

Grundlagen und Simulation von Getrieben

Das vorliegende Skript dient als Grundlage für den theoretischen Teil des Unterricht im Kurs *Grundlagen und Simulation von Getrieben*. Nebst den theoretischen Grundlagen wird im Kurs die Software *SAM* der Firma *Artas* eingeführt und für die Übungen verwendet. Auf *SAM* wird im Skript nicht eingegangen. Für Informationen über *SAM* sei auf die Hilfe des Programms verwiesen.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung Getriebe	2	4 Drehschrittgetriebe	15
1.1 Definition	2	4.1 Lösungsansätze für Schrittbewegungen	15
1.2 Begriffe	2	4.2 Begriffe	15
1.3 Einteilung	2	4.3 Konstruktionen von Drehschrittgetrieben	15
1.3.1 Unterteilung nach Zweck	2	4.3.1 Grundformen	15
1.3.2 Unterteilung nach Übersetzung	2	4.3.2 Stillstandsicherungen	15
1.3.3 Unterteilung nach Geometrie	2	4.4 Konstruktive Anwendung	16
1.4 Freiheitsgrade	2	4.5 Weitere Beispiele	17
1.4.1 Freiheitsgrade von Gelenken	2		
1.4.2 Freiheitsgrade von Getrieben	3	5 Ausgewählte Getriebe mit Verzahnung	18
1.5 Struktursystematik	4	5.1 Zwei- und mehrstufige Zahnradgetriebe	18
		5.1.1 Gestaltungsvarianten und Übersetzungen	18
2 Kurvengetriebe	5	5.1.2 Grundlagen für die Auslegung	18
2.1 Einleitung	5	5.2 Umlaufgetriebe (Planetengetriebe)	18
2.1.1 Gestaltung	5	5.2.1 Rollung und Drehwinkel	18
2.1.2 Begriffe	5	5.2.2 Geschwindigkeitsplan	19
2.2 Bewegungsübertragung	5	5.2.3 Beispiele für Umlaufgetriebe	19
2.2.1 Bewegungsgesetz	6	5.2.4 Drehzahl-Gleichungen für Umlaufgetriebe	20
2.2.2 Normierte Übertragungsfunktionen	6	5.2.5 Kriterien zur Auslegung von Umlaufgetrieben	21
2.2.3 Begriffe <i>Stoss</i> und <i>Ruck</i>	7	5.2.6 Leistungsverzweigung bei Umlaufgetrieben	22
2.2.4 F- und P-Kurvenscheiben	7	5.3 Spezielle Getriebebauformen	22
2.2.5 Zusammengesetzte (unsymmetrische) Übertragungsfunktionen	7	5.4 Schraubenstirnräder	23
2.2.6 Berechnung der Führungs- und Arbeitskurve	7		
2.3 Dimensionierung	9	6 Hydraulische Getriebe	25
2.3.1 Übertragungswinkel	9	6.1 Hydrodynamische Kupplung (Föttinger Kupplung)	25
2.3.2 Hertzsche Pressung	10	6.2 Hydrodynamische Drehmomentwandler	25
		6.2.1 Feststehendes Leitrad	25
3 Koppelgetriebe	11	6.2.2 Leitrad mit Freilauf (Trilok-Drehmomentwandler)	26
3.1 Synthese ebener Koppelgetriebe	11		
3.1.1 Totlagenkonstruktion	11	A Formelzeichen	27
3.1.2 Zuordnung von zwei Lagen von Antriebsglied und Abtriebsglied	12	B Literatur	27
3.1.3 Zuordnung von drei Lagen von Antriebsglied und Abtriebsglied	12	C Zusammengesetzte Übertragungsfunktionen	28
3.1.4 Gegebene Lagen der Koppel	13	D Diagramme	29
3.2 Geradföhrung	14		
3.2.1 Ungeföhre Geradföhrung	14		
3.2.2 Exakte Geradföhrung	14		

1 Einführung Getriebe

1.1 Definition

Im Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau [2] wird ein Getriebe folgendermassen definiert:

Getriebe sind mechanische Systeme zum Wandeln oder Übertragen von Bewegungen und Kräften (Drehmomenten). Sie bestehen aus mindestens drei Gliedern, eines davon muss als Gestell festgelegt sein. Hinsichtlich Vollständigkeit unterscheidet man zwischen der kinematischen Kette, dem Mechanismus und dem Getriebe. Der Mechanismus entsteht aus der Kette, wenn von dieser ein Glied als Gestell gewählt wird. Das Getriebe entsteht aus dem Mechanismus, wenn dieser an einem oder mehreren Gliedern angetrieben wird.

Getriebe besteht aus min 3 Glieder

1.2 Begriffe

In der VDI-Richtlinie 2127 [7] werden über hundert Begriffe erklärt, die in Zusammenhang mit Getrieben stehen. Die wichtigsten Begriffe werden hier zusammengefasst.

Element: ist die Gesamtheit derjenigen Wirkflächen eines Getriebegliedes, die die entsprechenden Wirkflächen eines zugeordneten Gliedes beweglich berühren bzw. berühren können.

Gelenk: bezeichnet die konstruktive Ausbildung einer beweglichen Verbindung zweier Glieder. Gelenke sind zumeist Elementenpaare oder lassen sich auf solche zurückführen. Im Sprachgebrauch werden manche auch als Führungen bezeichnet.

Glied: ist ein in der Regel als starr betrachteter Körper zur Übertragung von Bewegungen und Kräften zwischen seinen (Gelenk-)Elementen.

Gestell: ist das als feststehend betrachtete Glied eines Getriebes. Im allgemeinen bildet der Maschinenrahmen, die Grundplatte oder dergleichen das Gestell.

Antriebsglied: ist das die zu übertragende Bewegung aufnehmende und in das Getriebe einleitende Glied.

Abtriebsglied: ist das die übertragene Bewegung ausführende und vom Getriebe ableitende Glied.

Übertragungsglied: ist jedes Glied, welches Bewegung und/oder Kraft zwischen ihm benachbarten Gliedern überträgt.

Koppel: ist ein nicht im Gestell gelagertes oder geführtes Übertragungsglied.

Kinematische Kette: ist die Aneinanderreihung wenigstens dreier durch Elementenpaare beweglich miteinander verbundener Glieder.

Mechanismus: ist ein mechanisches System aus gelenkig verbundenen Gliedern, die ihre Lage relativ zueinander unter der Einwirkung von Kräften zur Erfüllung einer Funktion verändern können. Es entsteht aus einer kinematischen Kette durch Festlegung eines ihrer Glieder als Gestell. Durch Gestellwechsel können sich aus einer kinematischen Kette bis zur Anzahl ihrer Glieder unterschiedliche Mechanismen ergeben.

Übersetzung (Übersetzungsverhältnis): ist das momentane Verhältnis der Geschwindigkeiten bzw. Winkelgeschwindigkeiten zweier Glieder eines zwangsläufigen Getriebes. Sie

ist bei gleichsinnigen Winkelgeschwindigkeiten positiv, bei gegensinnigen negativ.

Kupplung: ist eine Einrichtung zum synchronen (oder nahezu synchronen) Übertragen von Bewegungen sowie von Kräften und Momenten zwischen zwei bewegten Elementen mit fluchtenden oder nahezu fluchtenden Bewegungsachsen. Starre Kupplungen weisen nicht das für Getriebe notwendige dritte Glied auf (z. B. Scheibenkupplung), sind somit keine Getriebe. Die für Wellenquer- bzw. Winkelversatz verwendeten Zwanglaufkupplungen sind Getriebe (z. B. Schmidt-Kupplung, Kreuzgelenkkupplung).

1.3 Einteilung

Getriebe lassen sich hinsichtlich verschiedener Kriterien unterteilen.

1.3.1 Unterteilung nach Zweck

- **Übertragungsgetriebe:** Getriebe zur Bewegungs- und Leistungsübertragung zwischen im Gestell gelagerten Gliedern.
- **Führungsgetriebe:** Getriebe zum Führen von Punkten auf Gliedern oder von Gliedern insgesamt.

1.3.2 Unterteilung nach Übersetzung

- **Gleichmässig übersetzenden Getriebe:** z. B. Zahnrad-, Schnecken- oder Riemengetriebe.
- **Ungleichmässig übersetzenden Getriebe:** Schubkurbelgetriebe oder Kurvengetriebe.

In den Kapiteln 2, 3 und 4 werden ungleichmässig übersetzende Getriebe behandelt und in Kapitel 5 gleichmässig übersetzende Getriebe.

1.3.3 Unterteilung nach Geometrie

- **Ebene Getriebe:** Punkte auf Gliedern bewegen sich auf Bahnen in zueinander parallelen Ebenen.
- **Allgemein räumliche Getriebe:** Punkte auf Gliedern bewegen sich auf Raumkurven oder auf Bahnen in nicht zueinander parallelen Ebenen.
- **Sphärische Getriebe:** Punkte auf Gliedern bewegen sich auf konzentrischen Kugeln. Anders ausgedrückt: Die Rotationsachsen aller Glieder schneiden sich in einem Punkt.

1.4 Freiheitsgrade

1.4.1 Freiheitsgrade von Gelenken

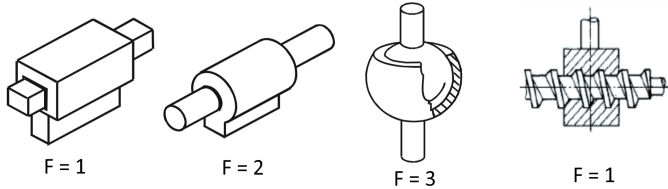
Im Buch *Getriebelehre* [9] wird der Gelenkfreiheitsgrad folgendermassen definiert:

Der Gelenkfreiheitsgrad f ist die Anzahl der in einem Gelenk unabhängig voneinander möglichen Einzelbewegungen (Elementarbewegungen) der beiden Gelenkelemente bzw. die Anzahl der vorhandenen Drehachsen des Gelenks. Die durch das Gelenk verhinderten Einzelbewegungen heissen Unfreiheiten, ihre Anzahl ist u .

Es gilt mit b als Bewegungsgrad

$$f + u = b. \quad (1.1)$$

Für ebene und sphärische Gelenke ist der Bewegungsgrad $b = 3$, für räumliche Gelenke $b = 6$. Abb. 1 zeigt drei Gelenke mit unterschiedlicher Anzahl Freiheitsgraden.



Anzahl Freiheitsgrade F

1.4.2 Freiheitsgrade von Getrieben

Im Buch *Getriebelehre* [9] wird der Getriebefreiheitsgrad folgendermassen definiert:

Der Getriebefreiheitsgrad F stimmt mit der Anzahl relativer Bewegungen überein, die verhindert werden müssten, um alle Glieder des Getriebes bewegungsunfähig zu machen. Er bestimmt im Allgemeinen die Anzahl der Getriebeglieder, die in einem Getriebe unabhängig voneinander angetrieben werden können.

Der Getriebefreiheitsgrad F ist von der Zahl n der Glieder (einschliesslich Gestell), der Zahl g der Gelenke mit dem jeweiligen Gelenkfreiheitsgrad f und dem Bewegungsgrad b abhängig:

$$F = b(n - 1) - \sum_{i=1}^g (b - f_i) \quad (1.2)$$

$b = \text{Bewegungsgrad (Eben} = 3) \mid (\text{Raum} = 6)$ $n = \text{Anzahl Glieder (Gestell nur 1)}$ $f_i = \text{Freiheitsgrad Gelenk (Drehgelenk} = 1)$

Abb. 2 zeigt zwei Getriebe mit unterschiedlicher Anzahl Getriebefreiheitsgrade. Gleichung 1.3 ergibt für das Viergelenkgetriebe a) den Getriebefreiheitsgrad $F = 1$. Für das Fünfgelenkgetriebe b) ergibt sich $F = 2$.

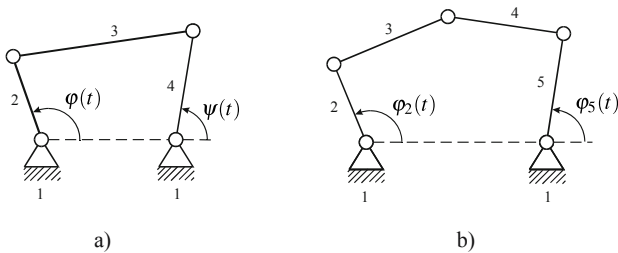


Abbildung 2: Getriebe, a) $F = 1$, b) $F = 2$. [9].

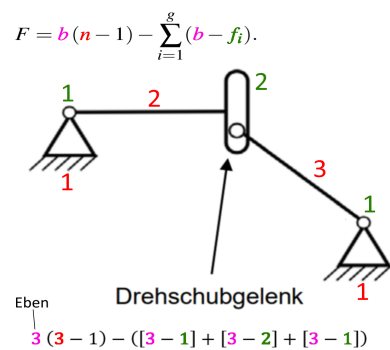
Vollständig bestimmt wenn :
Freiheitsgrade = Antriebe

Achtung Formel Funktioniert nicht immer

Abb. 3 zeigt ein Getriebe mit einem Zweifachgelenk. Mehrfachgelenke müssen in den Gleichung 1.2 und 1.3 mehrfach gezählt werden. Gedanklich kann das Zweifachgelenk in ein Drehgelenk 23 und ein Drehgelenk 24 aufgeteilt werden.

An diesem Beispiel zeigt sich auch, dass die Glieder 5 und 6 optional gezählt werden können. Wenn sie nicht gezählt werden, müssen die Gelenke 14 und 13 als Drehschubgelenke mit Gelenkfreiheitsgrad $f = 2$ betrachtet werden. Falls die Glieder 5 und 6 mitgezählt werden, kann Gleichung 1.3 verwendet werden und es ergibt sich der Getriebefreiheitsgrad $F = 1$.

Werden die Glieder 5 und 6 nicht mitgezählt, sondern als Drehschubgelenk behandelt, muss Gleichung 1.2 verwendet werden. Bei ebener Betrachtung ($b = 3$) ergibt sich ebenfalls Getriebefreiheitsgrad $F = 1$.



1.5 Struktursystematik

Mit der *kinematischen Kette* hat man sowohl eine wichtige Grundlage für die systematische Untersuchung von Getrieben als auch einen Ausgangspunkt für die planmässige Getriebeentwicklung geschaffen. Aus der kinematischen Kette wird ein Mechanismus, wenn ein Glied als Gestell festgelegt ist. Aus dem Mechanismus wird ein Getriebe, in dem ein oder mehrere Glieder je nach Freiheitsgrad als Antriebsglieder und Abtriebsglieder, führende oder geführte Glieder bestimmt werden. Erst durch diese Festlegung entstehen Mechanismen bzw. Getriebe. Es ist offensichtlich, dass aus einer Kette viele verschiedene Getriebe entwickelt werden können.

In Abb. 4 ist ein Beispiel zur Illustration der Struktursystematik dargestellt. Als Grundlage dient eine kinematische Kette mit vier Gliedern und vier Drehgelenken. Es können ein oder mehrere Drehgelenke durch Schubgelenke ersetzt werden (Darstellung durch Quadrat um Gelenk). Es ergeben sich drei mögliche Varianten, wie Schubgelenke eingebaut werden können (I bis III). Es ist bei der kinematischen Kette noch nicht bestimmt, welches Glied als Gestell festgelegt ist. Durch Festlegung eines Glieds als Gestell werden aus einer kinematischen Kette ein oder mehrere Getriebe. Mit dieser systematischen Herleitung der viergliedrigen Getriebe mit Schubgelenken werden alle möglichen Varianten von Getrieben abgedeckt.

kinematische Kette	Getriebe			Beispiel
I 	a 	b 		zu b
II 	c 	d 	e 	zu d
III 	f 			zu f

Abbildung 4: Viergliedrige Schubgelenkgetriebe. a) Kurbelschleife, b) Schubkurbel, c) Doppelschieber, d) Kreuzschubkurbel, e) Doppelschleife, f) Schubschleife. [2].

2 Kurvengetriebe

2.1 Einleitung

2.1.1 Gestaltung

Zur Realisierung von beliebigen Bewegungen innerhalb eines vorgegebenen Schwenkwinkels oder linearen Weges können Kurvengetriebe eingesetzt werden. Damit lassen sich hohe Kräfte bei gleichzeitig hohen Geschwindigkeiten und Beschleunigungen übertragen. Als Kurventräger können unrunde Scheiben verwendet werden. Das Eingriffsglied wird zur Verminderung der Reibung oft mit einer Rolle versehen. Abb. 5 zeigt zwei unterschiedliche Arten von Kurvengetrieben, wobei die Abtriebsbewegung a) linear und b) rotativ ist.

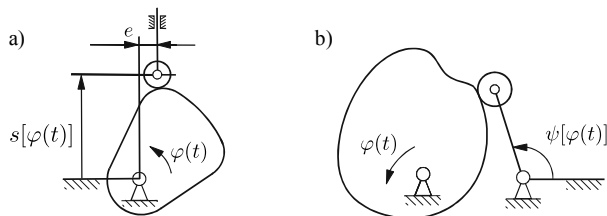


Abbildung 5: Bauformen, a) mit exzentrisch geradgeführtem Rollenstößel (Exzentrizität e), b) Kurvenscheibe mit Rollenhebel.

Die Elementpaarung kann entweder kraft- oder formschlüssig erfolgen. Bei Kraftschluss wird der Hebel bzw. Stößel entweder mit einer Feder oder mittels der Schwerkraft auf die Kurvenscheibe gepresst, wie in Abb. 6 a) dargestellt. Der Zwangslauf kann auch durch Formschluss erreicht werden. Dazu wird die Rolle beispielsweise in einer Nut in der Kurvenscheibe geführt (Abb. 6 b)).

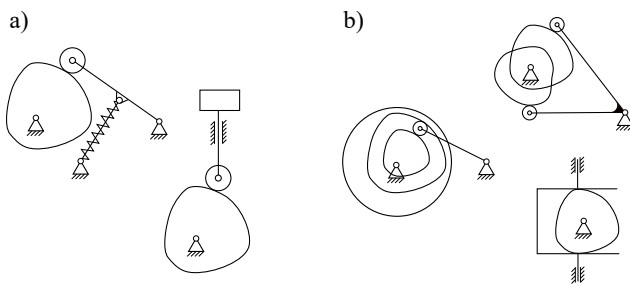


Abbildung 6: Kontaktarten, a) kraftschlüssig, b) formschlüssig. [12].

In Abb. 7 sind verschiedene konstruktive Beispiele für Bauformen von Kurvengetrieben dargestellt.

2.1.2 Begriffe

Die wichtigsten Begriffe in Zusammenhang mit Kurvengetrieben sind in [5] definiert. Hier ein Auszug:

Kurvengetriebe: ist ein Getriebe, das mindestens ein Kurvenge lenk mit wenigstens einer Führungskurve enthält.

Kurvenge lenk: ist ein Gliederpaar, dessen Glieder Rollgleiten gegeneinander erlauben, wobei die Grenzfälle Rollen und Gleiten mit einbegriffen sind.

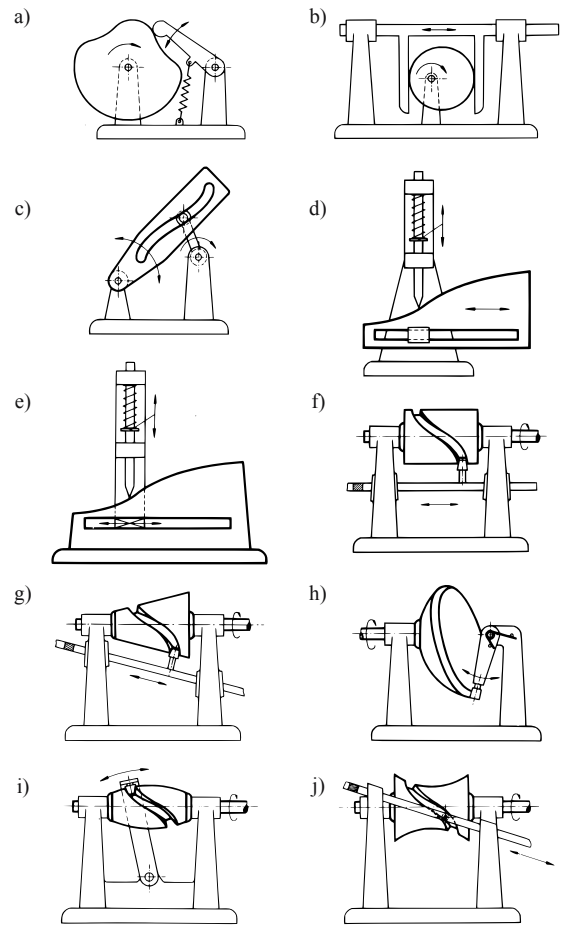


Abbildung 7: Kurvenglieder, a) Kurvenscheibe, b) Exzentrerscheibe, c) Kurvenschwinge, d) Kurvenschieber, e) Kurvengestell, f) Kurvenzylinder, g) Kurvenkegel, h) Kurvenkugel, i) Kurvengloboid, j) Kurvenhyperboloid. [5].

Führungskurve: ist das Element des Kurvenge lenks, das die Bewegung des Eingriffsgliedes bewirkt.

In [9] wird der Unterschied zwischen Führungs- und Arbeitskurve erläutert. Der Abstand zwischen diesen zwei Kurven ist von der Form des Eingriffsgliedes abhängig.

Führungskurve: Bahn des Rollenmittelpunkts, wenn das Eingriffsglied eine Rolle ist.

Arbeitskurve: Kontur der Kurvenscheibe.

2.2 Bewegungsübertragung

In diesem Kapitel wird exemplarisch auf ebene Kurvenscheiben mit einem Rollenstößel als Abtriebsglied (Abb. 5 a)) eingegangen. Die Überlegungen und Berechnungen für andere Arten von Kurvengetrieben verlaufen analog. Die Betrachtungen in diesem Kapitel werden jeweils für die Führungskurve gemacht. Mit einem Rollenstößel als Abtriebsglied verläuft die effektive Kontur der Kurvenscheibe (Arbeitskurve) in konstantem Abstand zur Führungskurve. Der Abstand ist gleich dem Rollenradius.

