

Integraltransformation

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$H(\omega) \cdot f(t) = y(t)$$

Frequenzgang

Beispiel:

$$\text{wenn } f(t) = \sin(3t) \Rightarrow \omega = \pm 3$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{2j} \cdot (H(3) \cdot e^{3t} - H(-3) \cdot e^{-3t})$$

Amplitudendämpfung/verstärkung (frequenzabhängig)

$$A(\omega) = |H(\omega)|$$

Phasenänderung

$$\Phi(\omega) = \arg(H(\omega))$$

Fouriertransformierte: (von $f(t)$)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

bzw.

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} 0 \cdot e^{-j\omega t} dt + \int_{-\infty}^{+\infty} 0 \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Rechenregeln: $f(t) \leftrightarrow F(\omega)$

$$a_1 \cdot f_1 + a_2 \cdot f_2 \leftrightarrow a_1 \cdot F_1 + a_2 \cdot F_2$$

$\Rightarrow$ Eulerttransformation (normal)

$$f(t-t_0) \leftrightarrow e^{-j\omega t_0} \cdot F(\omega)$$

$\Rightarrow$ Linearität

$$e^{j\omega_0 t} \cdot f(t) \leftrightarrow F(\omega - \omega_0)$$

$\Rightarrow$ Verschiebung (Zeitbereich)

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right)$$

$\Rightarrow$ Verschiebung (Frequenzbereich)

$$f'(t) \leftrightarrow j\omega \cdot F(\omega)$$

$\Rightarrow$ Streckung

$\Rightarrow$ Ableitung

Amplitudendichte

$$|F(\omega)|$$

(Wird von $-\infty$ bis $+\infty$ gezeichnet, auch auf der ω -Achse)

Phasendichte

$$\arg(F(\omega))$$

(Von der Phasendichte wird nur der Teil rechts vom 0-Punkt auf der ω -Achse gezeichnet, da der Teil auf der linken Seite Punktgespiegelt am Ursprung ist.)

$$\text{Satz von Parseval: } \int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$$

$$\text{Faltung: } (f * g)(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) \cdot g(t-u) du$$

$$f(u) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 < u < 1 \\ 0 & \text{für Rest} \end{cases}$$

$$g(t-u) = \begin{cases} 1 & \text{für } t-3 < u < t-2 \\ 0 & \text{für Rest} \end{cases}$$

$$0 < u < 1$$

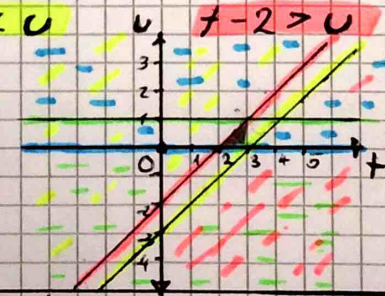
$$t-3 < u < t-2$$

$$t-2 > u$$

$$2 < t < 3$$

$$3 < t < 4$$

$$\int_{t-3}^{t-2} f(u) \cdot g(t-u) du$$



$$\text{Schnittfunktion } \sigma(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ 1/2 & \text{für } t = 0 \\ 1 & \text{für } t > 0 \end{cases}$$

$$\Sigma(\omega) = \frac{1}{j\omega} + \pi \cdot \delta(\omega) \quad \frac{d\sigma}{dt} = \delta(t)$$

$$\text{Signumfunktion } \text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } t > 0 \\ -1 & \text{für } t < 0 \end{cases}$$

$$\text{sgn}(t) \leftrightarrow \frac{2}{j\omega} \quad \frac{1}{\pi t} \leftrightarrow -j \text{sgn}(\omega)$$

$$\begin{cases} \sin(3t) = \frac{1}{2j} (e^{3jt} - e^{-3jt}) \\ \cos(3t) = \frac{1}{2} (e^{3jt} + e^{-3jt}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\pi t + t) = -\sin(t) \\ \sin(-t) = -\sin(t) \\ f(a+t) \leftrightarrow \frac{1}{|a|} \cdot e^{-j\omega \frac{t}{a}} \cdot F\left(\frac{\omega}{a}\right) \end{cases}$$

