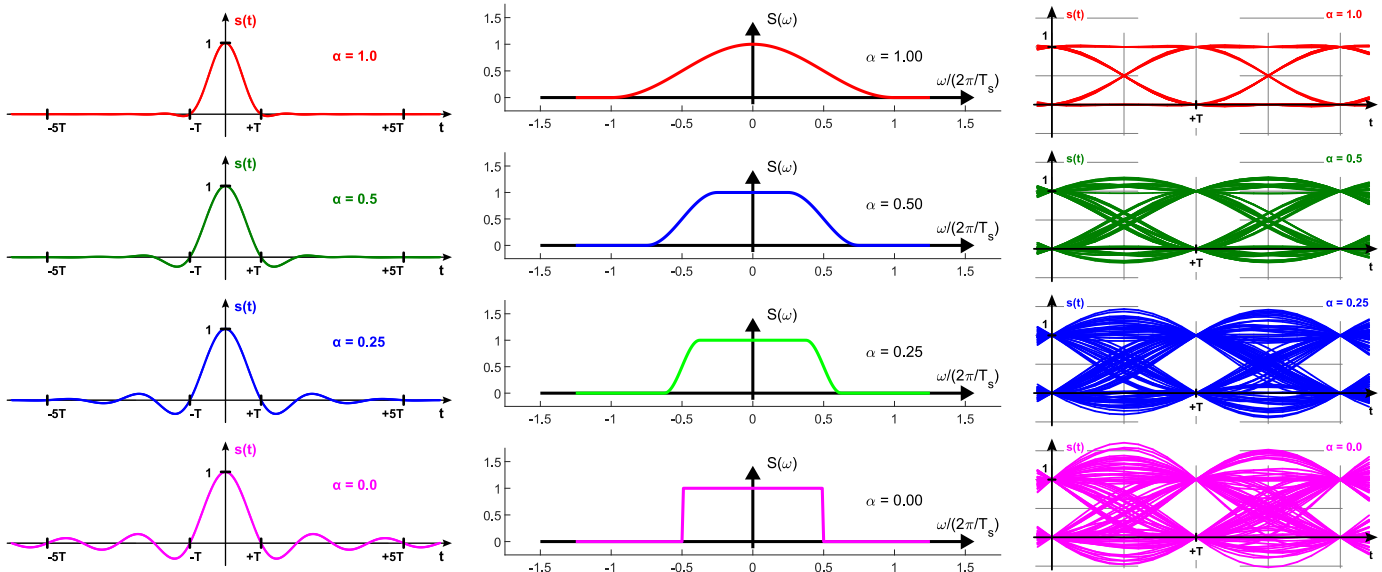
Von der Gruppe der Raised-Cosine Pulsen erfüllen nur diejenigen mit Roll-off Faktor $\alpha = 1$ das zweite Nyquist-Kriterium.

7.2.4 Raised Cosine Pulse S. 107

$$s_{rc} = \frac{\sin \frac{\pi}{T} t}{\frac{\pi}{T} t} \cdot \frac{\cos \alpha \frac{\pi}{T} t}{1 - (2\alpha \frac{\pi}{T} t / \pi)^2}$$

Roll-off Faktor $\alpha : 0 \leq \alpha \leq 1$

$$S_{rc}(\omega) = \begin{cases} T & \text{für } 0 \leq |\omega| \leq (1 - \alpha) \frac{\pi}{T} \\ \frac{T}{2} \left[1 - \sin \left(\frac{\pi}{2\alpha} \left(|\omega| - \frac{\pi}{T} \right) \right) \right] & \text{für } (1 - \alpha) \frac{\pi}{T} \leq |\omega| \leq (1 + \alpha) \frac{\pi}{T} \\ 0 & \text{für } |\omega| > (1 + \alpha) \frac{\pi}{T} \end{cases} \quad \text{Bandbreite: } B = \frac{f_s}{2} \cdot (1 + \alpha)$$



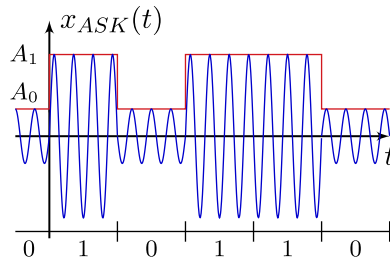
7.3 Digitale Modulation von Trägersignal S. 111