2.2.1 Bewegungsgesetz

Die gewünschte Bewegung des Rollenstössels wird in einem Bewegungsplan dargestellt (Abb. 8 a)). Damit die übertragenen Beschleunigungen und somit Kräfte möglichst klein werden, wird der Bewegungsplan mit geeigneten Bewegungsfunktionen «geglättet», es entsteht das Bewegungsdiagramm (Abb. 8 b)).

Mit den im Bewegungsdiagramm hinterlegten Bewegungsfunktionen lassen sich der Weg (Hub) $s(t)$, die Geschwindigkeit $\dot{s}(t)$ sowie die Beschleunigung $\ddot{s}(t)$ des Abtriebsglieds (Stössel) in Funktion der Zeit bestimmen. Der Hub $s(\varphi)$ kann auch als Funktion des Antriebswinkels φ ausgedrückt werden und ist in dieser Form eine reine Funktion der Geometrie der Kurvenscheibe.

Mit der Kettenregel der Ableitung gelten

$$\dot{s}[\varphi(t)] = s'[\varphi(t)] \cdot \dot{\varphi}(t) \quad (2.1)$$

$$\ddot{s}[\varphi(t)] = s''[\varphi(t)] \cdot \dot{\varphi}(t) \cdot \dot{\varphi}(t) + s'[\varphi(t)] \cdot \ddot{\varphi}(t), \quad (2.2)$$

wobei ' die Ableitung nach φ bedeutet. Der Antrieb erfolgt in aller Regel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi} = \text{const.}$ In diesem Fall gilt

$$\dot{s}[\varphi(t)] = s'[\varphi(t)] \cdot \omega \quad (2.3)$$

$$\ddot{s}[\varphi(t)] = s''[\varphi(t)] \cdot \omega^2. \quad (2.4)$$

Der Geschwindigkeitsverlauf des Rollenstössels ist also linear abhängig von der Drehzahl, und der Beschleunigungsverlauf ist abhängig vom Quadrat der Drehzahl.

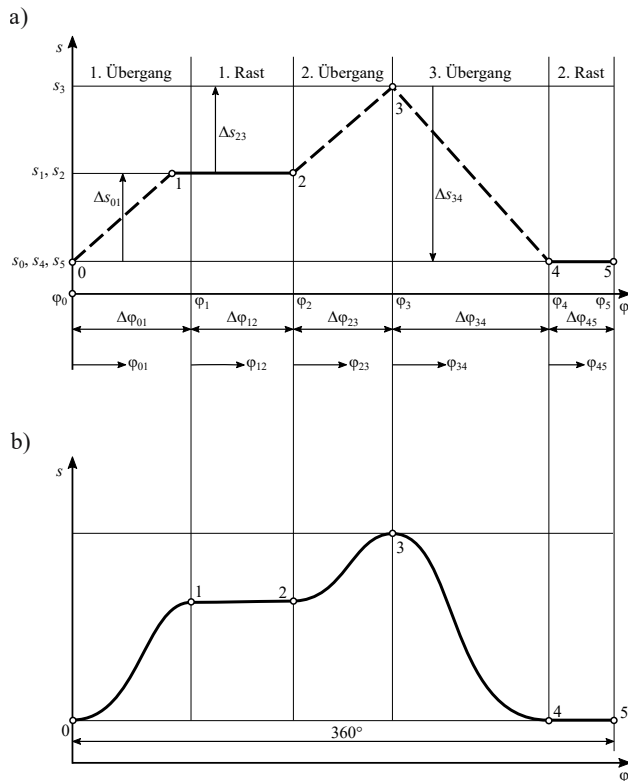


Abbildung 8: a) Bewegungsplan, b) Bewegungsdiagramm.

Beispiel: Harmonischer Exzenter

Als kleiner Exkurs soll ein Kurvengetriebe ohne Rolle betrachtet werden, nämlich ein harmonischen Exzenter (Abb. 9). Es sollen

die Position s des Abtriebsglieds sowie dessen Geschwindigkeit v und Beschleunigung a berechnet werden. Die Ausgangsposition $\varphi = \omega t = 0$ sei definiert als diejenige Position, in welcher sich das Kreiszentrum auf der gleichen Höhe wie das Drehlager befindet. s werde von der Höhe des Lagers aus gemessen. Es gelten

$$s = R + e \cdot \sin(\varphi) \quad (2.5)$$

$$v = \dot{s} = \omega \cdot e \cdot \cos(\varphi) \quad (2.6)$$

$$a = \ddot{s} = -\omega^2 \cdot e \cdot \sin(\varphi). \quad (2.7)$$

Mit dem harmonischen Exzenter ist somit keine zeitlich gedehnte Rast möglich. Der Stössel befindet sich nur momentan im Stillstand, wie aus Gleichung 2.6 zu erkennen ist.

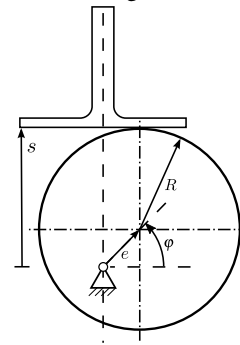


Abbildung 9: Harmonischer Exzenter.

2.2.2 Normierte Übertragungsfunktionen

Um wie in Kapitel 2.2.1 erwähnt die Wegverläufe am Abtrieb möglichst glatt zu gestalten, sind Übertragungsfunktionen nützlich. Um sie untereinander vergleichen zu können, werden sie in einer normierten Form dargestellt (Abb. 10). Dazu wird über ein normiertes Zeitintervall ($0 \leq z \leq 1$) der normierte Weg (Hub) ($0 \leq f \leq 1$) abgetragen.

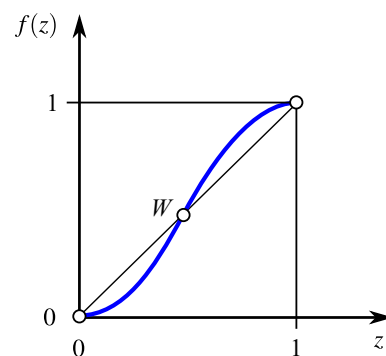


Abbildung 10: Symmetrische normierte Übertragungsfunktion $f(z)$. Die Funktion geht durch die Punkte $(0, 0)$ und $(1, 1)$ sowie durch den Wendepunkt W an der Koordinate $(0.5, 0.5)$.

Zu jedem Bewegungsabschnitt i in Abb. 8 gehört für $s(\varphi)$ ein Teilhub $\Delta s_{i-1,i} = s_i - s_{i-1}$. Dem Bewegungsabschnitt wird ein Bewegungsgesetz

$$s(\varphi) = s_{i-1} + \Delta s_{i-1,i} \cdot f_{i-1,i} \quad (2.8)$$

zugeordnet. $f_{i-1,i}$ ist die normierte Übertragungsfunktion. $z_{i-1,i}$ ist die normierte Zeit, resp. bei konstanter Antriebswinkelge-

geschwindigkeit, der normierte Drehwinkel im Bewegungsabschnitt $[i-1, i]$

$$t = t_{i-1} + \Delta t_{i-1,i} \cdot z \quad \leftrightarrow \quad z = \frac{t - t_{i-1}}{\Delta t_{i-1,i}} \quad (2.9)$$

und bei konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit ω

$$z = \frac{\omega t - \omega t_{i-1}}{\omega \Delta t_{i-1,i}} = \frac{\varphi - \varphi_i}{\Delta \varphi_{i-1,i}}. \quad (2.10)$$

Die Geschwindigkeit v des Rollenstössels ergibt sich aus folgenden Überlegungen

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{df} \cdot \frac{df}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = \Delta s_{i-1,i} \cdot \frac{df}{dz} \cdot \frac{1}{\Delta t_{i-1,i}}. \quad (2.11)$$

Mit $\varphi = \omega \cdot t$ ergibt sich

$$v = \frac{df}{dz} \cdot \frac{\Delta s_{i-1,i}}{\Delta \varphi_{i-1,i}} \cdot \omega. \quad (2.12)$$

Auf analoge Weise ergibt sich für die Beschleunigung $a = \ddot{s}$ des Rollenstössels folgender Zusammenhang (unter Annahme konstanter Antriebswinkelgeschwindigkeit ω):

$$a = \frac{d^2 f}{dz^2} \cdot \frac{\Delta s_{i-1,i}}{(\Delta \varphi_{i-1,i})^2} \cdot \omega^2. \quad (2.13)$$

In Abb. 11 ist eine Auswahl normierter symmetrischer Übertragungsfunktionen dargestellt. Als Kennwerte für den Vergleich werden die Koeffizient C_v für die Geschwindigkeit und C_a für die Beschleunigung angegeben. Beide Werte sind dimensionslos und geben die Maximalwerte der Geschwindigkeit bzw. der Beschleunigung an. Es sind jeweils die erste Ableitung $f'(z)$, die zweite Ableitung $f''(z)$ sowie die dritte Ableitung $f'''(z)$, die sogenannte Ruckkurve mit dem Ruckkennwert C_j angegeben. Um das Verhalten des dynamischen Systems besser beurteilen zu können, wird ausserdem die Kurve des Produktes $f'(z) \cdot f''(z)$ aufgeführt. Der Verlauf des Antriebsmoments infolge abtriebsseitiger Trägheitskräfte hängt von diesem Produkt ab. Deshalb wird der Maximalwert dieser Kurve als dynamischer Momentenkennwert $C_{M,dyn}$ bezeichnet.

Bezeichnung	Kennwert
Geschwindigkeitskennwert	$C_v = \max(f'(z))$
Beschleunigungskennwert	$C_a = \max(f''(z))$
Ruckkennwert	$C_j = \max(f'''(z))$
Statischer Momentenkennwert	$C_{M,stat} = C_v$
Dynamischer Momentenkennwert	$C_{M,dyn} = \max(f'(z) \cdot f''(z))$

Tabelle 1: Bewegungskennwerte.

2.2.3 Begriffe Stoss und Ruck

Bei der Lösung einer praktischen Aufgabenstellung muss ein entsprechend geeignetes Bewegungsgesetz gewählt werden. Insbesondere werden in der Regel «Stoss- und Ruckfreiheit» angestrebt.

Ein Knick im Wegverlauf hat einen Geschwindigkeitssprung zur Folge. Man spricht von einem *Stoss*. Die Beschleunigung wird in diesem Punkt unendlich gross. Ein endlicher Sprung der Beschleunigung wird als *Ruck* bezeichnet. Dabei sind die Wegkurven tangential, aber mit unterschiedlichem Krümmungsradius ausgeblendet.

In Abb. 12 sind die Weg-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverläufe für einen Stoss und einen Ruck dargestellt. Tangentiale Übergänge im Weg-Zeit Verlauf führen zu Knickstellen im Geschwindigkeitsverlauf und zu Sprungstellen im Beschleunigungsverlauf. Soll der Verlauf der Beschleunigung frei von Sprungstellen sein, so müssen die an einer Übergangsstelle zusammenstossenden Weg-Zeit Kurven gleich grosse und gleich gerichtete Krümmungsradien haben. Es müssen also stetige Krümmungsradien vorliegen.

2.2.4 F- und P-Kurvenscheiben

Um das Bewegungsdiagramm aus Abb. 8 b) (oder ein beliebiges Bewegungsdiagramm) zu realisieren, sind grundsätzlich zwei unterschiedliche Arten von Kurvenscheiben möglich. Ist der jeweilige positive Richtungssinn der An- und Abtriebsbewegung von Kurvenscheibe und Eingriffsglied vorgegeben, so bewegt sich der Eingriffsgliedpunkt B beim Hubanstieg vom Kurvenscheibendrehpunkt A_0 weg (Zentrifugalbewegung, Abb. 13 a)) oder zu ihm hin (Abb. 13 b)). Im ersten Fall spricht man von einem F-Kurvengetriebe (Zentrifugalkurvengetriebe), im zweiten Fall von einem P-Kurvengetriebe (Zentripetalkurvengetriebe). Die sich bei gleicher Übertragungsfunktion ergebenden Kurvenscheiben der beiden Getriebetypen sind im Allgemeinen nicht kongruent. Welche der beiden Kurvenscheiben grösser ist, hängt von der Grösse der Rastwinkel ab.

2.2.5 Zusammengesetzte (unsymmetrische) Übertragungsfunktionen

Für die Erfüllung spezieller Übertragungsverhalten wie beispielsweise mehrstufige Beschleunigungen oder vorgegebene Wendepunkte können Übertragungsfunktionen verwendet werden, die sich aus zwei symmetrischen normierten Übertragungsfunktionen zusammensetzen. Das Vorgehen ist in Appendix C beschrieben.

2.2.6 Berechnung der Führungs- und Arbeitskurve

Die Führungskurve (Rollenmittelpunktbahn) ist durch folgende Grössen eindeutig bestimmt:

- «Relativer Hubverlauf» $s(\varphi) - s_0$
- Hub in der Grundposition s_0
- Exzentrizität e
- P- oder F-Kurvenscheibe

Für die Kontur der Kurvenscheibe (Arbeitskurve) wird zudem der Radius r der Rolle benötigt.

Die Führungskurve oder Rollenmittelpunktbahn ($F_x(\varphi)$, $F_y(\varphi)$) kann in Parameterdarstellung in Abhängigkeit des Drehwinkels φ berechnet werden. Wie in Abb. 14 dargestellt kann man sich die Kurvenscheibe als feststehend denken und lässt den Rollenstössel mit entgegengesetztem Drehsinn um das Drehlager rotieren.

Zuerst muss der Winkel Φ_0 berechnet werden

$$\Phi_0 = \arccos\left(\frac{e}{R_0}\right), \quad (2.14)$$

wobei die Exzentrizität e positive oder negative Werte annehmen kann.

Normiert wenn: $f(z)$: $f(1)=1$ & $f(0)=0$
 Stossfrei wenn $f'(z)$: $f'(1)=1$ & $f'(0)=0$
 Ruckfrei wenn $f''(z)$: $f''(1)=1$ & $f''(0)=0$


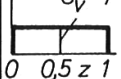
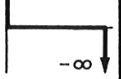
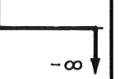
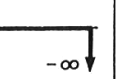
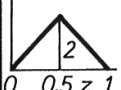
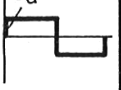


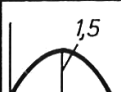
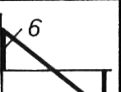
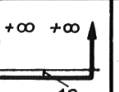
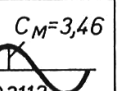

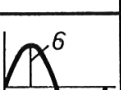
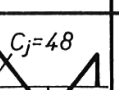
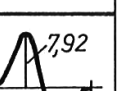
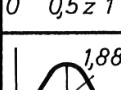
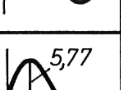
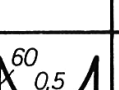
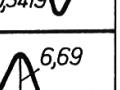
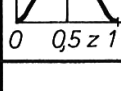
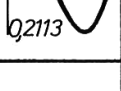
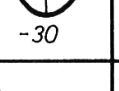
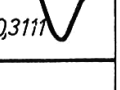
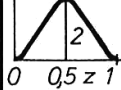
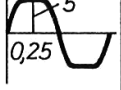
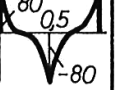
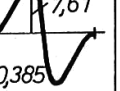
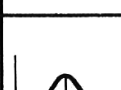
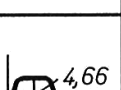
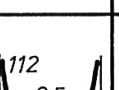
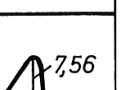
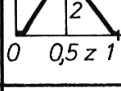
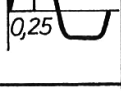
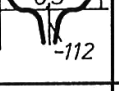
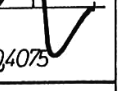
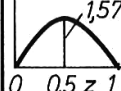
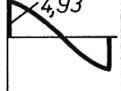
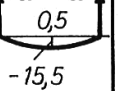
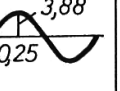
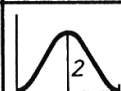
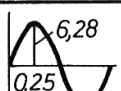
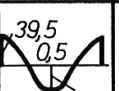
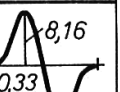
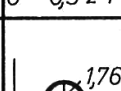
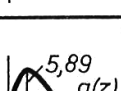
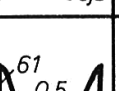
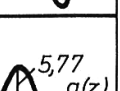
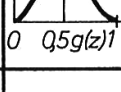
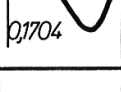
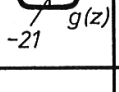
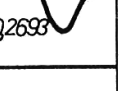
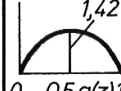
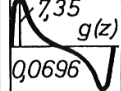
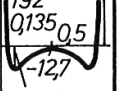
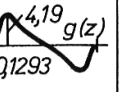
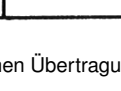
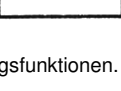
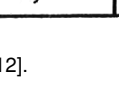
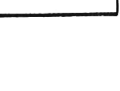
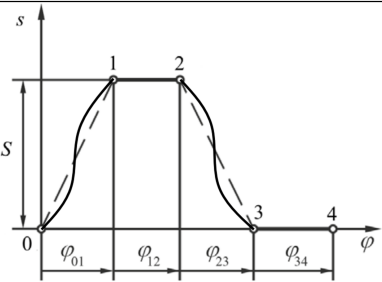
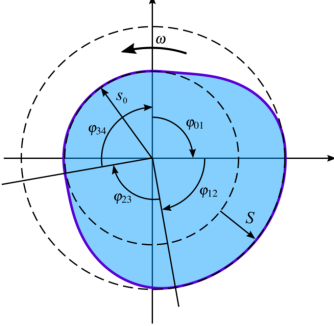
Bewegungs- gesetz	Normierte Übertragungsfunktion	Geschwindigkeit v				Stoss a	Ruck	Leistung
		$f'(z)$	$f''(z)$	$f'''(z)$	$f'(z) \cdot f''(z)$			
Gerade 1Polynom 1.Potenz	$f(z) = z$ 							
quadratische Parabel 2Polynom 2.Potenz	$z=0 \dots 0,5: f_1(z)=2z^2$							
	$z=0,5 \dots 1: f_2(z)=1-2(1-z)^2$							
kubische Parabel 2-3Polynom 3. Potenz	$f(z)=3z^2-2z^3$							
3-4 Polynom 4. Potenz	$z=0 \dots 0,5: f_1(z)=8(z^3-z^4)$							
	$z=0,5 \dots 1: f_2(z)=1-8[(1-z)^3-(1-z)^4]$							
3-4-5 Polynom 5. Potenz	$f(z)=10z^3-15z^4+6z^5$							
3-4-5-6 Polynom 6. Potenz	$z=0 \dots 0,5: f_1(z)=\frac{8}{3}(5z^3-15z^4+24z^5-16z^6)$							
	$z=0,5 \dots 1: f_2(z)=1-\frac{8}{3}[5(1-z)^3-15(1-z)^4+24(1-z)^5-16(1-z)^6]$							
3-4-5-6-7-8 Polynom 8. Potenz	$z=0 \dots 0,5: f_1(z)=\frac{8}{3}(7z^3-35z^4+112z^5-224z^6+256z^7-128z^8)$							
	$z=0,5 \dots 1: f_2(z)=1-\frac{8}{3}[7(1-z)^3-35(1-z)^4+112(1-z)^5-224(1-z)^6+256(1-z)^7-128(1-z)^8]$							
Sinuslinie (einfache Sinoide)	$f(z)=\frac{1}{2}[1-\cos(\pi z)]$							
Sinoide von Bestehorn $\alpha=0$	$f(z)=z-\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi z)$							
beschleunigungs- optimale geneigte Sinuslinie $\alpha=+0,134$	$f(z)=z-\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi z)$ $g(z)=z-\frac{0,134}{2\pi}\sin(2\pi z)$							
momenten- optimale geneigte Sinuslinie $\alpha=+0,41$	$f(z)=z-\frac{1}{2\pi}\sin(2\pi z)$ $g(z)=z-\frac{0,41}{2\pi}\sin(2\pi z)$							

Abbildung 11: Auswahl an normierten symmetrischen Übertragungsfunktionen. [12].

Kurvenscheibe		
	Weg Diagramm Abschnitt 01 $s(\varphi_{01}) = s_0 + \Delta s \cdot f(\varphi_{01})$ Abschnitt 12 $s(\varphi_{12}) = s_0 + \Delta s$ Abschnitt 23 $s(\varphi_{23}) = s_0 + \Delta s \cdot f(\varphi_{23})$ Abschnitt 33 $s(\varphi_{33}) = s_0$	Beschleunigung Diagramm $s(\varphi_{01})' = \frac{s(\varphi_{01})}{d\varphi}$ Ruck Diagramm $s(\varphi_{01})''$
	Qualitative Skizze Weg / Ruck / Beschleunigung Aus Tabelle zusammensetzen	
Beispiel Skizze		
Hat es Ruck / Stoss? Wenn die Funktion in der Tabelle Ruck / Stoss hat dann ja (Ruck / Stoss = wenn ∞)		
Max Geschwindigkeit beim Hubanstieg $v_{max} = v_{max\ Tabelle} \cdot \Delta s \cdot \frac{n \cdot 360}{60 \cdot \varphi_{abschnitt}}$	$\varphi = \text{Winkel [Grad]}$ $\Delta s = \text{Hub [mm]}$ $n = \text{Drehzahl [1/min]}$ $v_{max} = \text{Max Geschwindigkeit beim Hubanstieg [mm/s]}$	
Max Beschleunigung beim Hubanstieg $a_{max} = a_{max\ Tabelle} \cdot \Delta s \cdot \frac{\omega^2}{(\varphi_{abschnitt})^2}$	$\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit [Grad/s]}$ $m = \text{Masse [kg]}$ $F = \text{Kraft [N]}$	
Max Kraft $(a_{max} + 9.81) \cdot m_{Stössel} = F$		
Hertsche Pressung $\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{E}{(1 - \nu_{max}^2)} \frac{F}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)}$ <p>mit $E = 2 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2}$</p>	$E = \text{EModul [N/mm}^2]$ $v_{max} = \text{Geschwindigkeit [mm/s]}$ $F = \text{Kraft [N]}$ $b = \text{Breite [mm]}$ $r = \text{Radius [mm]}$ $\sigma_H = \text{Hertsche Pressung [N/mm}^2]$	
Rollenstössel nicht abhebt (kritisch bei abwärts Bewegung) $9.81 = a_{max\ Tabelle} \cdot \Delta s \cdot \frac{\omega^2}{(\varphi_{abschnitt})^2}$	$\Delta s = \text{Hub [m]}$ $\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit [Grad/s]}$ $\varphi = \text{Winkel [Grad]}$	

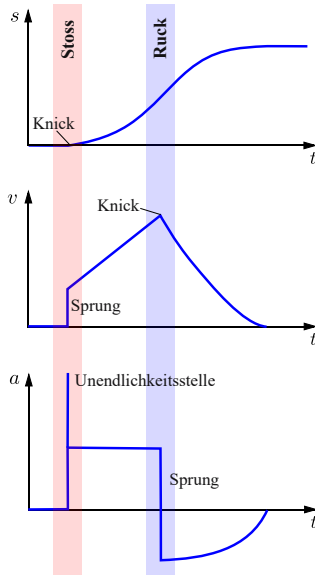


Abbildung 12: Bewegungsfunktion mit einem Stoss und einem Ruck.