$$\sin^2(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2t)$$

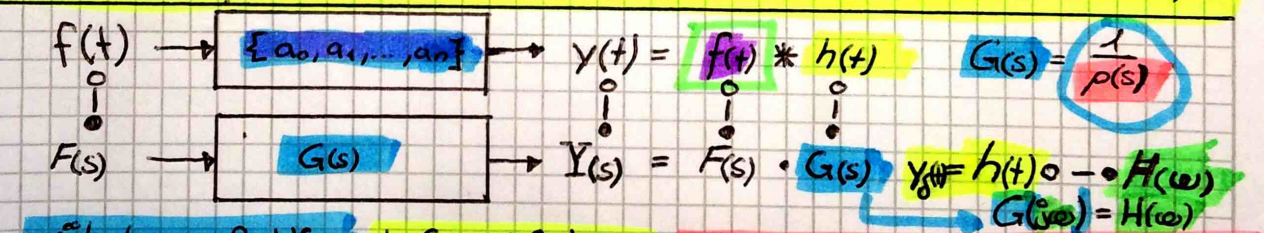
Laplace-Transformation

Rechenregeln: $f(t) \circ - \bullet F(s) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-st} dt$

- ① $a_1 \cdot f_1(t) + a_2 \cdot f_2(t) \circ - \bullet a_1 \cdot F_1(s) + a_2 \cdot F_2(s)$
- ② $f(a \cdot t) \circ - \bullet \frac{1}{a} \cdot F\left(\frac{s}{a}\right)$
- ③ $f(t-t_0)_{(t_0 > 0)} \circ - \bullet e^{-st_0} \cdot F(s)$
- ④ $f(t+t_0)_{(t_0 > 0)} \circ - \bullet e^{st_0} \cdot \left[F(s) - \int_0^{t_0} f(t) \cdot e^{-st} dt \right]$
- ⑤ $e^{at} \cdot f(t) \circ - \bullet F(s-a) \quad \text{:= Dämpfungssatz}$
- ⑥ $f'(t) \circ - \bullet s \cdot F(s) - f(0^+)$
 $f''(t) \circ - \bullet s \cdot [s \cdot F(s) - f(0^+)] - f'(0^+)$
- ⑦ $\int_0^t f(u) du \circ - \bullet \frac{1}{s} \cdot F(s)$
- ⑧ $f(t) * g(t) \circ - \bullet F(s) \cdot G(s)$
- ⑨ $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) \rightarrow \text{Endwertsatz}$

Laplace - Tabelle:	$\sigma(t)$	$\circ - \bullet \frac{1}{s}$	$\sigma(t) \cdot t^2 \cdot e^{at} \circ - \bullet \frac{2}{(s-a)^3}$
	$\sigma(t) \cdot t$	$\circ - \bullet \frac{1}{s^2}$	$\sigma(t) \cdot t^n \cdot e^{at} \circ - \bullet \frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
	$\sigma(t) \cdot t^2$	$\circ - \bullet \frac{2}{s^3}$	$\sigma(t) \cdot \sin(\omega t) \circ - \bullet \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
	$\sigma(t) \cdot t^n$	$\circ - \bullet \frac{n!}{s^{n+1}}$	$\sigma(t) \cdot \cos(\omega t) \circ - \bullet \frac{s}{s^2 + \omega^2}$
	$\sigma(t) \cdot e^{at}$	$\circ - \bullet \frac{1}{s-a}$	$\delta(t) \circ - \bullet 1(s)$
	$\sigma(t) \cdot t \cdot e^{at}$	$\circ - \bullet \frac{1}{(s-a)^2}$	$\delta(t-a) \circ - \bullet e^{-as}$

Rücktransformation: Dont forget $\sigma(t) \dots \sigma(t-t_0) \dots \sigma(t+t_0) \dots$



$\hookrightarrow$ Übertragungsfunktion $\hookrightarrow$ Gewichtsfunktion $\hookrightarrow$ charakteristisches Polynom mit s statt λ
 $\hookrightarrow$ Frequenzgang $\hookrightarrow$ Sprungantwort $\hookrightarrow$ abhängig von Anfangswerten und Störung

$$\frac{1}{s \cdot p(s)} = Y_0(s) \circ - \bullet y_0(t) = \int_0^t h(u) du$$

$$Y(s) = \frac{h \cdot s^n + i \cdot s^{n-1} + \dots + m \cdot s^2 + o \cdot s + \dots}{a s^n + b s^{n-1} + \dots + z s}$$