Übertragung des Signals in einem Hochfrequenten Übertragungsband:

Vorteile: Physikalische Anpassung an Kanal, Frequenzmultiplexing möglich, Erhöhte Störfestigkeit

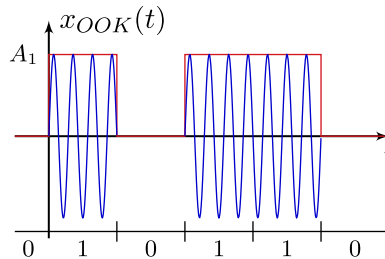
Binäres Nachrichtensignal schaltet Trägerparameter zwischen zwei definierten Zuständen um. Es ändert die Amplitude (ASK), die Phase (PSK) oder die Momentanfrequenz (FSK).

Amplitude Shift Keying (ASK):



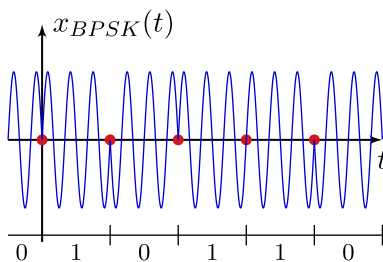
- Symbolwert $\hat{=}$ Amplitude des Trägers
- Binär: Mark = A_1 ; Space = A_0

On-Off Keying (OOK):



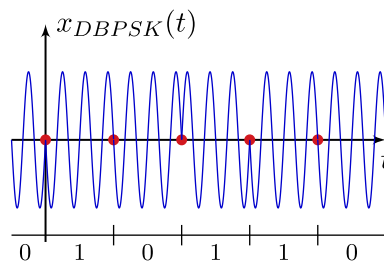
- Symbolwert $\hat{=}$ Amplitude des Trägers
- Binär: Mark = A_1 ; Space = 0
- Amplitudenmodulation mit unipolarem NRZ-Signal.

Binary Phase Shift Keying (BPSK):



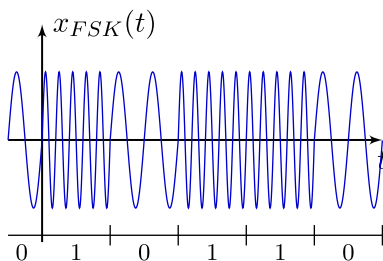
- Symbolwert $\hat{=}$ Phasenlage des Trägers
- Binär: Phasen um π verschoben:
Mark = 0; Space = π
- DSB-SC Modulation mit bipolarem NRZ-Signal

Differential BPSK (DBPSK):



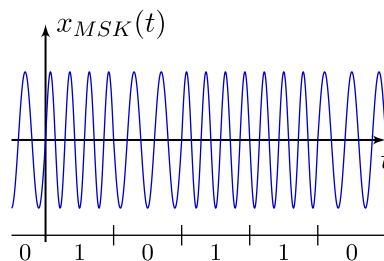
- Symbolwert $\hat{=}$ Phasenwechsel des Trägers
- Binär: Mark = Phasenwechsel;
Space = kein Phasenwechsel
- Mark und Space können nur mit zusätzlicher Synchronisation unterschieden werden
- Höhere Fehlerrate: Doppel- statt Einzelfehler
- DSB-SC Modulation mit bipolarem NRZI-Signal

Frequency Shift Keying (FSK):



- Symbolwert $\hat{=}$ Frequenz des Trägers
- Binär: Mark = f_1 ; Space = f_0
- Phasensprünge erlaubt: Bildung durch Kombination von OOK-Signalen
- keine Phasensprünge: Frequenzmodulation mit NRZ-Signal $\rightarrow$ kleinere Bandbreite

Minimum Shift Keying (MSK):



- Symbolwert $\hat{=}$ integrierter Phasenabweichung
zum Träger: $\int_{n \cdot T}^{(n+1) \cdot T} \Delta\varphi(t) dt$
- Binär: Mark = $\frac{\pi}{2}$; Space = $-\frac{\pi}{2}$
- Mark- und Spacesignal sind zueinander orthogonal $\rightarrow$ Bitfehlerrate kleiner

7.4 Äquivalente Basisbanddarstellung von Bandpasssignalen S. 116

Ein Bandpasssignal kann als Basisbandsignal aufgefasst werden, welches zur (positiven) Trägerfrequenz $+f_c$ hin verschoben wird.