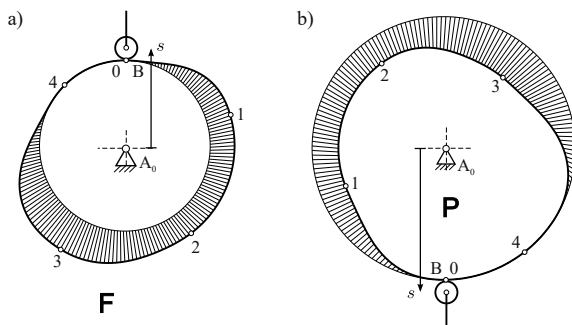


Abbildung 13: a) F-Kurvenscheibe, b) P-Kurvenscheibe. Für den Stössel resultiert bei beiden Kurvenscheiben die gleiche Bewegung.

Die Führungskurve (Rollenmittelpunktbahn) F ergibt sich zu

$$F_x(\varphi) = R_0 \cdot \cos(\Phi_0 - \varphi) + [s(\varphi) - s_0] \cdot \sin(\varphi) \quad (2.15)$$

$$F_y(\varphi) = R_0 \cdot \sin(\Phi_0 - \varphi) + [s(\varphi) - s_0] \cdot \cos(\varphi) \quad (2.16)$$

mit

$$R_0 = \sqrt{s_0^2 + e^2}. \quad (2.17)$$

Die Arbeitskurve kann aus der Führungskurve im CAD mit einem *Offset* konstruiert werden. Der Abstand der zwei Kurven ist konstant und gleich dem Radius r der Rolle. Die Arbeitskurve kann auch aus der Führungskurve berechnet werden. Dazu muss zuerst die Richtung der Normale n zu jedem bekannten Punkt der Führungskurve berechnet werden (Abb. 15).

2.3 Dimensionierung

Der Hub in der Grundposition s_0 und damit die Grösse einer Kurvenscheibe wird dadurch bestimmt, dass ein minimaler Übertragungswinkel μ_{\min} während einer Umdrehung nicht unterschritten werden darf. Die Dicke b der Kurvenscheibe wird dadurch bestimmt, dass die maximal zulässige Spannung σ_{zul} nicht überschritten werden darf.

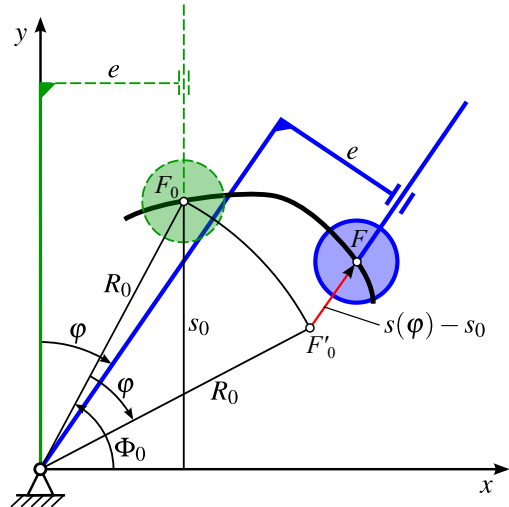


Abbildung 14: Zur Berechnung der Führungskurve. Die Kurvenscheibe wird als feststehend gedacht und gedanklich wird der Rollenstössel mit entgegengesetztem Drehsinn um das Drehlager rotiert.

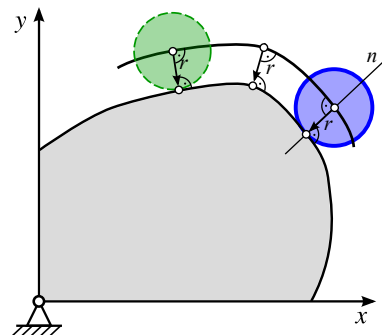


Abbildung 15: Zur Berechnung der Arbeitskurve.

2.3.1 Übertragungswinkel

Der Übertragungswinkel μ ist der Winkel zwischen der Tangente der Führungskurve t_F (parallel zur Tangente der Arbeitskurve t_A) und der Bewegungsrichtung des Rollenstössels, wie in Abb. 16 dargestellt. Er beträgt idealerweise 90° und darf einen bestimmten Winkel μ_{\min} nicht unterschreiten. Die Kraftübertragung erfolgt normal zur Führungskurve. Die Normalkraft F_N wird in die Komponenten in Bewegungsrichtung des Rollenstössels F_R und quer dazu F_Q zerlegt. Der Ablenkwinkel α ist der Winkel der Normale n und der Bewegungsrichtung des Rollenstössels. Es gilt die Beziehung $\alpha + \mu = 90^\circ$.

Damit die Querkraften auf die Lagerung nicht zu gross werden, darf der Übertragungswinkel nicht zu klein werden. Als Regel kann gelten:

Kurvengetriebe mit Rollenhebel langsam laufend ($n < 30 \text{ min}^{-1}$)	$\mu_{\min} > 45^\circ$
Kurvengetriebe mit Stössel oder schnell laufend ($n > 30 \text{ min}^{-1}$)	$\mu_{\min} > 60^\circ$

Zur Bestimmung des Hubs in der Grundposition s_0 ist der Übertragungswinkel $\mu(\varphi)$ entscheidend. Je kleiner eine Kurvenscheibe gestaltet wird, desto kleiner ist der Übertragungswinkel. Somit kann mit der Definition eines minimal erlaubten Übertra-

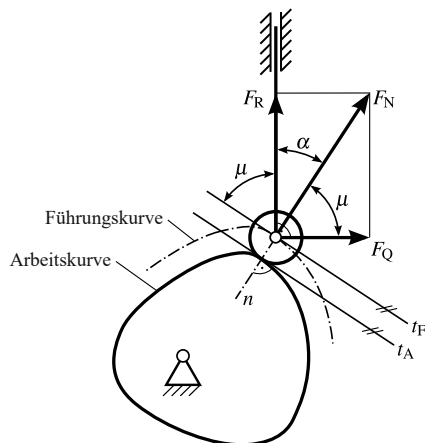


Abbildung 16: Ablenkswinkel α , Übertragungswinkel μ .

gungswinkels μ_{\min} die Mindestgröße einer Kurvenscheibe berechnet werden.

2.3.2 Hertzsche Pressung

Um die Dicke b der Rolle und Kurvenscheibe auszulegen, ist die Berechnung der *Herzschen Pressung* nötig. Je dicker Rolle und Kurvenscheibe sind, desto kleiner wird die Pressung. Mit Kenntnis der maximal zulässigen Herzschen Pressung $\sigma_{H,zul}$ ist es möglich, die minimale Dicke zu bestimmen. Für die Hertzsche Pressung gilt

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{F}{b} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} \quad (2.18)$$

mit

$$E = 2 \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad (2.19)$$

Für r_2 muss der jeweilige lokale Krümmungsradius der Kurvenscheibenkontur eingesetzt werden (Abb. 17).

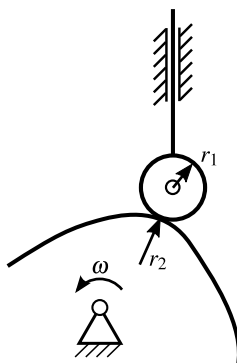


Abbildung 17: Krümmungsradien r_1 und r_2 für die Berechnung der Herzschen Pressung.

3 Koppelgetriebe

Koppelgetriebe werden in verschiedenen Industriezweigen eingesetzt. Damit werden beispielsweise in Textil-, Druck-, Verpackungs- oder Buchbindemaschinen spezielle Bewegungsabläufe realisiert. Dieses Kapitel stellt verschiedene Verfahren zur Masssynthese vor. Dabei werden Abmessungen von Getrieben so ermittelt, dass die anfangs gestellten Forderungen beim Übertragen von Bewegungen oder Führen von Gliedern erfüllt werden.

Geometrische Freiheitsgrade

Um zu bestimmen, wie viele Grössen für eine eindeutige Konstruktion gegeben sein müssen, macht die Betrachtung der *geometrischen Freiheitsgrade* (auch *Wertigkeit* genannt) Sinn. Die geometrischen Freiheitsgrade sind nicht zu verwechseln mit den Bewegungsfreiheitsgraden (z. B. Gelenke- oder Getriebefreiheitsgrad). Die Anzahl geometrischer Freiheitsgrade gibt an, wie viele Masse vom Konstruierenden gewählt werden dürfen und müssen. Ein Kriterium für die Festlegung dieser Grössen könnte z. B. sein, dass der Übertragungswinkel μ einen bestimmten Wert nicht unterschreiten darf.

3.1 Synthese ebener Koppelgetriebe

Dieses Kapitel behandelt beispielhaft nur *ebene viergliedrige Gelenkgetriebe*.

3.1.1 Totlagenkonstruktion

Die Totlage eines viergliedrigen umlauffähigen Getriebe ist gekennzeichnet durch den Nullwert der Geschwindigkeit des Abtriebsglieds bei kontinuierlich rotierendem Antriebsglied. Sie tritt innerhalb einer Bewegungsperiode zweimal auf und wird als innere (Index i) und äussere (Index a) Totlage bezeichnet. An dieser Stelle sollen beispielhaft die Kurbelschwinge (Abb. 18) und die Schubkurbel (Abb. 19) betrachtet werden.

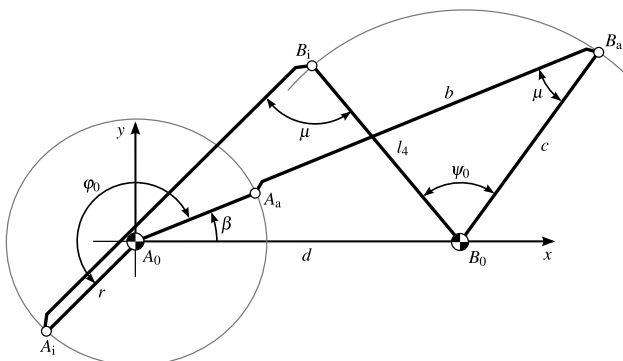


Abbildung 18: Kurbelschwinge in den zwei Totlagen.

Die Winkeldifferenz des Antriebs zwischen den zwei Totlagen heisst Antriebstotlagenwinkel φ_0 . Die Winkeldifferenz des Abtriebs (Kurbelschwinge) heisst Abtriebstotlagenwinkel ψ_0 resp. die Hubdifferenz (Schubkurbel) heisst Abtriebstotlagenhub s_0 . Die Zuordnung von φ_0 und ψ_0 resp. s_0 erfolgt im Bereich der Gleichlaufphase, das heisst $d\psi/d\varphi > 0$ resp. $ds/d\varphi > 0$.

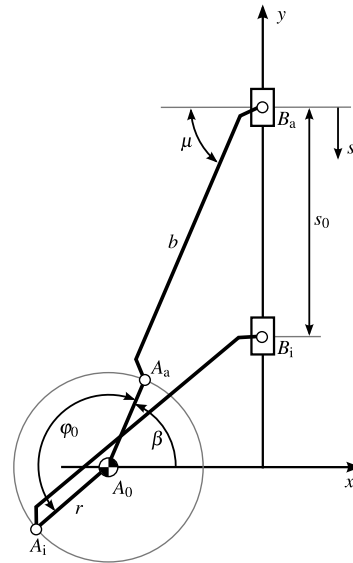


Abbildung 19: Schubkurbel in den zwei Totlagen.

Für eine konstante Antriebsdrehzahl gilt für die Hin- (H) und Rücklaufzeiten (R)

$$\frac{t_{\text{H}}}{t_{\text{R}}} = \frac{\varphi_0}{360 - \varphi_0}. \quad (3.20)$$

Kurbelschwinge

Um die Kurbelschwinge konstruieren zu können sind folgende Werte gegeben und gesucht:

Gegeben: d, φ_0, ψ_0

Gesucht: r, b, c

Mit den gegebenen Werten besteht immer noch ein geometrischer Freiheitsgrad, das heisst, es kann noch eine Grösse gewählt werden. Dies kann beispielsweise der sogenannte Auswahlwinkel β sein. β kann nach den folgenden Kriterien bestimmt werden:

- Wenn im Getriebe **quasi-statische Kräfte** dominieren, soll der minimale Übertragungswinkel μ_{\min} möglichst gross sein (\rightarrow übertragungsgünstiges Getriebe). β kann aus Abb. 55 (Seite 29) bestimmt werden.
- Wenn im Getriebe **dynamische Kräfte** dominieren, soll die maximale Beschleunigung am Abtrieb möglichst klein sein (\rightarrow beschleunigungsgünstiges Getriebe). β kann aus Abb. 56 oder 57 (Seiten 30 und 31) bestimmt werden.

Zur Berechnung der geometrischen Masse wird dann das Schema in Abb. 58 (Seite 32) verwendet.

Schubkurbel

Um die Schubkurbel konstruieren zu können sind folgende Werte gegeben und gesucht:

Gegeben: s_0, φ_0

Gesucht: r, b, e

Die Schubkurbel geht aus der Kurbelschwinge durch den Grenzübergang $c \rightarrow \infty$ und $d \rightarrow \infty$ hervor, d. h. es gilt $\psi_0 = 0$.

Auch hier kann β aus Abb. 55 bis 57 bestimmt werden. Zur Berechnung der gesuchten Werte kann das Schema in Abb. 59 auf Seite 32 verwendet werden.

3.1.2 Zuordnung von zwei Lagen von Antriebsglied und Abtriebsglied

Dieser Typ von Konstruktionsaufgabe geht von zwei Relativlagen von An- und Abtriebsglied aus. Das Vorgehen wird beispielhaft an einer Kurbelschwinge illustriert.

Die Konstruktion einer Kurbelschwinge mit zwei zugeordneten Lagen ($\varphi_{12} \rightarrow \psi_{12}$) ist in Abb. 20 dargestellt. Die Betrachtung der geometrischen Freiheitsgrade f ergibt folgendes Bild:

Bezeichnung	f
Kurbelschwinge ($C_0C_1D_1D_0$) in bestimmter Position	8
C_0 auf Koordinatenursprung	-2
D_0 auf x-Achse	-1
Lagenzuordnung ($\varphi_{12} \rightarrow \psi_{12}$)	-1
Wählbare Grössen	4

Es können oder müssen vier Grössen gewählt werden. In dieser Konstruktion seien dies die Anfangslage des Antriebsgliedes φ_1 , der Abstand l_1 der zwei Lagerpunkte C_0 und D_0 sowie die Gliedlängen l_2 und l_3 .

Gegeben: φ_1, l_1, l_2, l_3

Gesucht: Punkte C_1 und D_1 (D_0 ist trivial)

Konstruktionsbeschreibung:

1. l_2 mit φ_1 bei C_0 antragen $\rightarrow C_1$
2. Drehung von C_1 um C_0 mit $\varphi_{12} \rightarrow C_2$
3. Drehung von $\overline{D_0C_2}$ um D_0 mit $-\psi_{12} \rightarrow C_2'$
4. Mittelsenkrechte c'_{12} auf $\overline{C_1C_2'}$ \rightarrow 1. geom. Ort für D_1
5. Kreis um C_1 mit Radius $l_3 \rightarrow$ 2. geom. Ort für D_1

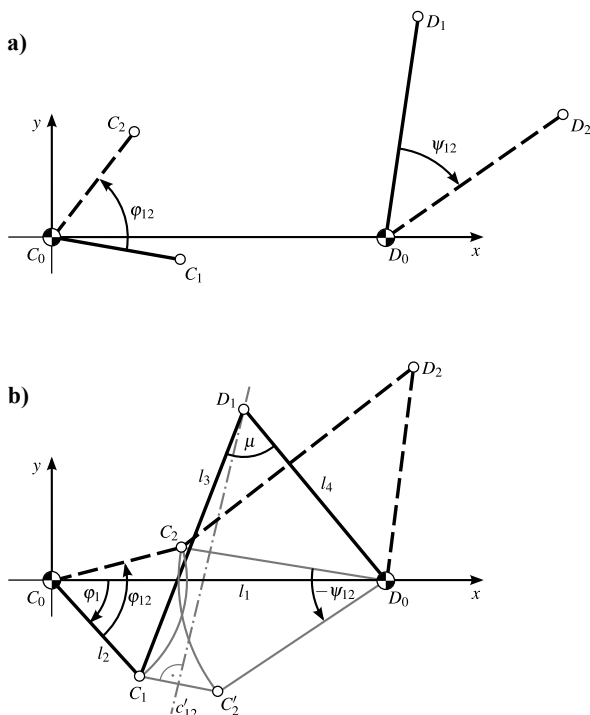


Abbildung 20: Konstruktion einer Kurbelschwinge mit zwei zugeordneten Lagen. a) Aufgabenstellung, b) Lösung.

3.1.3 Zuordnung von drei Lagen von Antriebsglied und Abtriebsglied

Das Vorgehen wird beispielhaft an einer Kurbelschwinge illustriert.

Die Konstruktion einer Kurbelschwinge mit drei zugeordneten Lagen ($\varphi_{12} \rightarrow \psi_{12}, \varphi_{13} \rightarrow \psi_{13}$) ist in Abb. 21 dargestellt. Die Betrachtung der geometrischen Freiheitsgrade f ergibt folgendes Bild:

Bezeichnung	f
Kurbelschwinge ($C_0C_1D_1D_0$) in bestimmter Position	8
C_0 auf Koordinatenursprung	-2
D_0 auf x-Achse	-1
Lagenzuordnung ($\varphi_{12} \rightarrow \psi_{12}$)	-1
Lagenzuordnung ($\varphi_{13} \rightarrow \psi_{13}$)	-1
Wählbare Grössen	3

Es können oder müssen drei Grössen gewählt werden. In dieser Konstruktion seien dies die Anfangslage des Antriebsgliedes φ_1 , der Abstand l_1 der zwei Lagerpunkte C_0 und D_0 sowie die Gliedlänge l_2 .

Gegeben: φ_1, l_1, l_2

Gesucht: Punkte C_1 und D_1 (D_0 ist trivial)

Konstruktionsbeschreibung:

1. l_2 mit φ_1 bei C_0 antragen $\rightarrow C_1$
2. Drehung von C_1 um C_0 mit $\varphi_{12} \rightarrow C_2$
3. Drehung von C_1 um C_0 mit $\varphi_{13} \rightarrow C_3$
4. Drehung von $\overline{D_0C_2}$ um D_0 mit $-\psi_{12} \rightarrow C_2'$
5. Drehung von $\overline{D_0C_3}$ um D_0 mit $-\psi_{13} \rightarrow C_3'$
6. Mittelsenkrechte c'_{12} auf $\overline{C_1C_2'}$ \rightarrow 1. geom. Ort für D_1
7. Mittelsenkrechte c'_{13} auf $\overline{C_1C_3'}$ \rightarrow 2. geom. Ort für D_1

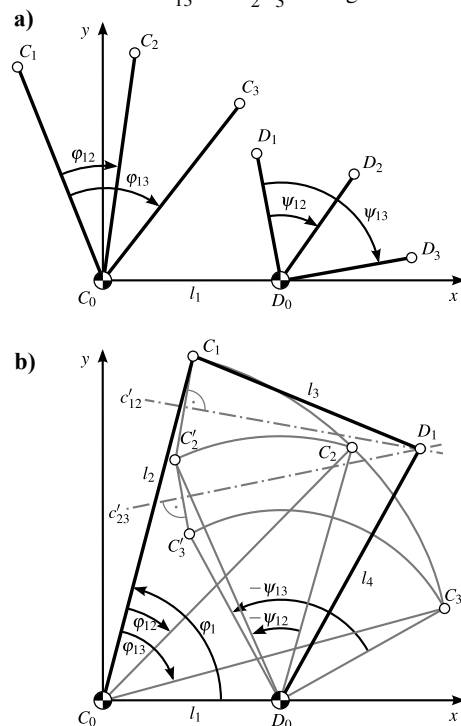


Abbildung 21: Konstruktion einer Kurbelschwinge mit drei zugeordneten Lagen. a) Aufgabenstellung, b) Lösung.

3.1.4 Gegebene Lagen der Koppel

Zwei gegebene Lagen, ein Gelenk

Nach der Lagedefinition der homologen Endpunkte können auf den Verbindungsstrecken dieser Punkte die Mittelsenkrechten l_s und l_u eingezeichnet werden. Wird in deren Schnittpunkt P das Lager gesetzt, werden beide Positionen erreicht. In Abb. 22 ist die entsprechende Konstruktion dargestellt.

Homologe Punkte sind Punkte, die bei der Deckung (Kongruenz von Figuren) aufeinander fallen.

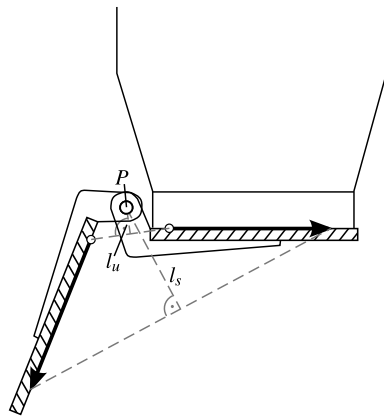


Abbildung 22: Konstruktion eines Eingelenks mit zwei gegebenen Lagen. [11].

Zwei gegebene Lagen, vier Gelenke

Wenn, wie bei Eingelenk beschrieben, ein nicht brauchbarer Drehpunkt entsteht, wird auf den zwei Lagen frei je ein neuer Drehpunkt gewählt. Dadurch wird die Lage der Drehpunkte so wählbar, dass den räumlichen Anforderungen frei entsprochen werden kann. In Abb. 23 ist die entsprechende Konstruktion dargestellt.

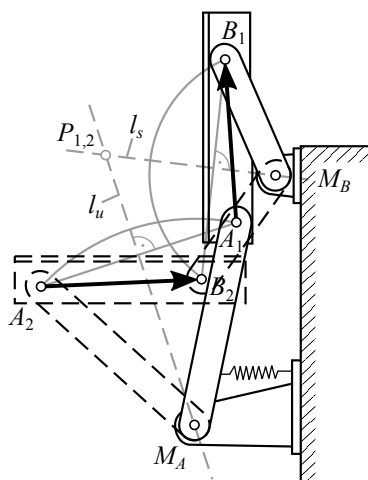


Abbildung 23: Konstruktion eines Zweigelenks mit zwei gegebenen Lagen. [11].

Drei gegebene Lagen, vier Gelenke

Als Beispiel dient ein Gelenkviereck. Gegeben sei ein schwenkbarer Behälter, von dem drei Lagen bekannt sind.

Im Folgenden werden zwei Verfahren vorgestellt, um die Aufgabe zu lösen. Beide Lösungswege sind von ihrer Betrachtungsweise her ähnlich. Je nach Wahl der Punkte muss die Konstruktion zum Erreichen einer brauchbaren Lösung mehrere Male durchgeführt werden.

Die Kippbewegung des Behälters wird durch drei Lagen, hier als Pfeile dargestellt, gekennzeichnet.

Variante 1: Gegebene bewegte Gelenkpunkte

Die Konstruktion der festen Gelenkpunkte M_A und M_B bei gegebenen bewegten Gelenkpunkten A und B ist in Abb. 24 dargestellt.

Gegeben: Lagen 1, 2 und 3, Gelenkpunkte A_1 und B_1 (in Lage 1)

Gesucht: M_A, M_B

Konstruktionsbeschreibung:

1. Konstruktion der homologen Punkte A_2, A_3, B_2, B_3
2. Mittelsenkrechte a_{12} auf $A_1A_2 \rightarrow$ 1. geom. Ort für M_A
3. Mittelsenkrechte a_{23} auf $A_2A_3 \rightarrow$ 2. geom. Ort für M_A
4. Mittelsenkrechte b_{12} auf $B_1B_2 \rightarrow$ 1. geom. Ort für M_B
5. Mittelsenkrechte b_{23} auf $B_2B_3 \rightarrow$ 2. geom. Ort für M_B

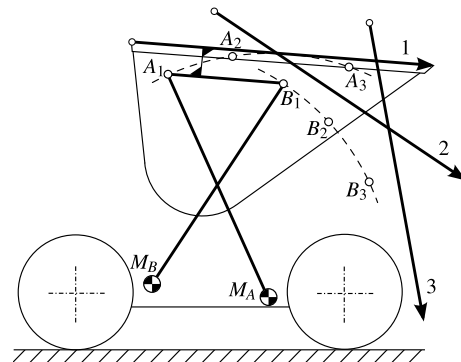


Abbildung 24: Mehrgelenkconstruction mit drei gegebenen Lagen und Wahl der bewegten Gelenke. [11].

Variante 2: Gegebene fixe Gelenkpunkte

Die Konstruktion der bewegten Gelenkpunkte A und B bei gegebenen fixen Gelenkpunkten M_A und M_B ist in Abb. 25 dargestellt. Als Referenz dient Lage 1. Zuerst sind die homologen Punkte der fixen Gelenkpunkte M_{A1}^1 und M_{B1}^1 zu konstruieren. Dabei ist z. B. M_{A2}^1 der Punkt in Lage 1, unter welchem in Lage 2 der Gelenkpunkt M_{A1}^1 gesehen wird.

Gegeben: Lagen 1, 2 und 3, Gelenkpunkte M_A und M_B

Gesucht: A_1, B_1

Konstruktionsbeschreibung:

1. Konstruktion der homologen Punkte $M_{A2}^1, M_{A3}^1, M_{B2}^1, M_{B3}^1$
2. Mittelsenkrechte a_{12} auf $M_{A1}^1M_{A2}^1 \rightarrow$ 1. geom. Ort für A_1
3. Mittelsenkrechte a_{23} auf $M_{A2}^1M_{A3}^1 \rightarrow$ 2. geom. Ort für A_1
4. Mittelsenkrechte b_{12} auf $M_{B1}^1M_{B2}^1 \rightarrow$ 1. geom. Ort für B_1
5. Mittelsenkrechte b_{23} auf $M_{B2}^1M_{B3}^1 \rightarrow$ 2. geom. Ort für B_1

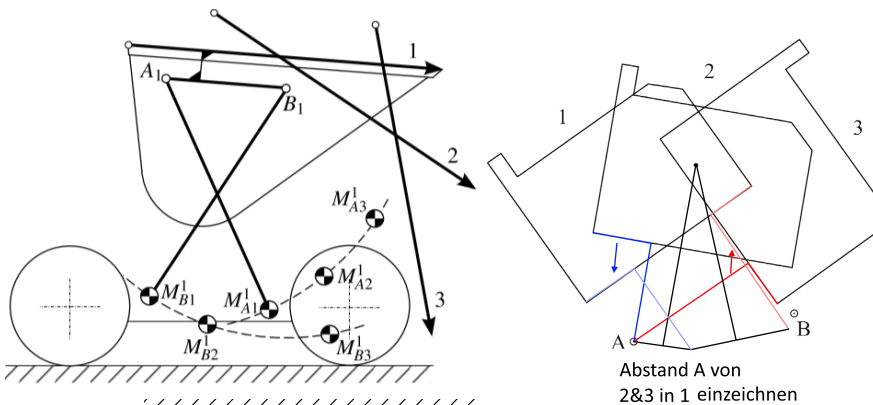


Abbildung 25: Mehrgelenkkonstruktion mit drei gegebenen Lagen und Wahl der festen Drehpunkte. [11].

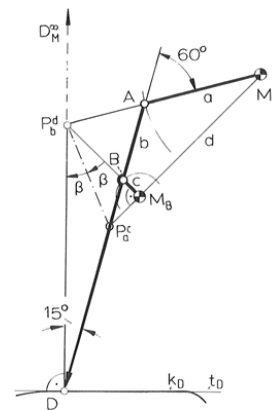


Abbildung 27: Konstruktion einer ungefähren Geradföhrung.

3.2 Geradföhrung

Wie konstruiert man eine Geradföhrung? Diese Frage war sehr wichtig für die Ingenieure im 18. und 19. Jahrhundert. Es ging dabei vor allem um die Frage, wie eine Kolbenstange gerade in einem Dampfzylinder geföhrte werden kann (Abb. 26). Der britische Mathematiker Alfred Bray Kempe veröffentlichte 1877 das Buch *How to Draw a Straight Line* [8]. Darin gibt er einen Überblick über die bis dahin gefundenen Möglichkeiten für Geradföhrungen.

Es war zu jener Zeit schwierig, gute Schubgelenke zu fertigen. Drehgelenke hingegen konnten in guter Qualität hergestellt werden. Deshalb musste die (ungefähre) Geradföhrung mit einer Kombination von Drehgelenken realisiert werden.

Lange Zeit war man der Meinung, dass es mit Drehgelenken unmöglich ist, eine *exakte* Geradföhrung zu konstruieren. Erst 1864 gelang Charles Nicolas Peaucellier die Konstruktion einer exakten Geradföhrung durch eine Kombination von Drehgelenken (Kap. 3.2.2).

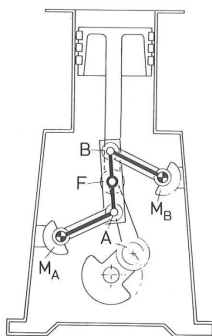


Abbildung 26: Kolbenstangenföhrung. Hier realisiert mit einem Watt-Getriebe. [11].

3.2.1 Ungefähre Geradföhrung

Eine Möglichkeit einer Konstruktion einer ungefähren Geradföhrung ist in Abb. 27 dargestellt. DD_M^∞ wird senkrecht zur gewünschten Gerade gezeichnet. DA ist 15° gegenüber DD_M^∞ geneigt. Der Abstand DA kann gewählt werden. Eine durch A föhrende um 60° gegenüber AD gedrehte Gerade schneidet DD_M^∞ in P_b^d . ABP_b^d ist ein gleichseitiges Dreieck. P_a^c liegt auf der Winkelhalbierenden des Winkels DP_b^dA . Die Gerade $P_a^cM_A$ bildet mit P_b^dB einen rechten Winkel.

Ungefähre Geradföhrung: Lenker von Roberts

In Abb. 28 ist der Lenker von Roberts dargestellt. Die beiden Stäbe $M_C C$ und $M_D D$ haben die gleiche Länge. Dieses Getriebe wird beispielsweise für den Antrieb eines Mähmessers verwendet.

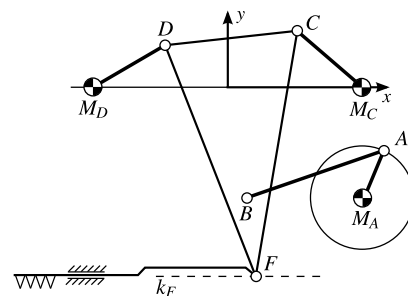


Abbildung 28: Lenker von Roberts. [11].

3.2.2 Exakte Geradföhrung

Peaucellier Cell

In Abb. 29 ist die Peaucellier Cell dargestellt. Es handelt sich dabei um eine exakte Geradföhrung. F fährt genau auf der Vertikalen k_F . Das Getriebe besteht aus sieben Stäben. Später wurden Getriebeformen entdeckt, die mit nur fünf Stäben eine exakte Geradföhrung ermöglichen (Hart's linkage bzw. Hart's A-frame [1]).

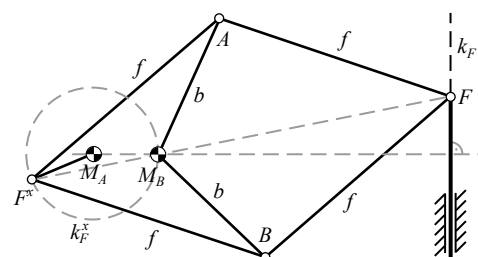


Abbildung 29: Peaucellier Cell. [11].

4 Drehschrittgetriebe

In vielen Teilen der Technik gibt es Bewegungsaufgaben, bei denen eine Schrittbewegung erzeugt werden muss. Darunter versteht man eine in einer Richtung fortlaufende, durch Ruhezustände unterbrochene Bewegung. Diese Bewegungs-Ruhe-Folgen können auf die verschiedene Arten erzeugt werden. Interessant sind dabei Getriebe, welche bei kontinuierlich laufendem rotatorischen Antrieb eine drehende Schrittbewegung am Abtrieb generieren.

4.1 Lösungsansätze für Schrittbewegungen

In Abb. 30 sind einige Ansätze für Getriebe dargestellt, deren Abtrieb, bei gleichförmigem Antrieb, eine Schrittbewegung macht.



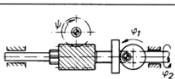
Prinzip	Nr.	Beispiele	Wesentliche Eigenschaften
Getriebe	1	 Malteserkreuzgetriebe	Stillstandsverriegelung flache Bauweise leichte Herstellbarkeit
	2	 Kurvengetriebe	Stillstandsverriegelung stoß- und ruckfrei hohe Steifigkeit
	3	 Summiergetriebe	Rast und Bewegungsablauf verstellbar
Schaltkupplung	4	Kupplungs-Brems-Kombinationen, Eintourenkupplung	Sehr große Schrittfolgen möglich
Schrittmotor	5	elektrischer Schrittmotor, hydraulischer Schrittmotor, pneumatischer Schrittmotor	Der Motor selbst erzeugt die Schrittbewegung. Das Erreichen der jeweiligen Sollposition kann lagegeregelt sein.
geregelter Motor	6	Gleichstrom-Scheibenläufer-Motor	Kurze Positionierzeit, keine Stillstandsverriegelung
Stick-Slip-Effekt	7	Feder-Masse-Systeme	Ein kontinuierlicher Antrieb lässt einen Federspeicher, bis eine Grenzkraft überschritten wird. Die angefahrte Position hängt von den dynamischen Eigenschaften des Systems ab.

Abbildung 30: Prinzipien zum Erzeugen von Schrittbewegungen. [6].

4.2 Begriffe

Detaillierte Erklärungen von Begriffen in Zusammenhang mit Drehschrittgetrieben sind in [6] zu finden. Die wichtigsten Begriffe sind:

Schrittwinkel: Der Schrittwinkel ψ_S am Abtrieb ist der Differenz-Winkel zweier aufeinanderfolgender Rasten.

Schaltwinkel: Der Schaltwinkel Φ_S ist der Antriebswinkel, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rastlagen durchlaufen wird.

Rastwinkel: Der Rastwinkel Φ_R ist der Antriebsdrehwinkel während einer Rast.

Bezogene Abtriebs-Rastabweichung: Bei Schrittbewegungen tritt der Ruhezustand der Abtriebsbewegung als «exakte Rast» oder «genäherte Rast» auf. Die Rastabweichung $\Delta\Phi_R$ gibt bei genäherten Rasten die Schwankungsbreite

der Abtriebslagen um eine mittlere Rastlage Φ_R an. Die bezogene Abtriebs-Rastabweichung ist $P = \Delta\Phi_R / \Phi_R$, das heisst die auf den vorausgegangenen Bewegungsabschnitt bezogene Rastabweichung. Sie ist ein Mass für die Rastgüte.

4.3 Konstruktionen von Drehschrittgetrieben

Grundsätzlich kann der Konstrukteur oder die Konstrukteurin ein eigenes von ihm oder ihr entwickeltes Getriebe erarbeiten. Es ist hilfreich, bei der Planung und Realisierung eines Schrittgetriebes auf einen Auswahlkatalog zurückgreifen zu können. Viele Konstruktionen können nur beschränkt eingesetzt werden, sei dies wegen der geforderten Achslage oder den geforderten Stillstandszeiten im Vergleich zum Gesamtzyklus. Deshalb macht es Sinn, die verschiedenen Gestaltungsmöglichkeiten in ihren Grundformen zu unterscheiden.

Dieses Kapitel soll den Einstieg in die Auswahl und Auslegung ermöglichen, und anhand von einem Beispiel aufzeigen, wie für bestimmte Anforderungen die geeignete Konstruktion gefunden wird.

4.3.1 Grundformen

Die Grundformen von Drehschrittgetrieben sind mit der benötigten Achsgeometrie, dem Übertragungsverhalten und allfälligen Besonderheiten im konstruktiven Grundkatalog [6] aufgelistet.

Die möglichen Variationen zu den Grundformen sind im konstruktiven Variantenkatalog [6] zusammengeführt.

4.3.2 Stillstandsicherungen

Je nach Aufgabenstellung kann es wichtig sein, dass sich das Drehschrittgetriebe während der Rast nicht drehen kann. Dies kann durch eine Stillstandsicherung realisiert werden. Einige Varianten für die Stillstandsicherung werden in Abb. 31 aufgezeigt.

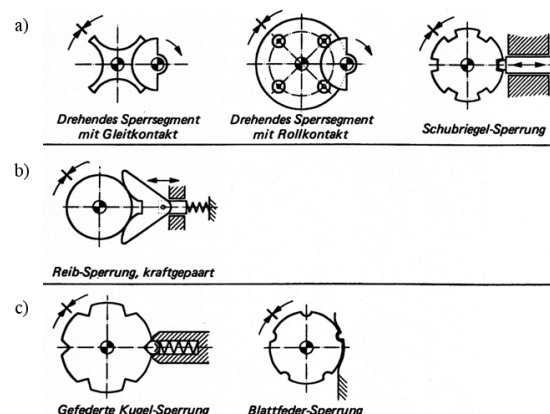


Abbildung 31: Stillstandsicherungen, a) Formschluss, b) Kraftschluss, c) Form-Kraftschluss. [6].

4.2 Begriffe

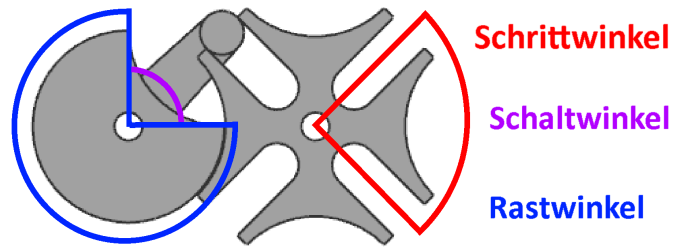
Detaillierte Erklärungen von Begriffen in Zusammenhang mit Drehschrittgetrieben sind in [6] zu finden. Die wichtigsten Begriffe sind:

Schrittwinkel: Der Schrittwinkel ψ_S am Abtrieb ist der Differenz-Winkel zweier aufeinanderfolgender Rasten.

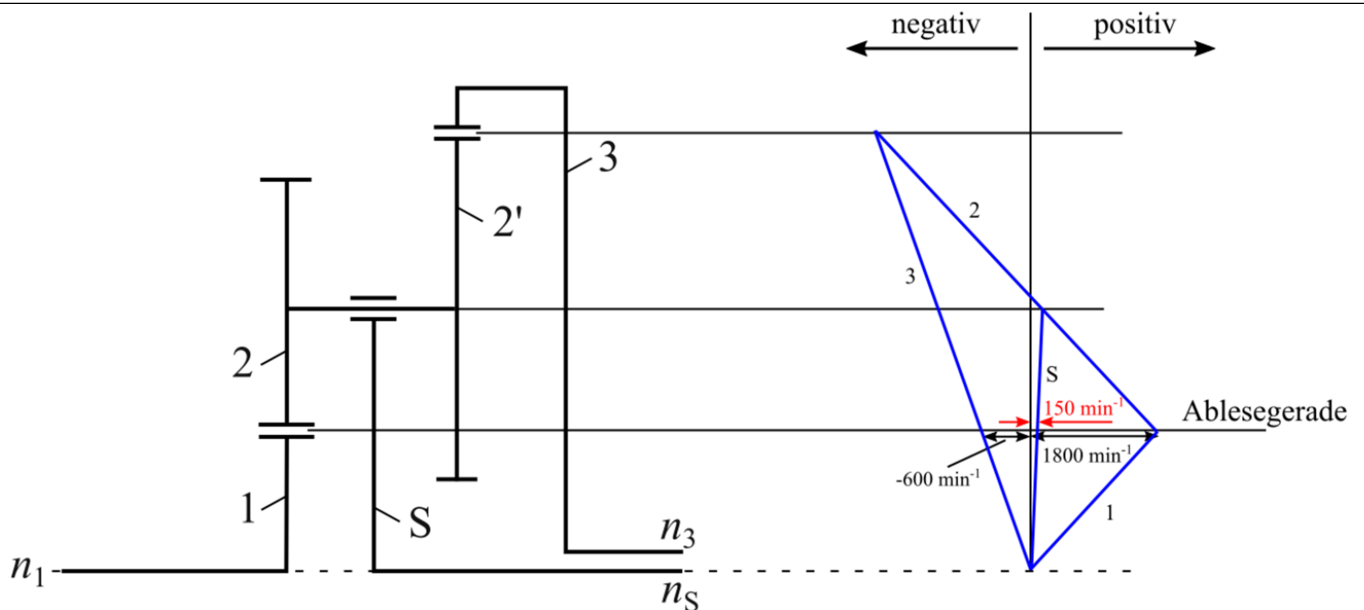
Schaltwinkel: Der Schaltwinkel Φ_S ist der Antriebswinkel, der zwischen zwei aufeinanderfolgenden Rastlagen durchlaufen wird.

Rastwinkel: Der Rastwinkel Φ_R ist der Antriebsdrehwinkel während einer Rast.

Bezogene Abtriebs-Rastabweichung: Bei Schrittbewegungen tritt der Ruhezustand der Abtriebsbewegung als «exakte Rast» oder «genäherte Rast» auf. Die Rastabweichung $\Delta\Phi_R$ gibt bei genäherten Rasten die Schwankungsbreite



Geschwindigkeitsplan



Planetenscheibe dreht in negative Richtung da n_3 negativ ist
 Planetenscheibe dreht in Vorwärts da n_S positiv

4.4 Konstruktive Anwendung

An einem Beispiel soll der Umgang mit dem Getriebekatalog [6] erklärt werden. Die Vorgehensweise zeigt auf, wie für einen konkreten Anwendungsfall eine geeignete getriebetechnische Lösung gefunden werden kann. Dabei wird die Konzept- und die Ausarbeitungsphase vernachlässigt.

Beispiel

Auf einem Drehteller soll ein Schüttgut abgefüllt werden. Der Drehteller besteht aus sechs Einzelstationen (Abb. 32). In der ersten Station wird die Verpackung eingelegt, in der zweiten das Gut eingefüllt. Danach folgen das Wiegen und das Falzen der vollen Packung, bevor diese an der letzten Station entnommen und einem Nachfolgeprozess zugeführt wird.

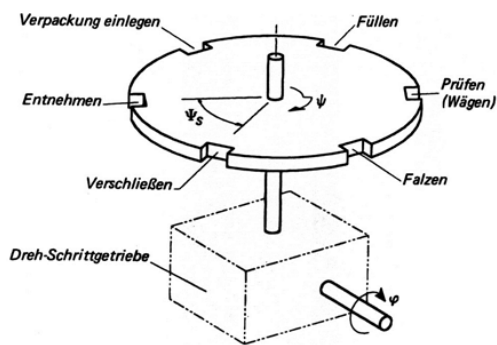


Abbildung 32: Drehteller für eine Abfüllanlage mit sechs Stationen. [6].

Als erster Schritt muss ein Anforderungskatalog erstellt werden. Dieser beinhaltet ähnliche Informationen, wie der Bewegungsplan für eine Kurvenscheibe. Der Anforderungskatalog für dieses Beispiel ist in Tabelle 2 dargestellt.