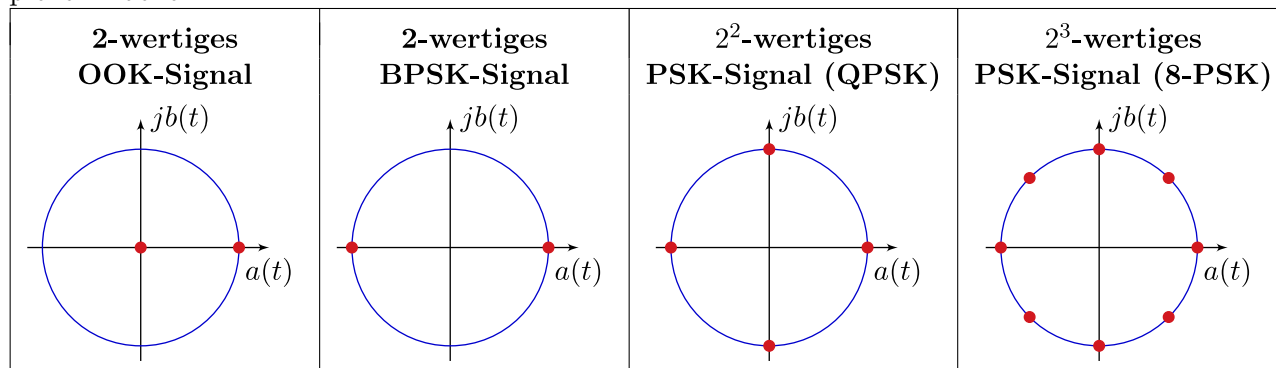
$$x_{BP} = \text{Re}(x_{eq}(t) \cdot e^{j\omega_c t}) = a(t) \cos(\omega_c t) - b(t) \sin(\omega_c t) \quad | \quad x_{eq} = a(t) + jb(t)$$

$X_{BP}(\omega)$ symmetrisch zu $\omega_c \rightarrow x_{eq}(t)$ reell

$X_{BP}(\omega)$ asymmetrisch zu $\omega_c \rightarrow x_{eq}(t)$ komplex

7.4.1 Basisbanddarstellung

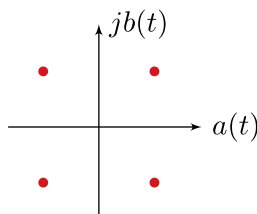
Ist das Nachrichtensignal ein Rechteck, beschränkt sich die Basisbanddarstellung auf einzelne Werte in der komplexen Ebene.



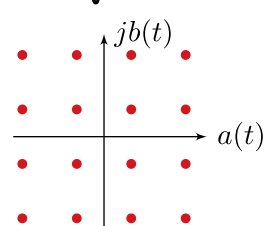
7.5 Quadratur Amplitudenmodulation (QAM) S. 118

QAM-4 kann mit zwei bipolaren NRZ-Signalen realisiert werden, welche den cos-Träger und den (negativen) sin-Träger modulieren.

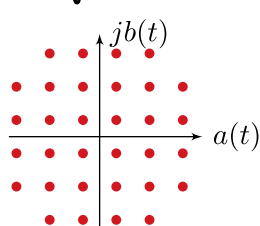
QAM-4: einfachste Konstellation (identisch mit QPSK)



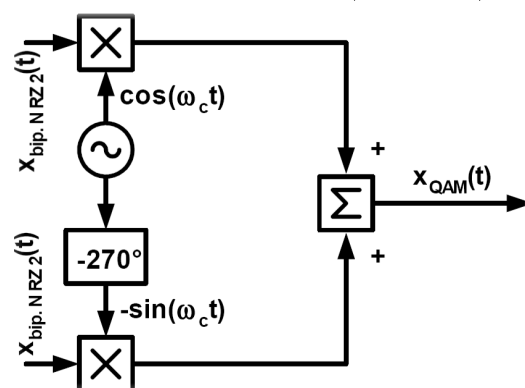
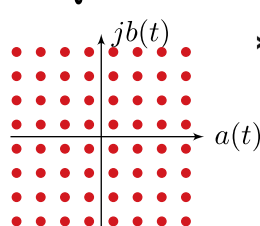
QAM-16:



QAM-32:



QAM-64:



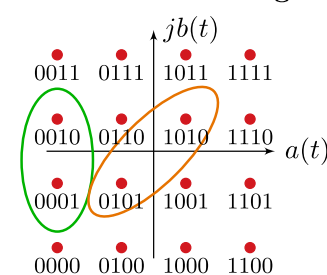
Anzahl Bit pro Symbol = $\text{floor}(\log_2(\text{Anzahl Punkte}))$

$$B_{QAM-rc} = f_s(1 + \alpha) \quad | \quad \alpha \text{ Roll-off Faktor}$$

7.5.1 Gray-Codierung von QAM

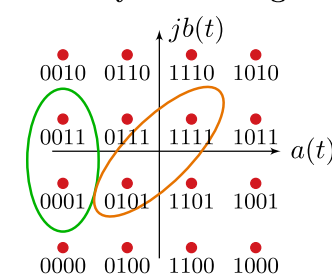
Bitfehler entstehen, wenn bei beeinträchtigtem Empfang falsche Amplitudenwerte decodiert werden. Dabei ist es am Wahrscheinlichsten, dass ein benachbartes Feld detektiert wird. Durch den **Gray-Code** können **mehrfache Bitfehler vermieden** werden (zwischen Nachbarn ändert nur 1 Bit).

Linear Codierung



2 Bitfehler bei Fehldetektion
4 Bitfehler bei Fehldetektion

Gray-Codierung



1 Bitfehler bei Fehldetektion
2 Bitfehler bei Fehldetektion

7.5.2 Pulsformfilter zur QAM S. 121

Rechteckige Signale im Basisband $\rightarrow$ hoher Bandbreitenbedarf im Basisband $\rightarrow$ doppelter Bandbreitenbedarf im Basisband!

Bandbreite im Basisband kann mit Pulsformfilter gezielt reduziert werden.

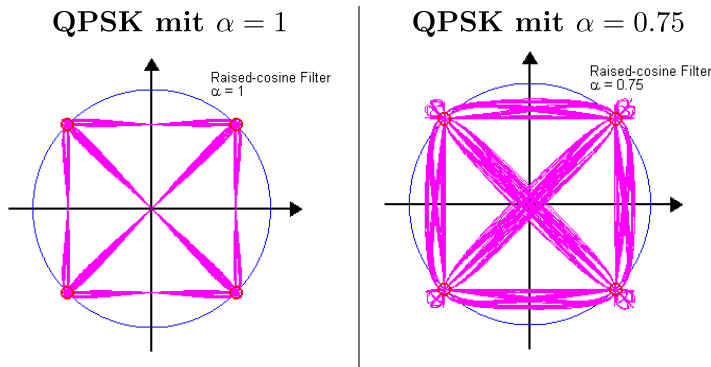
Geeigenter Filter: **Raised-Cosine Filter**

7.5.2.1 Gefilterte Übergänge

Wird QPSK mit einem bandbeschränkten QAM-Modulator realisiert, führt ein Übergang zu einem gegenüberliegenden Punkt zu einer Durchquerung des Ursprungs. Dadurch verschwindet der Träger kurzzeitig.