Nr.	Anforderung	Wert	Art
1	Schrittinkel	$\psi_S = 60$	F
2	Schaltwinkel	$\Phi_S = 120$	F
3	Rastwinkel	$\Phi_R = 240$	F
4	Beschleunigungsverhalten	stoss- und ruckfrei	F
5	Bezogene Rastabweichung	$P = 0$	F
6	Antriebsdrehzahl	$n = 125 \text{ min}^{-1}$	F
7	Achslage Ab- zu Antrieb	rechtwinklig	W
8	Bezugsart	handelsüblich	W
9	Antrieb	gleichsinnig drehend	F
10	Abtrieb	mit Rast	F

Tabelle 2: Anforderungskatalog. F = gefordert, W = wünschenswert.

Aufgrund des Anforderungskatalog ergeben sich aus dem Getriebekatalog [6] folgende mögliche Getriebelösungen:

Kurvengetriebe:	1.1, 1.3, 1.4, 1.5
Zugmitteltriebe:	4.2
Malteserkreuzgetriebe:	5.3, 5.4, 5.6, 5.8
Räder-Kurvengetriebe:	8.1, 8.2, 8.3
Zugmittel-Kurvengetriebe:	10.1
Zugmittel-Koppelgetriebe:	11.3, 11.5

Teilweise fehlen bei diesen möglichen Lösungen Angaben

über zulässige Antriebsdrehzahlen. Eine weitere Eingrenzung geschieht über die angegebenen Wünsche. Durch «handelsüblich» bleiben 0.1, 0.2, 0.3, und 0.6. Durch die wünschenswerte Achslage bleiben davon noch die möglichen Varianten 0.2 und 0.3, also ein Globoid-Kurven-Schrittgetriebe (Abb. 33) oder ein Zylinder-Schrittgetriebe.

Nun müssen alle möglichen Lösungen auf ihre Tauglichkeit untersucht werden. Dabei werden Kriterien wie Laufruhe, Verschleiss, Preis und andere genauer betrachtet. Für den geschilderten Fall wird meist ein handelsübliches Globoid-Kurven-Schrittgetriebe eingesetzt.

Der Getriebekatalog hilft mögliche Lösungen zu finden, kann Alternativen aufzeigen und die Vorauswahl erleichtern. Oft spielen für die am Ende gefundene Lösung Kriterien eine entscheidende Rolle, über welche dieser Katalog aber keine oder nur beschränkte Aussagen machen kann.

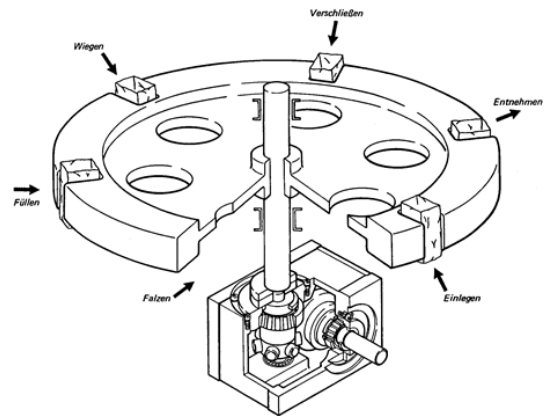


Abbildung 33: Globoid-Kurven-Schrittgetriebe für einen Drehteller. [6].

4.5 Weitere Beispiele

Scheibenkurvenschrittgetriebe für Transportwalzen. Diese Antriebsweise wird oft für die Vorschubsteuerung von Transportwalzen in der Blechbearbeitung eingesetzt (Abb. 34). Nur durch die Änderung der nachgeschalteten Zahnradübersetzung kann der Vorschub verändert werden. Im Vergleich mit einem Freilaufschrittgetriebe, bei dem durch Verändern der Kurbellänge der Vorschubhub einfach verstellt werden kann, wird aber eine höhere Positioniergenauigkeit bei gleichzeitig höherer realisierbarer Taktzahl erreicht.

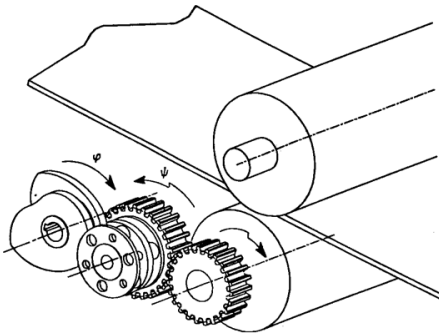


Abbildung 34: Scheibenkurvenschrittgetriebe zum Antrieb von Transportwalzen. [6].

Freilaufschrittgetriebe für Stanzautomaten. Über die verstellbare Kurbelschwinge wird das Zahnsegment pendelnd angetrieben (Abb. 35). Dies ergibt eine oszillierende Drehbewegung am Antriebsrad der Walze. Dieses Antriebsrad gibt die Bewegung über einen Freilauf an die Vorschubwalze weiter, wodurch diese eine schrittweise Drehbewegung erfährt.

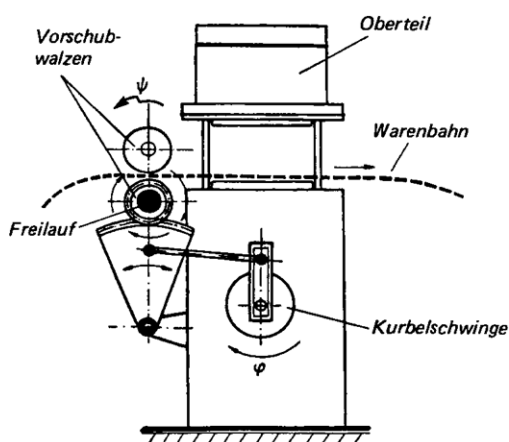


Abbildung 35: Freilaufschrittgetriebe zum Antreiben der Warenbahn in einem Stanzautomaten. [6].

Räderkoppelschrittgetriebe für Verpackungsmaschinen. In einer Verpackungsmaschine ist das Gut stoss- und ruckfrei schrittweise zu befördern. Pro Arbeitstakt laufen die Kettenräder der Transportkette dreimal um. Die Arbeitsgeschwindigkeit liegt unter 100 Arbeitstakten pro Minute. Für den Antrieb kommt ein Dreiräderschrittgetriebe (9.6 im Grundkatalog) zum Einsatz (Abb. 36).

Durch die Übersetzung $z_1/z_3 = 3$ wird der Schrittinkel ψ_s von $3 \times 360^\circ = 1080^\circ$ direkt realisiert. So kann auf ein zusätzliches Übersetzungsgetriebe verzichtet werden. Die Rast ist sehr kurz, weshalb bei einer solchen Lösung genau abgeklärt werden muss, ob die Rastdauer für den geforderten Einsatz ausreicht.

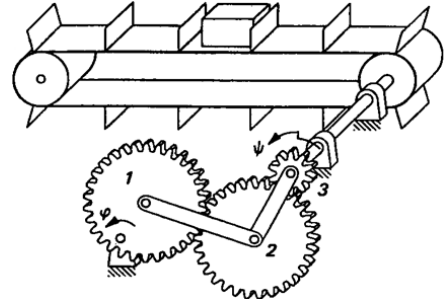


Abbildung 36: Räderkoppelschrittgetriebe in einer Verpackungsmaschine. [6].

Aussenmalteserkreuzgetriebe für Spindeltrommelschaltwerk. Der Treibhebel (2) des Sechs-Spindeldrehautomaten ist ein Aussenmalteserkreuzgetriebe (Abb. 37). Das Malteserkreuz (4) treibt über die Zahnradpaare 5-6 und 7-8 die Spindel-Trommel an. Dabei wurde die Übersetzung der Zahnräder so gewählt, dass die 90° -Teilung des Malteserkreuzes einen 60° -Schritt an der Spindel erzeugt.

Neben der Stillstandssicherung mittels Verriegelungsbolzen für das Malteserkreuz wird wegen vorhandenem Zahnspeil zusätzlich die Spindeltrommel mittels eines oben angeordneten Verriegelungsbolzen gegen Drehen gesichert. Die Bolzenarretierung wird über eine Kurvenscheibe (10) gelöst.

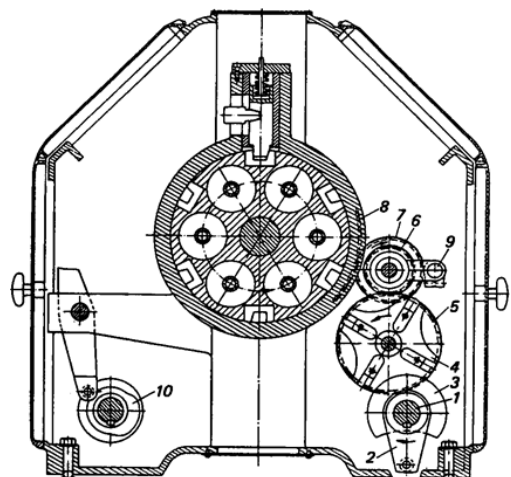


Abbildung 37: Einfaches Aussenmalteserkreuzgetriebe an einem Spindeltrommelschaltwerk. [6].

5 Ausgewählte Getriebe mit Verzahnung

5.1 Zwei- und mehrstufige Zahnradgetriebe

5.1.1 Gestaltungsvarianten und Übersetzungen

Die wichtigsten Bauarten formschlüssiger Zahnradgetriebe sind in Abb. 38 dargestellt. Bei parallelen Wellen sind die Wälzkörper Zylinder und heissen Stirnräder. Sie werden mit Geradverzahnung, Schrägverzahnung, Doppelschräg- oder Pfeilverzahnung jeweils als Aussen- oder Innenverzahnung (Hohlrad) ausgeführt. Bei sich schneidenden Wellen sind die Wälzkörper Kegel mit den Spitzen im Schnittpunkt der Wellenachsen. Die Kegelräder können ebenfalls gerad-, schräg- oder bogenverzahnt werden. Für windschiefe, d. h. sich kreuzende Wellen eignen sich die Schraubenräder- und die Schneckengetriebe. Bei letzteren beträgt der Kreuzungswinkel in der Regel 90°. Die Zahnflanken der Schrauben- und Schneckenräder verlaufen schraubenlinienförmig. Stirn- und Kegelrädernetze sind Wälzgetriebe, die Getriebe mit kreuzenden Wellen sind Schraubgetriebe. [3].

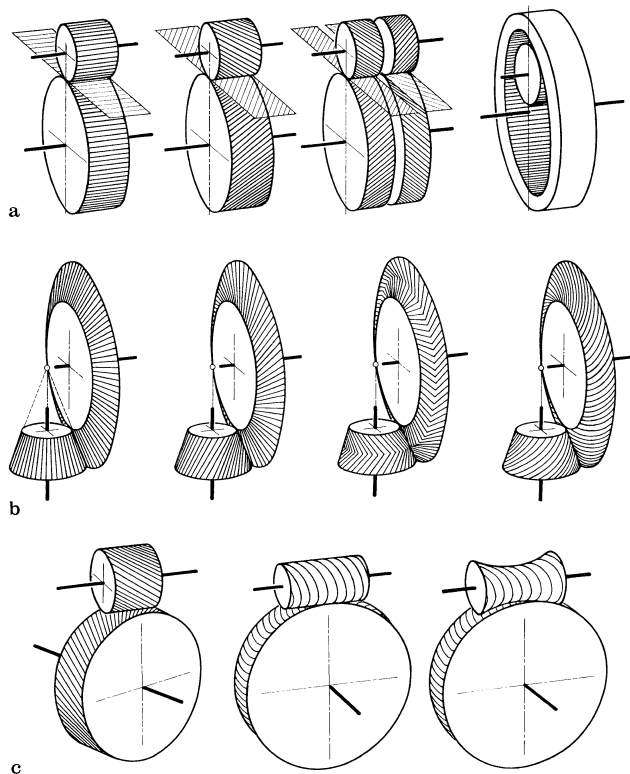


Abbildung 38: Bauarten von Zahnradgetrieben. a) parallele Wellen, b) schneidende Wellen, c) kreuzende Wellen. [3].

Die Übersetzungen (auch genannt Übersetzungsverhältnisse) i werden aus den jeweiligen Zähnezahlnverhältnissen (gleich Wälzkreis-Durchmesserverhältnissen) gebildet. Allgemein gilt

$$|i| = -\frac{d_{\text{Abtrieb}}}{d_{\text{Antrieb}}} = -\frac{z_{\text{Abtrieb}}}{z_{\text{Antrieb}}} = \left| \frac{n_{\text{Antrieb}}}{n_{\text{Abtrieb}}} \right|, \quad (5.1)$$

wobei d der Wälzkreisdurchmesser, z die Zähnezahlnzahl und n die Drehzahl ist. Bei Getrieben mit parallelen Wellen wird i manchmal

mit negativem Vorzeichen angegeben, das bedeutet, dass der Umlaufsinn der zwei Wellen entgegengesetzt ist. Aus diesem Grund stehen Betragszeichen in Gl. 5.1. Für verlustfreie Getriebe gilt zudem

$$|i| = \left| \frac{M_{\text{Abtrieb}}}{M_{\text{Antrieb}}} \right|. \quad (5.2)$$

Bei Getrieben mit mehreren Übersetzungsstufen können die einzelnen Übersetzungen i miteinander multipliziert werden, um die Gesamtübersetzung zu berechnen.

Aus Gl. 5.1 ist ersichtlich, dass der Betrag der Übersetzung folgende Bedeutung hat:

- $|i| < 1$: Übersetzung ins Schnelle
- $|i| = 1$: Drehzahl bleibt unverändert
- $|i| > 1$: Übersetzung ins Langsame

Werden bei einem schaltbaren Getriebe die einzelnen Übersetzungsstufen mit einem geometrischen Stufungsfaktor φ gewählt, so entstehen auf der Abtriebswelle geometrisch abgestufte Drehzahlwerte. Der praktische Sinn dieser Abstufung liegt darin, dass die Drehzahl des jeweils nächsten Gangs um einen gleichen prozentualen Anteil verschieden ist.

$$\frac{n_i}{n_j} = \varphi^{j-i} \quad (5.3)$$

5.1.2 Grundlagen für die Auslegung

Zahnräder werden normalerweise mit einer Evolventverzahnung versehen. Für eine erste Auslegung (Achsabstand, Zahnradgrößen, etc.) ist der Wälzkreis wichtig. Für den Wälzkreisdurchmesser d gilt

$$d = m \cdot z, \quad (5.4)$$

wobei m der Modul des Zahnrades ist. Für m gilt

$$m = p \cdot \pi, \quad (5.5)$$

wobei p die Teilung des Zahnrades ist. Für den Achsabstand a gilt

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m}{2} \cdot (z_1 + z_2). \quad (5.6)$$

Bei der Dimensionierung sind folgende Punkte zu beachten:

- Das Zähnezahlnverhältnis sollte immer nur mit Rest teilbar sein. Dadurch wird sichergestellt, dass nicht immer die gleichen Zähne gegenseitig im Eingriff sind (Herstellungstoleranzen). Beispiel: Übersetzung $i \approx -2:1 \rightarrow z_1 = 21, z_2 = 40$. So geschieht erst in jeder vierzigsten Umdrehung wieder der gleiche Eingriff.
- Wird das kleine Zahnrad nicht kleiner als mit 17 Zähnen gewählt, kann durch Profilverschiebung allenfalls die Tragfähigkeit der Verzahnung erhöht werden.
- Grosse Drehzahlsprünge sind zu vermeiden. Bei mehrstufigen Getrieben sollte auf eine regelmässige Abstufung geachtet werden.

5.2 Umlaufgetriebe (Planetengetriebe)

5.2.1 Rollung und Drehwinkel

Das einfachste Umlaufgetriebe (Abb. 39) besteht aus einem aussenverzahnten Sonnenrad 1 mit Wälzkreisradius r_1 , dem Planetenrad 2 mit Wälzkreisradius r_2 und dem Steg S mit Achsabstand

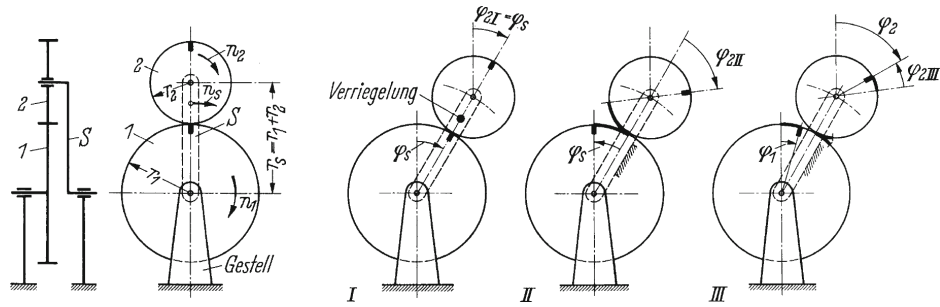


Abbildung 39: Einfachstes Umlaufgetriebe. [3].

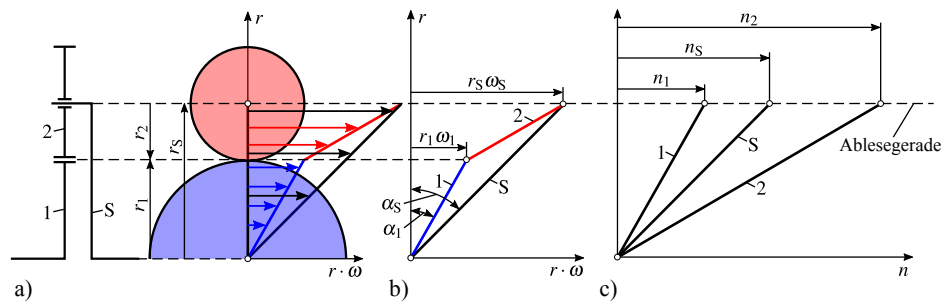


Abbildung 40: Einfaches Umlaufgetriebe. b) Geschwindigkeitsplan, c) Drehzahlplan. [3].

$r_S = r_1 + r_2$. Es können gleichzeitig die Welle 1 mit der Drehzahl n_1 und der Steg S mit der Drehzahl n_S gedreht werden. Für das Planetenrad 2 ergibt sich eine absolute, das heisst gegenüber dem Gestell gemessene, Drehzahl n_2 .

Der Zusammenhang zwischen den drei Drehwinkeln und somit Drehzahlen kann man mit folgendem Gedankenspiel herleiten. Gehen wir von der vertikalen Ausgangstellung des Steges aus, verriegeln zunächst Steg und Planetenrad (und somit auch Sonnenrad) und verdrehen den Steg um den Winkel φ_S (I), dann verdrehen sich auch Planetenrad und Sonnenrad je um den Winkel φ_S . Es ist also $\varphi_{2I} = \varphi_S$. Lösen wir jetzt die Verriegelung, halten den Steg fest (II) und drehen Rad 1 um den Winkel φ_S zurück, dann dreht sich Rad 2 noch weiter rechtsherum um den Winkel φ_{2II} , der sich errechnet zu $\varphi_{2II} = \varphi_S \cdot r_1 / r_2$. Verdrehen wir nun (III) Rad 1 um den Winkel φ_1 (rechtsherum = positiv), so dreht sich Rad 2 links-herum (also zurück, negativ) um den Winkel $\varphi_{2III} = \varphi_1 \cdot r_1 / r_2$, so dass sich für Rad 2 folgender Drehwinkel ergibt

$$\varphi_2 = \varphi_{2I} + \varphi_{2II} - \varphi_{2III} = \varphi_S + \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_S - \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1. \quad (5.7)$$

Demnach auch

$$n_2 = n_S + \frac{r_1}{r_2} \cdot n_S - \frac{r_1}{r_2} \cdot n_1. \quad (5.8)$$

5.2.2 Geschwindigkeitsplan

Zur Aufzeichnung des Geschwindigkeitsplans wird in der Ausgangsstellung (vertikal) nach Abb. 40 b) über dem jeweiligen Radius, z. B. r_1 , die Umfangsgeschwindigkeit $r_1 \cdot \omega_1$ aufgetragen, so dass der Tangens des Winkels α_1 , den der Strahl 1 mit der Vertikalen bildet, ein Mass für die Winkelgeschwindigkeit (Drehzahl) darstellt.

$$\tan \alpha_1 = \frac{r_1 \cdot \omega_1}{r_1} = \omega_1 \quad (5.9)$$

Liegt α rechts der Vertikalen, dreht sich das Rad rechtsherum, ist der Strahl entgegengesetzt geneigt (negativ), dreht sich das Rad

linksherum. Wird ein Rad oder der Steg festgehalten ($n = 0$), so liegt der betreffende Strahl in der Vertikalen ($\alpha = 0$).

Aus Abb. 40 b) ergibt sich der Zusammenhang der drei Drehzahlen

$$r_2 \cdot \omega_2 = r_S \cdot \omega_S - r_1 \cdot \omega_1. \quad (5.10)$$

Nach Umformen erhält man

$$\omega_1 + \frac{r_2}{r_1} \cdot \omega_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) \cdot \omega_S, \quad (5.11)$$

was Gl. 5.8 entspricht. Diese Zusammenhänge entsprechen den Gleichungen, welche in einer Sammlung über Umlaufgetriebe den unterschiedlichen Bautypen zugeordnet sind (Kapitel 5.2.4) [3].

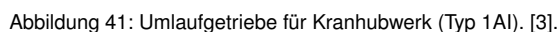
Obwohl die Drehzahlgleichungen für die Berechnungen vollkommen ausreichen, ist es zu empfehlen, die Drehzahlpläne (Abb. 40 c)) aufzuzeichnen, da damit schnell ein Überblick über Drehzahlen, Drehrichtungen und Übersetzungen gewonnen werden kann. Dazu werden die Geschwindigkeitsstrahlen parallel so verschoben, dass sie alle durch einen gewählten Punkt Q gehen. Auf einer waagerechten Ablesegeraden mit beliebigem Abstand zum Punkt Q werden dann die Drehzahlen abgelesen, rechts die positiven, links die negativen. Berücksichtigt man den Zeichnungsmaassstab, können die Drehzahlen quantitativ bestimmt werden.