$\rightarrow$ Abrupte Leistungswechsel für Sender

$\rightarrow$ schwierigere Synchronisation für Empfänger

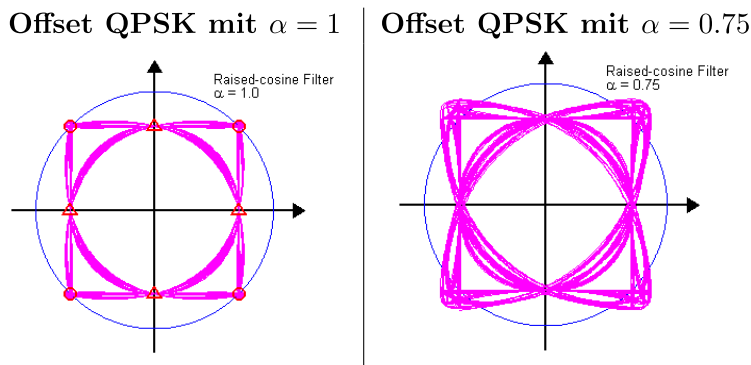


7.5.2.2 Filterung mit Offset

Das Durchlaufen des Ursprungs wird vermieden, indem die Bitwerte auf den orthogonalen Trägern nicht gleichzeitig, sondern um die halbe Bitzeit $T/2$ versetzt wechseln (Offset QPSK).

$\rightarrow$ Übertragene Bits werden doppelt so oft ausgewertet (allerdings jeweils nur ein Signalteil).

$\rightarrow$ Ändert nichts an der Bandbreite (Modulation des cos- und sin-Träger bleibt gleich)



8 Fancy Tabelle

	Baseband	DSB-SC	AM Coherent	AM Envelope	PM	FM
Nachrichtensignal	Zufallsprozess $X(t)$ mit $ X(t) \leq 1$ bzw. $ x_\lambda(t) \leq 1$ für alle λ des Ergebnisraums S					
Leistung S_X von $X(t)$	$S_X = S_X(t) = E \left[X^2(t) \right] \leq 1$, (weil $ X(t) \leq 1$)					
Bandbreite von $X(t)$	B					
Eingangsnutzsignal $X_i(t)$	$X(t)$	$X(t)A_c \cos(\omega_c t)$	$A_c(1 + \mu X(t)) \cos(\omega_c t)$	$A_c \cos(\omega_c t + k_p X(t))$	$A_c \cos(\omega_c t + k_f \int_{-\infty}^t X(\tau) \, d\tau)$	
Leistung S_i von $X_i(t)$	S_X	$\frac{1}{2}A_c^2 S_X$	$\frac{1}{2}A_c^2(1 + \mu^2 S_X)$	$\frac{1}{2}A_c^2$	$\frac{1}{2}A_c^2$	
Bandbreite von $X_i(t)$	B	$2B$	$2B$	$2(D + 1)B$	$2(D + 1)B$	
Rauschleistung am Eingang	ηB	$2\eta B$	$2\eta B$	$2(D + 1)\eta B$	$2(D + 1)\eta B$	
SNR am Eingang $\left(\frac{S}{N}\right)_i$	$\frac{S_i}{\eta B}$	$\frac{\frac{1}{2}A_c^2 S_X}{2\eta B}$	$\frac{\frac{1}{2}A_c^2(1 + \mu^2 S_X)}{2\eta B}$	$\frac{\frac{1}{2}A_c^2}{2(D + 1)\eta B}$	$\frac{\frac{1}{2}A_c^2}{2(D + 1)\eta B}$	
Ausgangsnutzsignal $X_o(t)$	$X(t)$	$A_c X(t)$	$A_c \mu X(t)$	$k_p X(t)$	$k_f X(t)$	
Leistung S_o von $X_o(t)$	S_X	$A_c^2 S_X$	$A_c^2 \mu^2 S_X$	$k_p^2 S_X$	$k_f^2 S_X$	
Rauschleistung am Ausgang	ηB	$2\eta B$	$2\eta B$	$\frac{1}{A_c^2/2} \eta B$	$\frac{1}{3} \frac{(2\pi B)^2}{A_c^2/2} \eta B$	
SNR am Ausgang $\left(\frac{S}{N}\right)_o$	$\frac{S_i}{\eta B}$	$\frac{A_c^2 S_X}{2\eta B}$	$\frac{A_c^2 \mu^2 S_X}{2\eta B}$	$\frac{k_p^2 A_c^2 S_X}{2\eta B}$	$\frac{3D^2 A_c^2 S_X}{2\eta B}$	
$\left(\frac{S}{N}\right)_o$ ausgedrückt mit $\gamma = \frac{S_i}{\eta B}$	γ	γ	$\frac{\mu^2 S_X}{1 + \mu^2 S_X} \gamma$	$k_p^2 S_X \gamma$	$3D^2 S_X \gamma$	