5.2.3 Beispiele für Umlaufgetriebe

Kranhubwerk

In Abb. 41 ist ein Kranhubwerk dargestellt. Zwei Betriebsformen stehen zur Verfügung:

1. Hubmotor bringt n_1 als Eintrieb ins Getriebe, gegen die selbsthemmende Schnecke (somit $n_3 = 0$).
2. Feingangmotor bringt über die Schnecke die Drehzahl n_3 . In diesem Zustand wird der Hauptmotor stromlos geschaltet



Ein Gegengewicht gleicht die Fliehkräfte des Steges und des Planetenrades 2 aus. Werden mehrere Planetenräder eingesetzt, erfolgt ein Ausgleich der Fliehkräfte. Daneben wird der Kraftfluss unterteilt und es werden ein Ausgleich und eine Absenkung der radialen Zahnkräfte erreicht.

In Abb. 42 ist ein Umlauf-Wendegetriebe dargestellt. Das Planetenrad 2 hat Innen- und Ausseneingriff.

-

In Abb. 43 ist ein Kegelrad-Umlaufgetriebe dargestellt, welches als Ausgleichsgetriebe (Differential) im Fahrzeugbau Verwendung

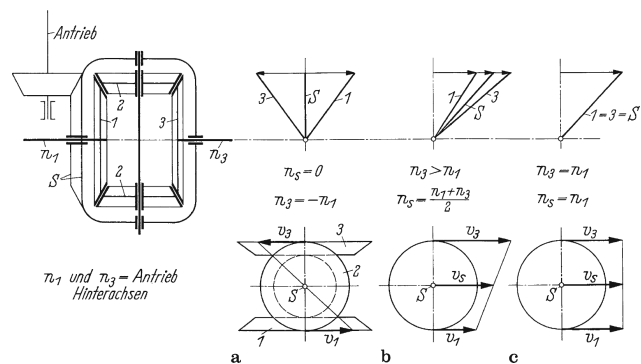
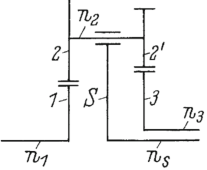
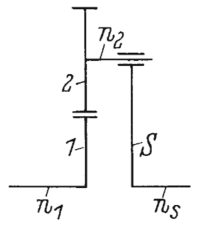
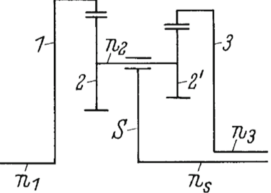
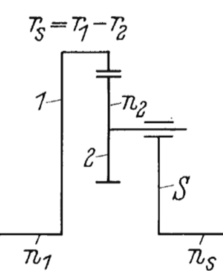
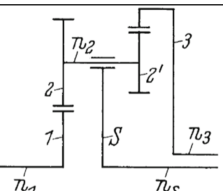
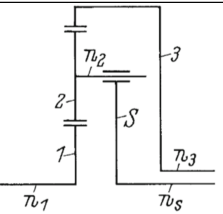
$$n_1 + n_3 = 2 \cdot n_S \quad (5.12)$$


Abbildung 43: Kegelrad-Umlaufgetriebe (Differentialgetriebe). [3].

In Abb. 44 sind für unterschiedliche Typen von Umlaufgetriebe die Drehzahl-Gleichungen dargestellt. Zuerst muss der Typ des Umlaufgetriebes bestimmt werden. Dabei bedeutet der Zahlenwert die Anzahl Stufen (Anzahl Zahnräder) eines Planetenrads. Die Buchstaben beziehen sich auf die Sonnenräder und bezeichnen entweder eine Aussenverzahnung (A) oder eine Innenverzahnung (I).

Planetengetrieb				
$i_1 = r_1$ sind austauschbar				
Typ		Drehzahl	Momente	Übersetzung n_s
Typ 2AA		$n_1 - \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}\right) n_s$ $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ $n_2 + \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 + \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$	$M_s = M_1 + M_2 = M_3 + M_2'$	$i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ $i_{2/3} = -\frac{r_3}{r_2'}$ $i_{1/3} = \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}$
Typ 1A		$n_1 - \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$	$M_s = M_1 + M_2$	$i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$
Typ 2II		$n_1 - \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}\right) n_s$ $n_1 - \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ $n_2 - \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$	$M_s = M_1 - M_2 = M_3 - M_2'$	$i_{1/2} = \frac{r_2}{r_1}$ $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2'}$ $i_{1/3} = \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}$
Typ 1I		$n_1 - \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 - \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$	$M_s = M_1 - M_2$	$i_{1/2} = \frac{r_2}{r_1}$
Typ 2AI		$n_1 + \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'} n_3 = \left(1 + \frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}\right) n_s$ $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ $n_2 - \frac{r_3}{r_2'} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2'}\right) n_s$	$M_s = M_1 + M_2 = M_3 - M_2'$	$i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2'}$ $i_{1/3} = -\frac{r_2 r_3}{r_1 r_2'}$
Typ 1AI		$n_1 + \frac{r_3}{r_1} n_3 = \left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) n_s$ $n_1 + \frac{r_2}{r_1} n_2 = \left(1 + \frac{r_2}{r_1}\right) n_s$ $n_2 - \frac{r_3}{r_2} n_3 = \left(1 - \frac{r_3}{r_2}\right) n_s$	$M_s = M_1 + M_2 = M_3 - M_2$	$i_{1/2} = -\frac{r_2}{r_1}$ $i_{2/3} = \frac{r_3}{r_2}$ $i_{1/3} = -\frac{r_3}{r_1}$
		$\frac{M_3}{M_1} = \frac{r_3}{r_1}$	$\frac{M_s}{M_1} = -1 - \frac{r_3}{r_1}$	$\frac{M_s}{M_3} = -1 - \frac{r_1}{r_3}$
		$\frac{P_3}{P_1} = \frac{r_3}{r_1} \cdot \frac{n_3}{n_1}$	$\frac{P_s}{P_1} = -\left(1 + \frac{r_3}{r_1}\right) \cdot \frac{n_s}{n_1}$	$\frac{P_s}{P_3} = -\left(1 + \frac{r_1}{r_3}\right) \cdot \frac{n_s}{n_3}$
	$M = \text{Drehmoment [Nm]}$	$P = \text{Leistung [W]}$	$n = \text{Drehzahl [min}^{-1}\text{]}$	
Leistung	$P = 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot M$			

5.2.5 Kriterien zur Auslegung von Umlaufgetrieben

Bei der Auslegung von Umlaufgetrieben müssen folgende Punkte beachtet werden:

- **Ins Schnelle** kann maximal bis zu einem Drehzahlverhältnis $|n_{\text{Abtrieb}}/n_{\text{Antrieb}}| = |1/i| = 5$ gegangen werden. Bei grösserem Drehzahlverhältnis wird das Sonnenrad überlastet.
- **Ins Langsame** kann minimal bis zu einem Drehzahlverhältnis $|n_{\text{Abtrieb}}/n_{\text{Antrieb}}| = |1/i| = 1/3.5$ gegangen werden. Ab et-

wa 1/4.5 muss die Unterbringung der Planetenlagerung untersucht werden.

- Mehr als ein, optimalerweise eine ungerade Anzahl Planetenräder, begünstigt die Verteilung der Kräfte im Getriebe. Bei drei Planetenrädern wird auf eine Lagerung des Planetenträgers verzichtet, da in dieser Anordnung die Planetenräder selbstzentrierend wirken. Die Last wird automatisch gleichmässig auf die sechs Eingriffe verteilt.

- Primzahlen verwenden z.b 21

Cylkro-Getriebe

Das Cylkro-Getriebe ist ein Winkelgetriebe, bei dem ein zylindrisches Ritzel mit Evolventverzahnung mit einem Cylkro-Rad zusammenwirkt (Abb. 47). Somit handelt es sich um eine normale zylindrische Verzahnung wie bei gerad- oder schrägverzahnten Stirnrädern.

Die Geometrie des Cylkro-Rades wird von der Position des Ritzels bezüglich der Cylkro-Rotationsachse (Achsversetzung, Achsenwinkel) und der Übersetzung bestimmt.

Charakteristische Merkmale sind:

- Grosse Übersetzungen.
- Axiale Freiheit des Ritzels.
- Beliebiger Achsenwinkel.

Ursprung: Kronenradgetriebe, z.B. römische Wassermühlen, Windmühlen, alte Standuhren.

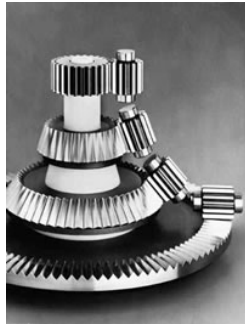


Abbildung 47: Cylkro-Radsätze mit identischem Ritzel und Achswinkel zwischen 0° und 90°.

Unrunde Zahnräder

In Abb. 48 ist ein un rundes Zahnradpaar dargestellt. Die Ursprünge unrunder Zahnäder finden sich schon bei Leonardo da Vinci (1452–1519), welcher eine solche Zahnradübersetzung (Zahnradpaar mit spiralförmiger Wälzkurve) zum Spannen einer Armbrust entwickelte.

Wegen ihrer aufwändigen Berechnung der Verzahnung geriet diese Art eines Getriebes, trotz seiner interessanten getriebetechnischen Aspekte, beinahe in Vergessenheit. Erst die Entwicklung im Bereich CNC-gesteuerter Verzahnmaschinen hat zu einem Wiederaufschwung geführt.

Vorzugsweise kommt dieses Getriebe heute in Umformpressen zum Zug. Im Vergleich zum herkömmlichen Stösselantrieb auf einem Exzenter kann die Zykluszeit um über 30 % gesenkt werden. Daneben kann durch Tausch der Zahnpaare zusätzlich auf die technologischen Erfordernisse des Umformprozesses eingegangen werden. Ein Umbau vorhandener Tiefziehpressen ist durch deren Bauart sehr schnell realisierbar. Daneben wird dieser Antrieb auch für zyklische Linearbewegungen eingesetzt.

Es gelten Grundsätzlich die aus der normalen Verzahnung bekannten Gesetzmässigkeiten.

5.4 Schraubenstirnräder

Bei Schraubenstirnrädern laufen die beiden Räder auf Achsen, welche sich kreuzen (Abb. 49). Meistens sind die Steigungsrich-

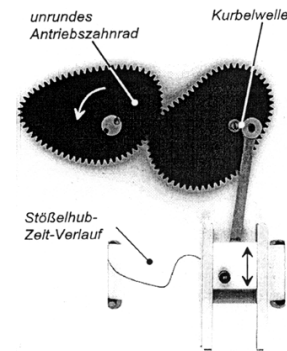


Abbildung 48: Unrunde Zahnäder.

tungen der beiden Zahnäder gleichsinnig. Die bekannteste Bauform ist das Schneckengetriebe.

Die ursprünglichen Grundkörper sind Rotationshyperboloide. Aus diesen Grundkörpern sind Kegelrad oder Stirnradgetriebe abzuleiten. Die Zahnstangenflankenlinien sind Geraden. Es entsteht Gleitung in Längsrichtung der Flankenlinien.

β_1 und β_2 werden als Schrägungswinkel der Zahnäder bezeichnet. Die Summe Σ davon ist der Winkel zwischen den zwei Zahnradachsen.

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2 \quad (5.25)$$

Der Zusammenhang zwischen Stirnmodul m_t und Normalmodul m_n lautet

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (5.26)$$

Für den Radius r gilt

$$r = \frac{m_t}{2} \cdot z_1 = \frac{m_n}{2} \cdot \frac{z_1}{\cos \beta} \quad (5.27)$$

Für die Übersetzung i gilt

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{2 \cdot r_2}{m_{t2}} \cdot \frac{m_{t1}}{2 \cdot r_1} = \frac{r_2 \cdot \cos \beta_2}{r_1 \cdot \cos \beta_1} \quad (5.28)$$

In Gleichung 5.28 wird ersichtlich, dass sich das Übersetzungsverhältnis i mit den Schrägungswinkeln β ändert. Für den Abstand a der zwei Zahnradachsen gilt

$$a = r_1 + r_2 = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} + \frac{z_2}{\cos \beta_2} \right) \quad (5.29)$$

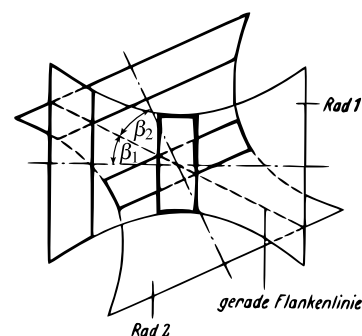


Abbildung 49: Schrägverzahntes Schraubenstirnradpaar.

In Abb. 50 ist der Sonderfall zu sehen, wo $\Sigma = 90^\circ$ wird. In diesem Fall gilt für den Achsabstand a

$$a = \frac{m_n}{2} \left(\frac{z_1}{\cos \beta_1} \cdot \frac{z_2}{\sin \beta_1} \right) \quad (5.30)$$

und für die Übersetzung i

$$i = \frac{r_2 \cdot \cos \beta_2}{r_1 \cdot \cos \beta_1} = \frac{r_2}{r_1} \cdot \tan \beta_1. \quad (5.31)$$

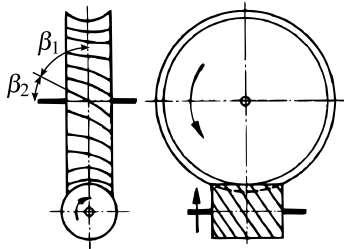


Abbildung 50: Schneckengetriebe. [3].

Differenzialgetriebe		
<p>$i_{An \text{ zu } S} = \frac{21}{80} = \frac{z_{An}}{z_S}$</p>	Drehzahl $n_{An} \cdot \frac{z_{An}}{z_S} = n_S$ <p> $\langle \text{Wenn } n_S = 0 \rangle \rightarrow n_1 = -n_3$ $\langle \text{Wenn } n_1 = n_3 \rangle \rightarrow n_1 = n_S$ $\langle \text{Normal} \rangle \rightarrow n_1 + n_3 = 2 \cdot n_S$ </p> Moment $M_1 = M_3$ $M_S = M_1 + M_3$ $M_{An} \cdot \frac{z_S}{z_{An}} = M_S$ <p>Immer Gleiche Kraft an den Zähnen</p>	Leistung $P_x = M_x \cdot 2\pi \cdot \frac{n_x}{60}$ $P_{an} = M_1 \cdot 2\pi \cdot \left(\frac{n_1 + n_3}{60} \right)$
	$n = \text{Drehzahl [1/min]}$ $M = \text{Drehmoment [Nm]}$	$z = \text{Zähnezahl [-]}$ $P = [W]$

Ein wesentlicher Nachteil tritt auf, wenn über ein Rad nur noch ein kleines Drehmoment auf die Strasse übertragen werden kann (z. B. durch Eis auf der Fahrbahn). In diesem Fall kann über das zweite Rad kein grösseres Drehmoment übertragen werden, auch wenn der Kontakt zum Boden dort gut ist.

<ul style="list-style-type: none"> 8 teeth, Ø 5mm 12 teeth, Ø 7½mm 24 teeth, Ø 15mm 32 teeth, Ø 20mm 	<p>driver driven</p> <p>3/1 4/1 2/1 4/1</p>
--	---

6 Hydraulische Getriebe

Weite Teile in diesem Kapitel sind aus dem Buch *Fahrzeuggetriebe* [10] übernommen.

Die Leistungsübertragung mit Hilfe einer Flüssigkeit nennt man *hydraulisch*. Bei Verwendung von Öl ist das Schmiermedium gleichzeitig Übertragungsmedium. Es gibt keinerlei mechanische Berührung oder Reibung. Der grosse Vorteil der hydraulischen Getriebe ist die Verschleissfreiheit. Nachteilig ist die innere Reibung der Strömung. In der Antriebstechnik für Kraftfahrzeuge haben sich zwei unterschiedliche Systeme entwickelt und auch jeweils ihre Märkte gefunden. Diese beiden Systeme sind zum einen die *Hydrodynamik* und zum zweiten die *Hydrostatik*. Immer dann, wenn der Druck die entscheidende Rolle bei der Leistungsübertragung spielt, dann sprechen wir von Hydrostatik. Wenn aber der Volumenstrom und die Geschwindigkeit die ausschlaggebenden Grössen darstellen und der Druck untergeordnet ist, dann sprechen wir von einer hydrodynamischen Lösung. Die Hydrostatik spielt als Fahrantrieb eine untergeordnete Rolle. Wir finden diese in erster Linie, wenn es um das Bereitstellen grosser Kräfte wie z. B. bei Hydraulikbaggern geht. Im Gegensatz zur Hydrodynamik ist die Hydrostatik wesentlich genauer und exakter zu steuern.

6.1 Hydrodynamische Kupplung (Föttinger Kupplung)

Abb. 51 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer hydrodynamischen Kupplung. Sie besteht aus einem Pumpenrad, welches von aussen mechanische Leistung aufnimmt, und einem Turbinenrad, welches nach aussen mechanische Leistung abgibt. Pumpenrad und Turbinenrad befinden sich in einem mit Öl gefüllten Gehäuse. Dadurch werden alle Verluste in Rohrleitungen und Umlenkungen ausserhalb des eigentlichen Kreislauftes vermieden. Das Pumpenrad rotiert vom Verbrennungsmotor angetrieben und beschleunigt den Ölmassenstrom \dot{m} um den Differenzbetrag zwischen der Umfangsgeschwindigkeit am Eintritt v_{U1} und der Umfangsgeschwindigkeit am Austritt v_{U2} aus dem Pumpenrad. Den Zusammenhang für das hydraulische Moment liefert hierbei die Eulersche Turbinengleichung 6.1.

$$M_{\text{Pumpe}} = \dot{m} [r_2 \cdot v_{U2} - r_1 \cdot v_{U1}] \quad (6.1)$$

wobei r_1 und r_2 die Radien am Strömungseintritt resp. Strömungsausstritt bezeichnen. Der Ölstrom wird dann auf das Turbinenrad geleitet und überträgt einen Impuls darauf, wobei der Ölstrom abgebremst wird. Diese Art der Drehzahlwandlung hat viele Vorteile.

Im Fahrzeug bedeutet dies, dass z. B. am Berg bei laufendem Motor ein Vortriebsmoment aufgebaut werden kann und damit ein absolut problemloses Anfahren ermöglicht wird. Das Fahrzeug bleibt entweder stehen oder muss mittels der Fussbremse festgehalten werden.

Ein weiterer Vorteil dieser hydrodynamischen Leistungsübertragung ist das Filtern von Drehschwingungen. Verbrennungsmotoren haben auf Grund ihrer Bauart und ihrer Leistungscharakteristik kein gleichförmiges Drehmoment, sondern dieses ist abhängig von der Anzahl der Zylinder und den entsprechenden Zündtakten. Diese Ungleichförmigkeit führt bei Zahnrädern zu Problemen. Deshalb ist bei allen Antriebssträngen unbedingt eine Torsionsschwingungsdämpfung notwendig. Perfekt leistet diese Schwingungsdämpfung der hydrodynamische Kreislauf, da er maximal das eingeleitete Moment überträgt und überlagerte Schwingungen herausfiltert.

In diesem einfachen Fall der hydrodynamischen Kupplung existieren nur zwei nach aussen führende Wellen, die Pumpen- und die Turbinenradwelle. Im stationären Betrieb müssen die Momente der zwei Wellen betragsmässig gleich gross und richtungsmässig entgegengesetzt sein. Darum ist der Wirkungsgrad der hydrodynamischen Kupplung proportional zum Drehzahlverhältnis v .

Da die Leistungsübertragung durch Impulsübertragung erfolgt, hat eine hydrodynamische Kupplung eine natürliche Grenze. Es muss zwischen Turbinenrad und Pumpenrad immer ein Mindestschlupf vorhanden sein. Dieser beträgt in der Praxis zwischen 1 und 1.5 %. Eine hydrodynamische Kupplung kann daher nie eine schlupffreie Verbindung zwischen An- und Abtrieb darstellen. Dies ist nur mittels einer zusätzlichen mechanischen Überbrückung möglich, die aber Nachteile in Bezug auf Verschleiss und Schwingungstilgung hat.

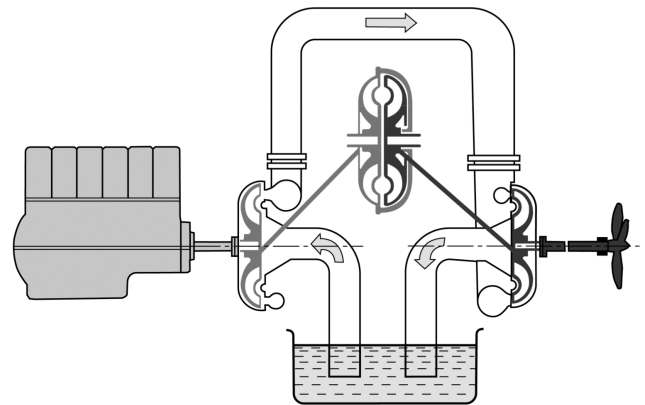


Abbildung 51: Prinzip einer hydrodynamischen Kupplung. [10].

6.2 Hydrodynamische Drehmomentwandler

6.2.1 Feststehendes Leitrad

Betrachten wir die Erweiterung der hydrodynamischen Kupplung um ein zusätzliches Schaufelrad, so erhalten wir den hydrodynamischen Drehmomentwandler. Mit Hilfe des Leitrades oder Leitradapparates erfolgen eine Strömungsumkehr und eine zusätzliche Momentenabstützung. Bei entsprechender Anordnung ergibt sich so eine Momentenwandlung. Wir erhalten ein höheres Turbinenmoment als das Pumpenmoment. Abb. 52 zeigt eine solche Anordnung mit feststehendem Gehäuse.