9 Idiotenseite

9.1 Dreiecksformeln

Cosinussatz

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r = \frac{u}{\pi}$$

Pythagoras beim Sinus

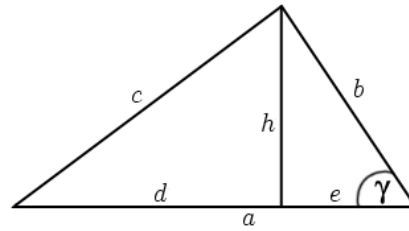
$$\sin^2(b) + \cos^2(b) = 1 \quad \tan(b) = \frac{\sin(b)}{\cos(b)}$$

$$\sin \beta = \frac{b}{a} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \beta = \frac{c}{a} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

$$\cot \beta = \frac{c}{b} = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}}$$



9.2 Funktionswerte für Winkelargumente

deg	rad	sin	cos	$\tan^{-1}$	deg	rad	sin	cos	deg	rad	sin	cos	deg	rad	sin	cos
0°	0	0	1	0	90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0	180°	π	0	-1	270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	300°	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	225°	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	315°	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$	150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	240°	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	330°	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

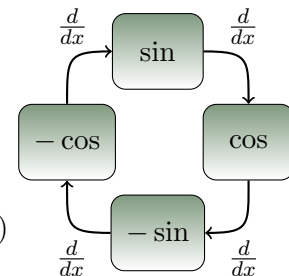
9.5 Ableitungen

9.3 Periodizität

$$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a) \quad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

9.4 Quadrantenbeziehungen

$$\begin{aligned} \sin(-a) &= -\sin(a) & \cos(-a) &= \cos(a) \\ \sin(\pi - a) &= \sin(a) & \cos(\pi - a) &= -\cos(a) \\ \sin(\pi + a) &= -\sin(a) & \cos(\pi + a) &= -\cos(a) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \cos(a) & \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= -\cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = \sin(a) \end{aligned}$$



9.6 Additionstheoreme

$$\begin{aligned} \sin(a \pm b) &= \sin(a) \cdot \cos(b) \pm \cos(a) \cdot \sin(b) \\ \cos(a \pm b) &= \cos(a) \cdot \cos(b) \mp \sin(a) \cdot \sin(b) \\ \tan(a \pm b) &= \frac{\tan(a) \pm \tan(b)}{1 \mp \tan(a) \cdot \tan(b)} \end{aligned}$$

9.8 Produkte

$$\begin{aligned} \sin(a) \sin(b) &= \frac{1}{2}(\cos(a-b) - \cos(a+b)) \\ \cos(a) \cos(b) &= \frac{1}{2}(\cos(a-b) + \cos(a+b)) \\ \sin(a) \cos(b) &= \frac{1}{2}(\sin(a-b) + \sin(a+b)) \end{aligned}$$

9.9 Euler-Formeln

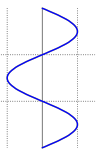
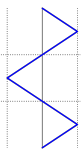
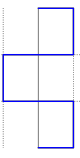
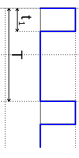
$$\begin{aligned} \sin(x) &= \frac{1}{2j} (e^{jx} - e^{-jx}) & \cos(x) &= \frac{1}{2} (e^{jx} + e^{-jx}) \\ e^{x+jy} &= e^x \cdot e^{jy} = e^x \cdot (\cos(y) + j \sin(y)) \\ e^{j\pi} &= e^{-j\pi} = -1 \end{aligned}$$

9.7 Doppel- und Halbwinkel

$$\begin{aligned} \sin(2a) &= 2 \sin(a) \cos(a) \\ \cos(2a) &= \cos^2(a) - \sin^2(a) = 2 \cos^2(a) - 1 = 1 - 2 \sin^2(a) \\ \cos^2\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{1 + \cos(a)}{2} & \sin^2\left(\frac{a}{2}\right) &= \frac{1 - \cos(a)}{2} \end{aligned}$$