Bei hydrodynamischen Getrieben handelt es sich um stufenlose Getriebe, die sowohl die Drehmomentwandlung als auch das Drehzahlverhältnis in jedem Betriebspunkt stufenlos verändern können. Wichtige Grössen sind das Drehzahlverhältnis v (Turbindrehzahl geteilt durch die Pumpenradzahl) und das Momentenverhältnis μ (Turbinenmoment geteilt durch Pumpenmoment). Dadurch ergibt sich der Wirkungsgrad η gemäss Gleichung 6.2.

$$\eta = \left| \frac{M_{\text{Turbine}}}{M_{\text{Pumpe}}} \cdot \frac{\omega_{\text{Turbine}}}{\omega_{\text{Pumpe}}} \right| = v \cdot \mu \quad (6.2)$$

Da sich auf Grund der Strömungsverluste bei ganz bestimmten Drehzahlverhältnissen ein Maximum des Wirkungsgrades ergibt, erhält man eine entsprechende Kurve mit einem ausgeprägtem Maximalwert (Abb. 53). Diese Kurve ist direkt von der Auslegung und von der Schaufelform abhängig.

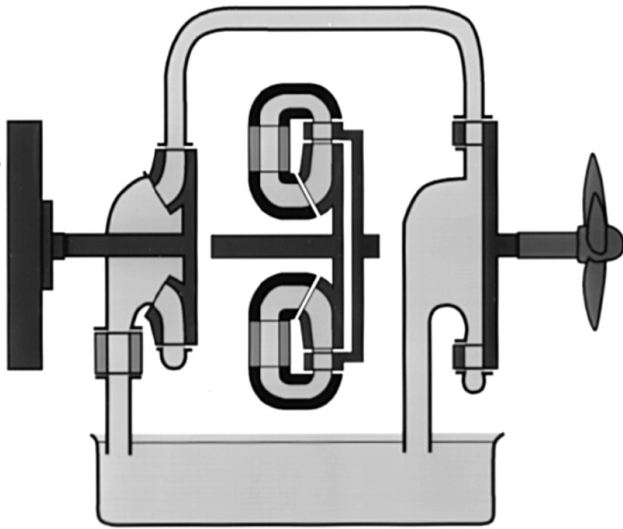


Abbildung 52: Prinzip eines hydrodynamischen Drehmomentwandlers. [10].

6.2.2 Leitrad mit Freilauf (Trilok-Drehmomentwandler)

Die Idee des *Trilok-Wandlers* besteht darin, dass in einem Aggregat ein hydrodynamischer Drehmomentwandler und eine hydrodynamische Kupplung vereinigt werden. Der *Trilok-Wandler* besteht aus einem Pumpenrad, einem Turbinenrad und einem Leitrad. Die Besonderheit ist die Fixierung des Leitrades. Das Leitrad stützt sich über einen Freilauf am Gehäuse ab.

Betrachtet man nun die Funktionsweise, so ergibt sich bei festem Leitrad ein entsprechend positives Stützmoment. Der Freilauf ist so ausgelegt, dass er nun sperrt. Solange eine Momentenwandlung >1 erfolgt, steht das Leitrad. Dies ist in der Regel bis zu einem Drehzahlverhältnis von etwa $v = 0.85$ der Fall. Das entspricht im Übrigen einem Wirkungsgrad von ca. 85 %, da die Wandlung in diesem Punkt ca. 1 ist. In dem Augenblick, in dem das Drehzahlverhältnis $v = 0.85$ erreicht wird, müsste nun das Leitradmoment negativ werden, damit Turbinenmomente <1 erreicht werden können. Nun tritt aber der Freilauf in Funktion, da er keine negativen Momente abstützen kann. Da jetzt kein Leitrad mehr vorhanden ist, arbeitet der hydrodynamische Kreislauf als hydrodynamische Kupplung, wobei der große Vorteil ist, dass sich der Wirkungsgrad weiter bis auf den Restschlupfbetrag von ca. 1 % erhöht. Diese Umschaltung erfolgt völlig automatisch ohne jeglichen Eingriff von aussen. Das maximale Wandlungsverhältnis μ liegt bei *Trilok-Wandlern* üblicherweise bei einem Faktor von 2 bis 2.5. Spezielle Ausführungen mit zwei Leiträdern erreichen Anfahrwandlungen mit einem Wandlungsverhältnis von ca. 3.

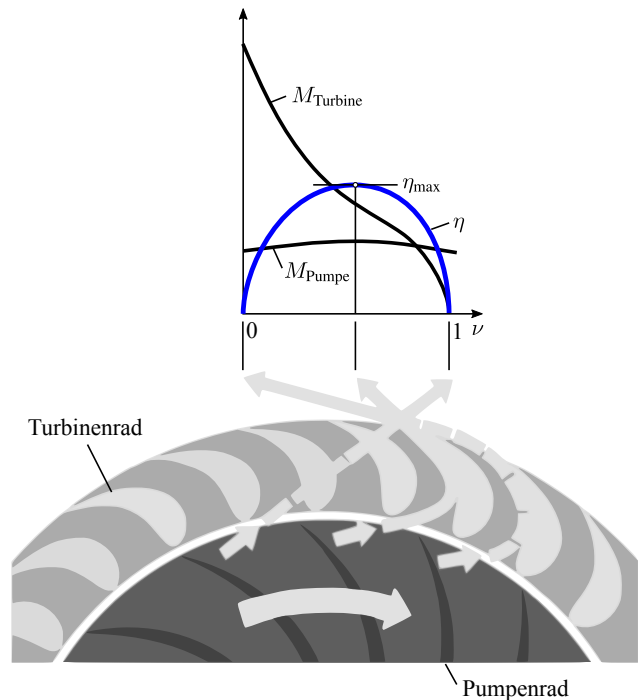


Abbildung 53: Skizze zur Herleitung der Wirkungsgradkennlinie für einen hydrodynamischen Drehmomentwandler (hier zentrifugal durchströmt). Das Leitrad ist nicht zu sehen. [10].

A Formelzeichen

Kurzzeichen	Einheit	Bedeutung
a	m s^{-2}	Beschleunigung
	m	Achsabstand (Kap. 5)
b	-	Bewegungsgrad (Kap. 1)
	m	Dicke (Kap. 5)
d	m	Durchmesser
E	N mm^{-2}	Elastizitätsmodul
f	-	Gelenkfreiheitsgrad (Kap. 1)
	-	Normierter Hub (Kap. 2)
F	-	Getriebefreiheitsgrad (Kap. 1)
	N	Kraft
g	-	Anzahl Gelenke eines Getriebes
i	-	Übersetzungsverhältnis
m	m	Modul (Zahnrad)
n	-	Anzahl Glieder eines Getriebes (Kap. 1)
	min^{-1}	Drehzahl (Umdrehungen pro Minute)
p	m	Teilung
P	W	Leistung
r	m	Radius
s	m	Hub
u	-	Anzahl Unfreiheiten eines Gelenks
v	m s^{-1}	Geschwindigkeit
z	-	Normierter Drehwinkel (Kap. 2), Anzahl Zähne (Kap. 5)
α	rad	Ablenkwinkel
μ	rad	Übertragungswinkel
ν	-	Poissonzahl
σ	N mm^{-2}	Spannung
φ	rad	Winkel des Antriebs
ψ	rad	Winkel des Abtriebs
ω	rad s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit

B Literatur

- [1] J. Bryant and C. Sangwin. *How Round is Your Circle?: Where Engineering and Mathematics Meet*. Popular mathematics engineering. Princeton University Press, 2008.
- [2] K. Grote. *Dubbel Taschenbuch für den Maschinenbau*. Springer, 2011.
- [3] H. Haberhauer and F. Bodenstein. *Maschinenenelemente: Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. Springer-Lehrbuch. Springer, 2011.
- [4] V. D. Ingenieure. *Getriebe- für Hub- und Schwingbewegungen; Konstruktion und Berechnung viergliedriger ebener Gelenkgetriebe für gegebene Totlagen*. Number VDI-Richtlinie 2130. Beuth, 1984.
- [5] V. D. Ingenieure. *VDI-Handbuch Getriebetechnik: Ungleichförmig übersetzende Getriebe*. Number Bd. 1-2, VDI-Richtlinie 2147. Beuth, 1990.
- [6] V. D. Ingenieure. *VDI-Handbuch Getriebetechnik: Ungleichförmig übersetzende Getriebe*. Number Bd. 1-2, VDI-Richtlinie 2727, Blatt 3. Beuth, 1990.
- [7] V. D. Ingenieure. *VDI-Handbuch Getriebetechnik: Getriebetechnische Grundlagen*. Number VDI-Richtlinie 2127. Beuth, 1993.
- [8] A. Kempe. *How to Draw a Straight Line: A Lecture on Linkages*. Cornell University Library historical math monographs. Macmillan and Company, 1877.
- [9] H. Kerle, B. Corves, and M. Hüsing. *Getriebetechnik*. Vieweg Verlag, Friedr. & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, 2011.
- [10] W. Klement. *Fahrzeuggetriebe*. Carl Hanser Verlag GmbH & Company KG, 2017.
- [11] P. Lohse. *Getriebesynthese: Bewegungsabläufe Ebener Koppelmechanismen*. Springer London, Limited, 1986.
- [12] K. Luck and K. Modler. *Getriebetechnik: Analyse, Synthese, Optimierung*. Springer London, Limited, 1995.

C Zusammengesetzte Übertragungsfunktionen

Für die Erfüllung spezieller Übertragungsverhalten wie beispielsweise mehrstufige Beschleunigungen oder vorgegebene Wendepunkte können Übertragungsfunktionen $f(z)$ verwendet werden, die sich aus zwei symmetrischen normierten Übertragungsfunktionen $f_{01}(z_1)$ und $f_{02}(z_2)$ zusammensetzen. Damit die zusammengesetzte Funktion $f(z)$ ruckfrei ist, werden $f_{01}(z_1)$ und $f_{02}(z_2)$ dort zusammengefügt, wo die zweite Ableitung null ist, also in der Mitte. Die Koordinaten wo sich beide Kurven treffen seien (Z_w, F_w) . Es gilt

$$z_1 = \frac{z}{2Z_w} \quad (3.3)$$

$$z_2 = \frac{z+1-2Z_w}{2(1-Z_w)} \quad (3.4)$$

Durch die z -Transformation werden die Kurven in horizontale Richtung gestreckt. Für die vertikale Streckung muss die Funktion selbst skaliert werden.

$$f_1(z) = 2F_w f_{01}(z_1) \quad (3.5)$$

$$f_2(z) = 2(1-F_w) f_{02}(z_2) - 1 + 2F_w \quad (3.6)$$

Damit der Übergang von der einen zur anderen Funktion stossfrei erfolgt, müssen die ersten Ableitungen beider Funktionen an der Stelle Z_w gleich gross sein.

$$\frac{d}{dz} f_1(Z_w) = \frac{d}{dz} f_2(Z_w) \quad (3.7)$$

Mit Gleichung 3.3 ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} f_1(z) &= \frac{d}{dz_1} f_1(z_1) \cdot \frac{dz_1}{dz} = \frac{1}{2Z_w} \cdot \frac{d}{dz_1} f_1(z_1) \\ &= \frac{F_w}{Z_w} \cdot \frac{d}{dz_1} f_{01}(z_1) \end{aligned} \quad (3.8)$$

und mit Gleichung 3.4

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz} f_2(z) &= \frac{d}{dz_2} f_2(z_2) \cdot \frac{dz_2}{dz} = \frac{1}{2(1-Z_w)} \cdot \frac{d}{dz_2} f_2(z_2) \\ &= \frac{1-F_w}{1-Z_w} \cdot \frac{d}{dz_2} f_{02}(z_2) \end{aligned} \quad (3.9)$$

Die Gleichung zur Bestimmung von F_w aus Z_w oder umgekehrt lautet demnach

$$\frac{F_w}{Z_w} \cdot \frac{d}{dz_1} f_{01}(0.5) = \frac{1-F_w}{1-Z_w} \cdot \frac{d}{dz_2} f_{02}(0.5) \quad (3.10)$$

Beispiel: Zusammengesetzte Übertragungsfunktion

In einer Verpackungsmaschine sei das verpackte, delikate Gut durch einen kurvengesteuerten Schieber auszustossen. Der erforderliche Gesamthub beträgt 40 mm. Für den stossfreien Bewegungsablauf steht ein Gesamtdrehwinkel von 120° zur Verfügung. Gemäss Pflichtenheft soll das Gut während den ersten 90° sanft und ruckfrei beschleunigt werden, der Schieber jedoch am Bewegungsende mit einem Ruck zum Stillstand kommen. Gesucht sind alle Beschleunigungs- und Geschwindigkeitshöchstwerte, die Teilhübe sowie die Hubgleichungen für die Teilprofile.

Lösung: Für die sanfte Beschleunigung kann beispielsweise die Funktion *Sinoide von Besthorn* (Abb. 11) gewählt werden. Für die Verzögerungsphase mit einem Ruck beim Übergang zur Rast kann die Funktion *kubische Parabel* gewählt werden.

$$f_{01}(z_1) = z_1 - \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi z_1) \quad (3.11)$$

$$f_{02}(z_2) = 3z_2^2 - 2z_2^3 \quad (3.12)$$

Aus der Aufgabenstellung ergibt sich

$$Z_w = 90/120 = 0.75 \quad (3.13)$$

Daraus kann mit Gleichung 3.10 der Wert F_w berechnet werden. Die Werte für die Ableitungen von f_{01} (Sinoide von Besthorn) und f_{02} (kubische Parabel) am Wendepunkt ($z_1 = 0.5$ und $z_2 = 0.5$) können aus Abb. 11 entnommen werden.

$$\frac{F_w}{Z_w} \cdot 2 = \frac{1-F_w}{1-Z_w} \cdot 1.5 \quad (3.14)$$

Daraus ergibt sich

$$F_w = 9/13 = 0.6923 \quad (3.15)$$

Mit den Gleichung 3.3 - 3.6 ergibt sich die Lösung.

$$f_1(z) \quad \text{für} \quad 0 \leq z \leq Z_w \quad (3.16)$$

$$f_2(z) \quad \text{für} \quad Z_w \leq z \leq 1 \quad (3.17)$$

mit

$$f_1(z) = F_w \left[\frac{z}{Z_w} - \frac{1}{\pi} \sin\left(\pi \frac{z}{Z_w}\right) \right] \quad (3.18)$$

$$f_2(z) = \left[3 \left(\frac{z+1-2Z_w}{2(1-Z_w)} \right)^2 - 2 \left(\frac{z+1-2Z_w}{2(1-Z_w)} \right)^3 \right] - 1 + 2F_w \quad (3.19)$$

Die Lösungsfunktion ist in Abb. 54 dargestellt. Um auf die effektive Lösung zu kommen, muss jetzt aus der normierten noch die reale Übertragungsfunktion berechnet werden. Dazu können Gleichungen 2.8 und 2.10 verwendet werden. Der gesuchte Hubverlauf wird somit

$$s(\varphi) = 40 \text{ mm} \cdot f\left(\frac{\varphi}{120^\circ}\right). \quad (3.20)$$

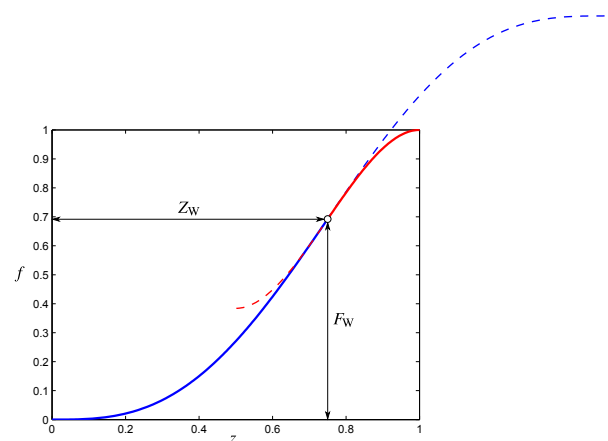


Abbildung 54: Unsymmetrische Übertragungsfunktion.

D Diagramme

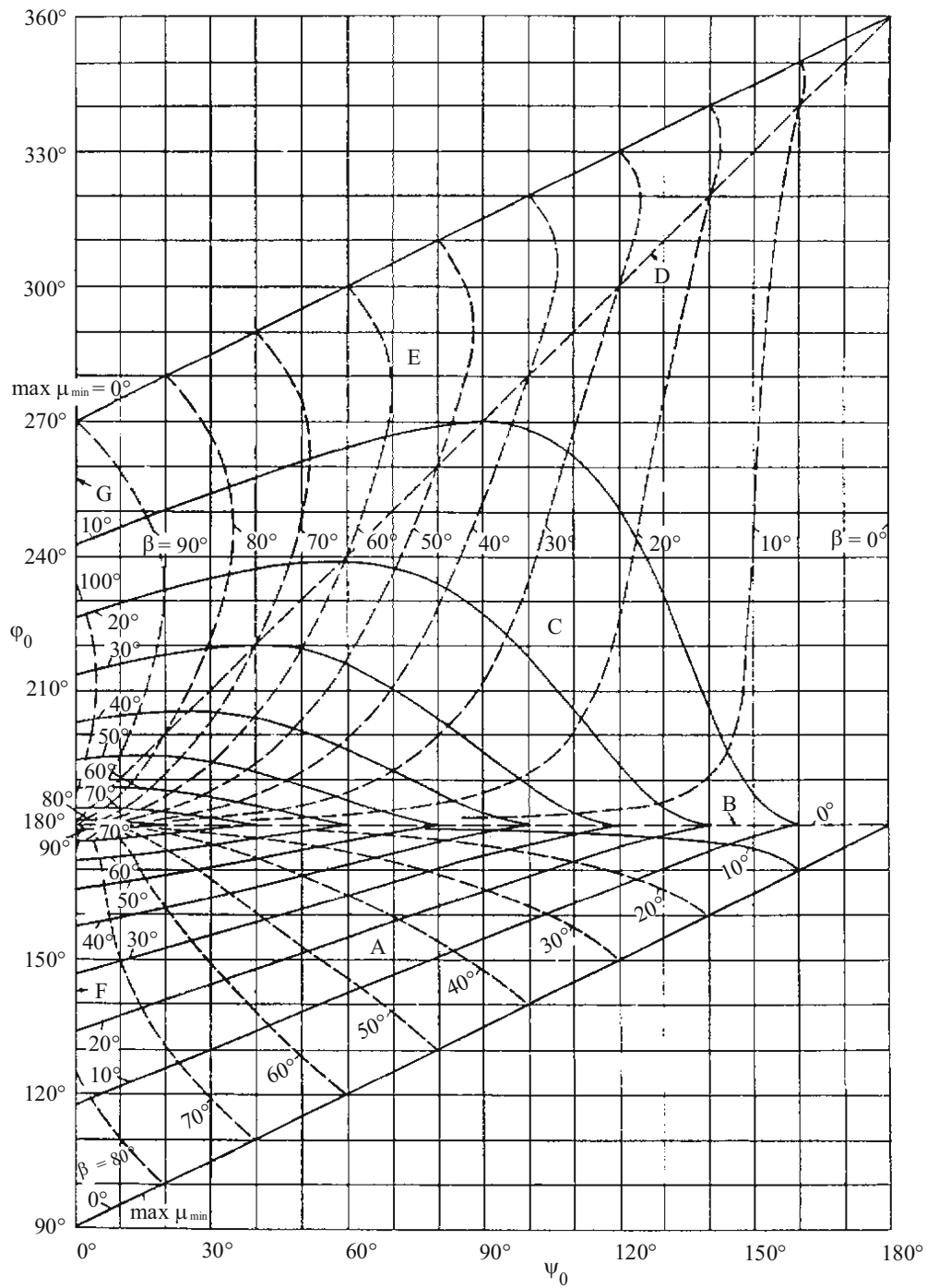


Abbildung 55: Auswahldiagramm für übertragungsgünstige Getriebe. [4].

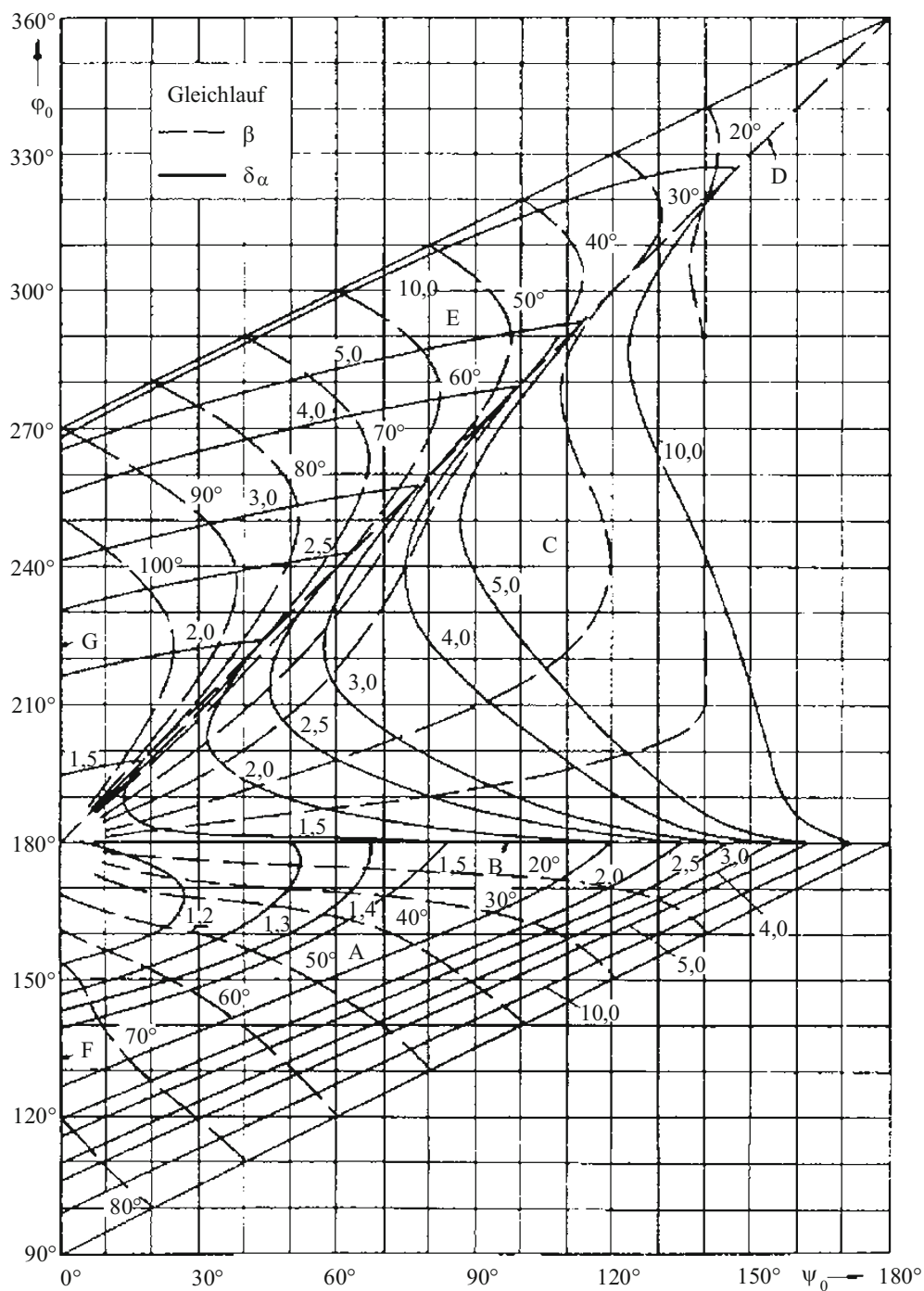


Abbildung 56: Auswahldiagramm für beschleunigungsgünstige Getriebe in der Gleichlaufphase. [4].