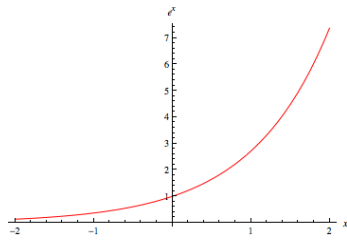
9.10 Summe und Differenz

$$\begin{aligned} \sin(a) + \sin(b) &= 2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \sin(a) - \sin(b) &= 2 \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \\ \cos(a) + \cos(b) &= 2 \cdot \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \cos(a) - \cos(b) &= -2 \cdot \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \\ \tan(a) \pm \tan(b) &= \frac{\sin(a \pm b)}{\cos(a) \cos(b)} \end{aligned}$$

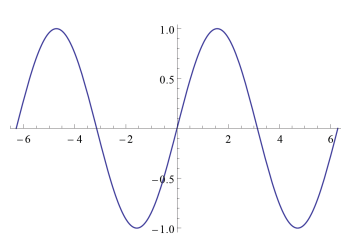
Schwingungsform	Funktion	Gleichrichtwert	Formfaktor	Effektivwert	Scheitelfaktor	X_0	X^2	$\text{var}(\mathbf{X})$
Formel		$\overline{ x } = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$	$\frac{\sum x }{ x }$	$X = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$	$k_s = \frac{X_{\max}}{X_{\text{eff}}}$			
	$A \cdot \sin(t)$	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	0	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2}$
	$A \cdot \sin(t) $	$\frac{2}{\pi} \approx 0.637$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1.11$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707$	$\sqrt{2} \approx 1.414$	$\frac{2A}{\pi}$	$\frac{A^2}{2}$	$\frac{A^2}{2} - \frac{4A^2}{\pi^2}$
	$\begin{cases} A \cdot \sin(t) & 0 < t < \pi \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	$\frac{1}{\pi} \approx 0.318$	$\frac{\pi}{2} \approx 1.571$	$\frac{1}{2} = 0.5$	2	$\frac{A}{\pi}$	$\frac{A^2}{4}$	$\frac{A^2}{4} - \frac{A^2}{\pi^2}$
	$A \cdot \Lambda(t)$	$\frac{1}{2} = 0.5$	$\frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.155$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.557$	$\sqrt{3} \approx 1.732$	0	$\frac{A^2}{3}$	$\frac{A^2}{3}$
	$\begin{cases} A & 0 < x < t \\ 0 & \text{True} \end{cases}$	1	1	1	1	0	A^2	A^2
DC	1	1	1	1	1	-	-	-
		$\frac{t_1}{T}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$\sqrt{\frac{t_1}{T}}$	$\sqrt{\frac{T}{t_1}}$	$A \frac{t}{T}$	$A^2 \frac{t}{T}$	$\frac{A^2 t}{T} - \frac{A^2 t^2}{T^2}$

9.11 Kurven

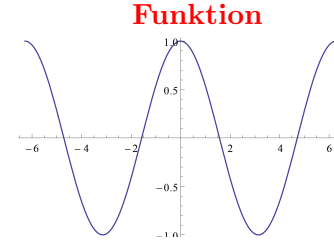
9.11.1 e-Funktion



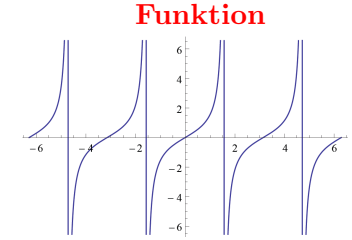
9.11.2 Sinus-Funktion



9.11.3 Cosinus-Funktion



9.11.4 Tangens-Funktion



9.12 Allgemein zeitabhängige Größen

Arithmetischer Mittelwert, Gleichwert, Linearer MW	$X_0 = \bar{X} = X_m = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$
Quadratischer MW, Leistung $X^2 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt$	MW n . Ordnung $X^n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^n(t) dt$
Effektivwert (RMS) $X = \sqrt{X^2} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x^2(t) dt}$	Gleichrichtwert $X_{ m } = \bar{X} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$

10 Übungsverzeichnis

10.1 Einführung

Thema	Hausübung	Schaum	Praktikum
Dezibel	1.2, 1.3, 1.4		
Fouriertransformierte	2.1, 2.2, 2.4, 2.5	1.10, 1.14, 1.15, 1.28	
Komplexe Fourierreihe	1.5, 1.6		
Modulationssatz	2.3		
Crest-Faktor	1.1		

10.2 LTI-Systeme

Thema	Hausübung	Schaum	Praktikum
LTI: Linearität und Zeitinvarianz	2.6, 2.7	2.1, 2.2	
LTI: RL-Filter	3.1	2.11	

10.3 Amplitudenmodulation

Thema	Hausübung	Schaum	Praktikum
DSB-SC		3.1 - 3.3	3-6.2
OAM: Koharänte Demodulation	4.1	3.5	4
OAM: Spitzenwertdetektor	4.2	3.6	4
Ordinary AM		3.4	3
QAM	5.3	3.15	4
SSB-AM: Demodulation mit koharäntem Demodulator	5.2	3.9	4
SSB-AM: Modulation mit Eintonsignal	5.1	3.7, 3.8	4-7.2
Superheterodyne Empfänger	4.3	3.13	

10.4 Winkelmodulation - FM/PM

Thema	Hausübung	Schaum	Praktikum
FM/PM: Bandbreite	7.2, 7.3	4.9, 4.10	5-7.3
FM/PM: Bandbreitenänderung	7.5	4.13	5-7.3
FM/PM: Frequenz- & Phasenabweichung	6.4	4.2	5-7.1
FM/PM: Leistung des modulierten Signals	7.1	4.6	
FM/PM: Modulationsindex	7.3, 7.4	4.10, 4.11, 4.12	
FM/PM: Momentanfrequenz	6.3	4.1	5-7.1
PM: Nichtlinearität	6.2	4.4	
FM Demodulation	7.6		

10.5 Digitale Übermittlung analoger Signale

Thema	Hausübung	Schaum	Praktikum
Delta-Modulation	10.1	5.21, 5.22, 5.23, 5.24	7
ISI, Pulse-Shaping (Raised Cosine)	11.1	5.36	
PCM: Quantisierungsrauschen, SNR	9.4	5.15, 5.16	
PCM: Samplerate, Quantisierung, Bitrate	9.1	5.12	
PCM: Samplerate, Wortbreite, Bitdauer	9.3	5.14	
PCM: SNR und Bitrate einer CD	9.6	5.17	
PCM: Wortbreite	9.2, 9.5	5.13, 5.16	
Quantisierung: Ungleichförmig: A-Law, μ -Law; SNR	9.7, 9.8	5.18, 5.19	6
Sampling: Basisbandsignale		5.8	
Sampling: Flat-top Sampling	8.7	5.1	6
Sampling: Natural Sampling	8.6	5.9	6
Sampling: Nyquist-Frequenz/-Rate/-Intervall	8.3	5.6	
Sampling: Subsampling	8.4, 8.5	5.7, 5.8	
Sampling: Unterabtastung		5.3	
Leistungscodierung	10.2		
Abtasttheorem	8.2		
Fax	12.1		

11 Prüfungsverzeichnis

Thema	Prüfung (Aufgabe)
A/D Wandlung	28.08.09 (3)
Amplitudenmodulation	27.01.09 (1)
Basisbandübertragung von digitalen Signalen	27.01.09 (4)
D/A Wandlung	27.01.09 (3)
Digitale Basisbandübertragung	02.02.10 (3)
Digitale Datenübertragung	01.02.11 (4)
Digitale Signalübertragung mit moduliertem Träger	02.02.10 (4)
Digitalisierung	01.02.11 (3)
Digitalisierung	02.02.10 (2)
DSB-SC, SSB und QAM	02.02.10 (1)
Modulation	01.02.11 (1)
OOK und PSK	28.08.09 (4)
Phasenmodulation	28.08.09 (1)
Übertragung zweier modulierter Trägersignale	28.08.09 (2)
Winkelmodulation	01.02.11 (2)
Winkelmodulation	27.01.09 (2)