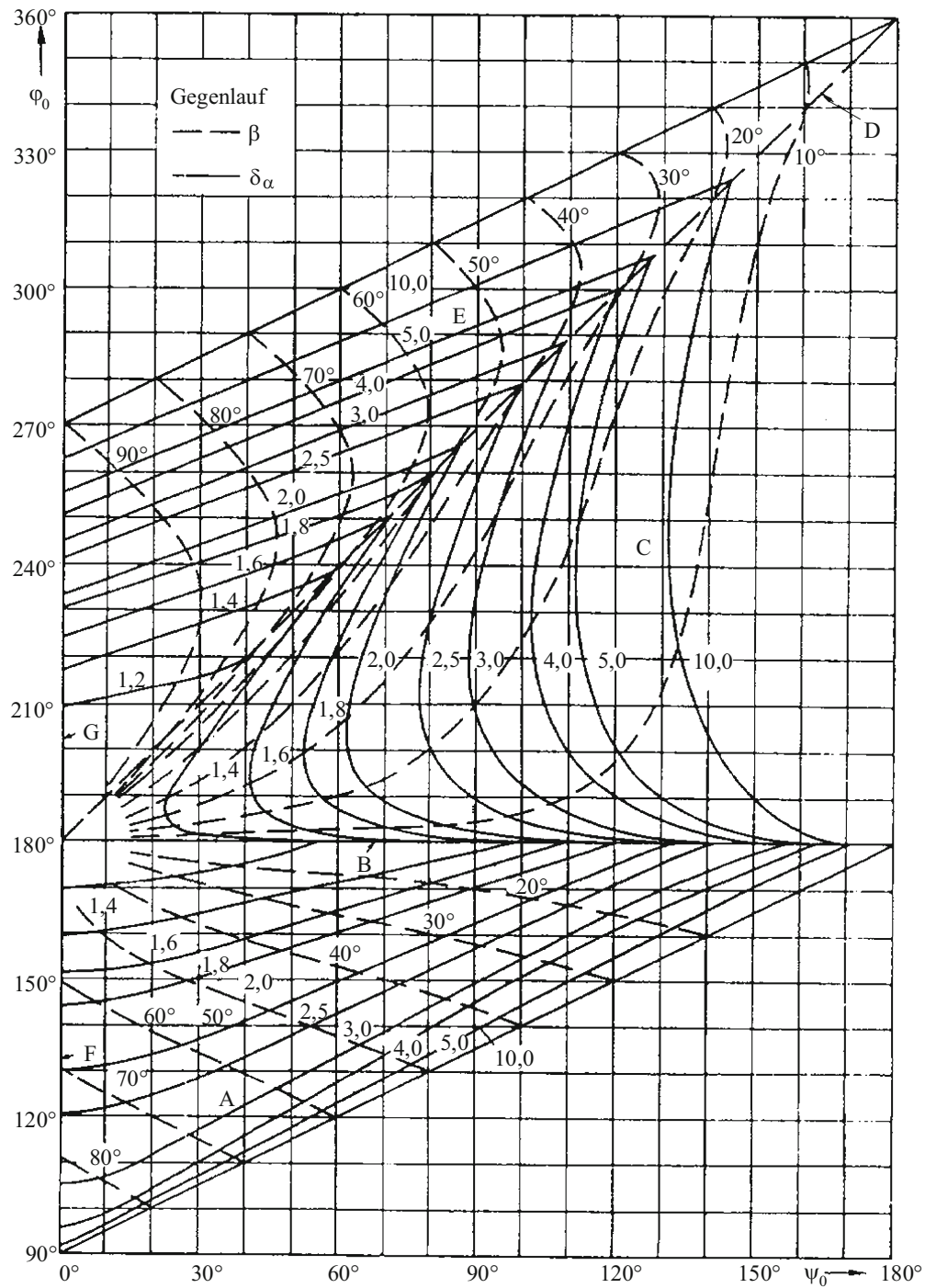


Abbildung 57: Auswahldiagramm für beschleunigungsgünstige Getriebe in der Gegenlaufphase. [4].

Auslegung

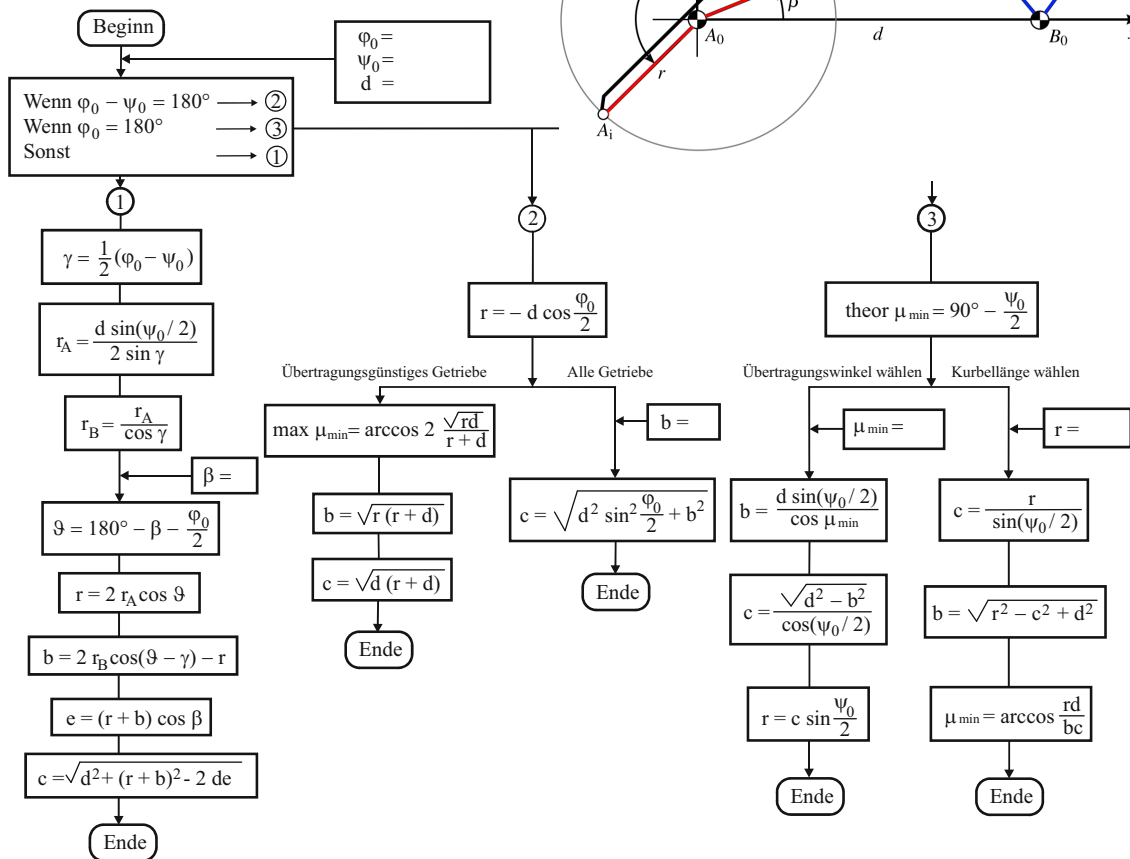


Abbildung 58: Schema zur Berechnung der Geometrie von Kurbelschwingen. [4].

Auslegung

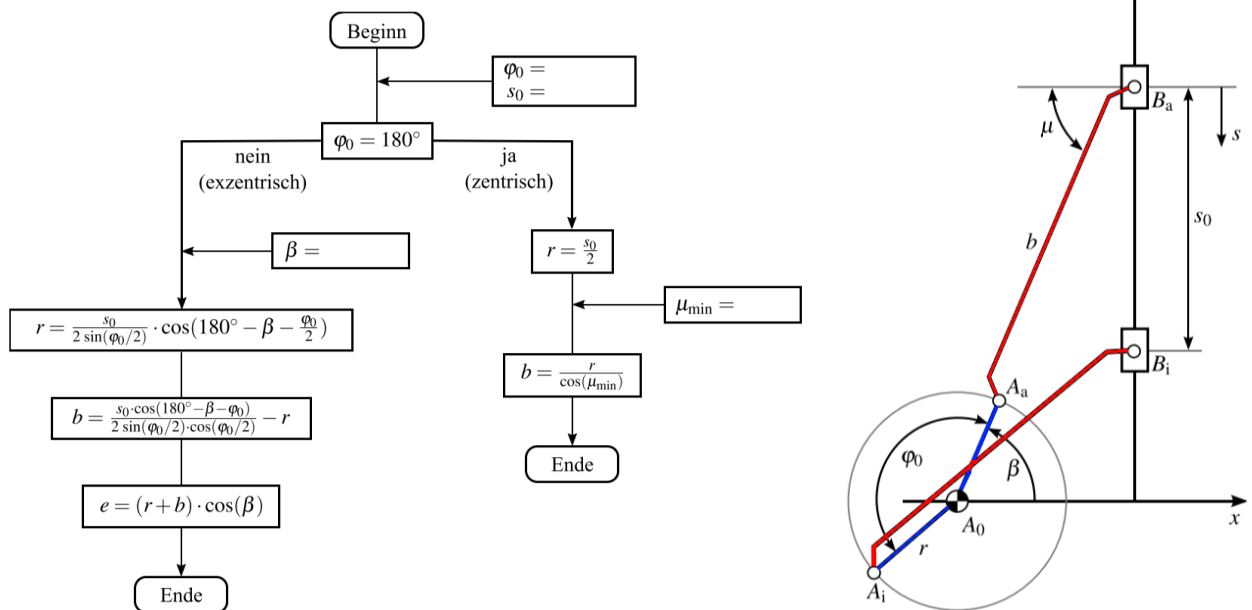
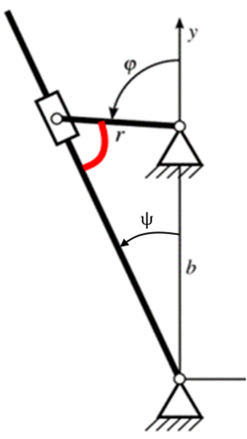
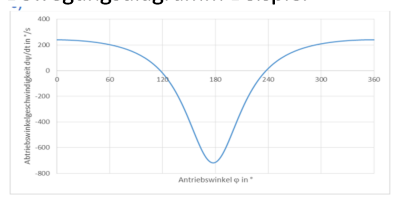
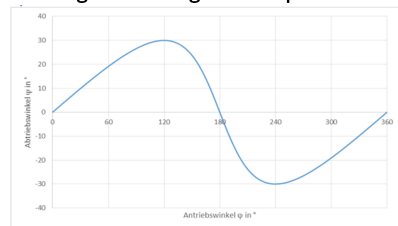
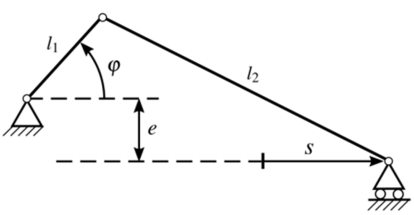
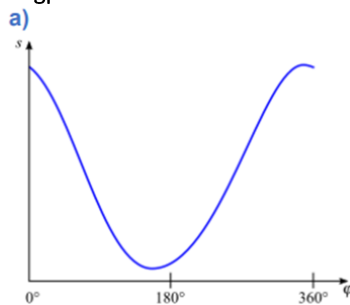
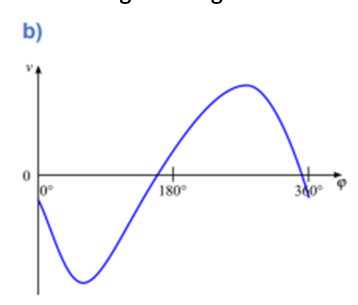
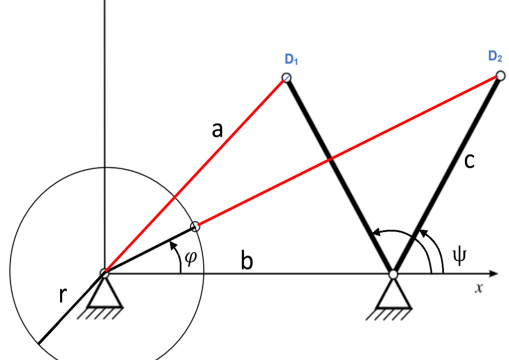
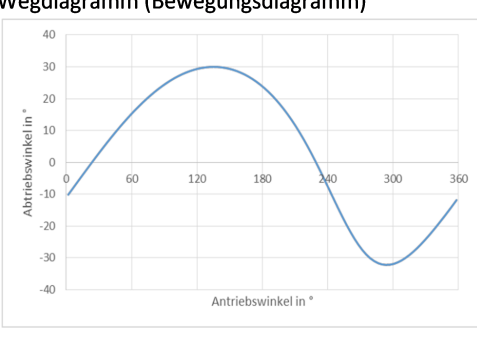


Abbildung 59: Schema zur Berechnung der Geometrie von Schubkurbeln. [4] (modifiziert).

<p>Kurbelschleife</p>  <p>Totlage wenn roter Winkel 90 Grad</p>	<p>Bewegung</p> $\psi = \arctan\left(\frac{\sin(\varphi)}{\frac{b}{r} - \cos(\varphi)}\right)$ <p>Geschwindigkeit</p> $\dot{\psi} = \frac{\psi}{d\varphi}$ <p>Beschleunigung</p> $\ddot{\psi} = \frac{\dot{\psi}}{d\varphi}$	<p>Bewegungsdiagramm Beispiel</p>  <p>Winkelgeschwindigkeit Beispiel</p> 
---	---	---

<p>Schubkurbel</p>  <p> $Max\ Totlage = l_2 + l_1$ (mit Zirkel) $Min\ Totlage = l_2 - l_1$ (mit Zirkel) </p>		<p>Wegprofil s</p> <p>a)</p> 	<p>Geschwindigkeitsdiagramm s</p> <p>b)</p> 
<p>Schubkurbel Zentrisch</p> <p>$\lambda = \frac{l_1}{l_2} \leq 1$</p> <p>Dann \rightarrow sonst \rightarrow</p> <p>Wegdiagramm (Bewegungsdiagramm)</p> $s = l_1 \cdot \cos(\varphi) + l_2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1}{l_2}\right)^2 \cdot \sin^2(\varphi)}$ $s = l_1 \cdot \cos(\varphi) + l_2$		<p>Schubkurbel exzentrisch</p> <p>Wegdiagramm</p> $s = l_1 \cdot \cos(\varphi) + \sqrt{1 - \left(\frac{\sin(\varphi) \cdot l_1 + e}{l_2}\right)^2}$ <p>Geschwindigkeit</p> $v = \frac{s}{d\varphi} = \dot{s}$ <p>Beschleunigung</p> $a = \frac{v}{d\varphi} = \ddot{s}$	

<p>Kurbelschwinge</p> 		<p>Wegdiagramm (Bewegungsdiagramm)</p> 
<p>Bewegung</p> $A = 2 \cdot c(b - r \cdot \cos(\varphi))$ $B = -2 \cdot r \cdot c \cdot \sin(\varphi)$ $C = b^2 + r^2 + c^2 - a^2 - 2(b \cdot r \cdot \cos(\varphi))$ $\psi_{1/2} = 2 \cdot \arctan\left(\frac{B \pm \sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}{A - C}\right)$ $\psi = \psi_1 - \psi_2$		<p>Geschwindigkeit</p> $\dot{\psi} = \frac{\psi}{d\varphi}$ <p>Beschleunigung</p> $\ddot{\psi} = \frac{\dot{\psi}}{d\varphi}$

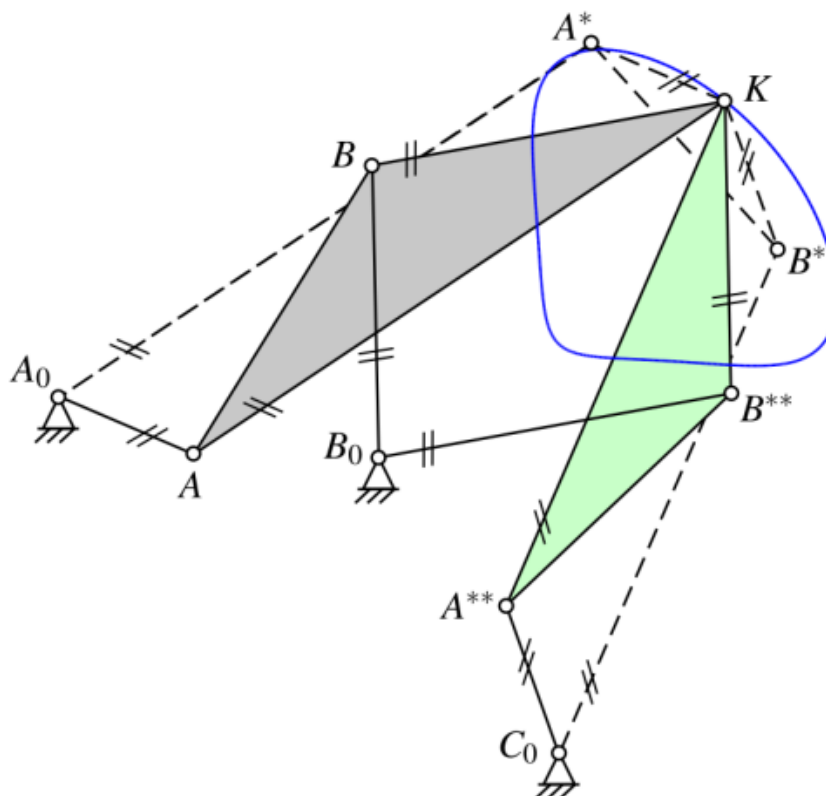
Aufgabe: Konstruktion und Simulation eines Ersatzgetriebes nach Roberts

Nach dem Satz von Roberts kann jede Koppelkurve eines viergliedrigen Getriebes durch drei verschiedene Getriebe erzeugt werden. Ist das Ausgangsgetriebe A_0AKBB_0 gegeben, so existieren zwei weitere sogenannte Robertsche Ersatzgetriebe mit anderen Abmessungen, deren Koppelpunkt K die gleiche Koppelkurve erzeugt. Die Verwendung eines Ersatzgetriebes kann nützlich sein, wenn ein Festlager A_0 oder B_0 aus konstruktiven Gründen nicht am vorgesehenen Ort angebracht werden kann.

Konstruieren Sie die zwei Ersatzgetriebe für Ihr Getriebe aus Übung 9. Simulieren Sie dieses Ersatzgetriebe mit SAM und überprüfen Sie, ob die gewünschte Koppelkurve erzeugt wird.

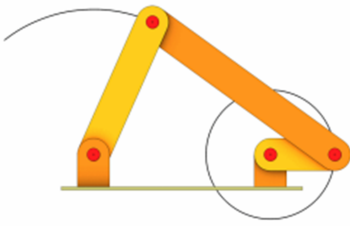
Vorgehen

1. Zur Bestimmung des Ersatzgetriebes kann zunächst ein dritter Gestellpunkt C_0 gefunden werden, indem man ein zum Koppeldreieck ABK gleichsinnig ähnliches Dreieck $A_0B_0C_0$ konstruiert.
2. Konstruktion des Parallelogramms A_0AKA^* liefert den Punkt A^* .
3. Dreieck A^*B^*K ist dem Dreieck AKB ähnlich \rightarrow Punkt B^* .
4. Konstruktion des Parallelogramms B_0BKB^{**} liefert den Punkt B^{**} .
5. Konstruktion des Parallelogramms $B^*KA^{**}C_0$ liefert den Punkt A^{**} .

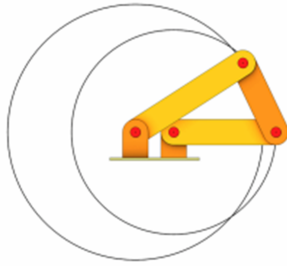


Typische Getriebe

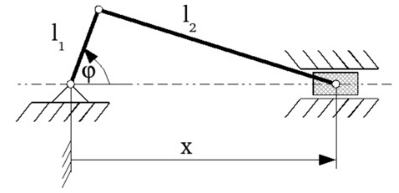
Kurbelschwinge



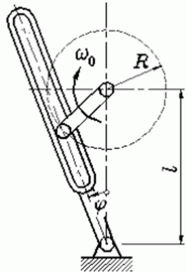
Doppelkurbel



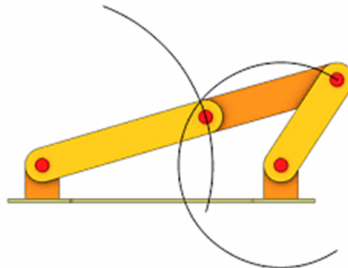
Schubkurbel



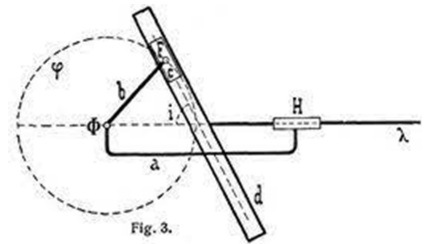
Kurbelschleife



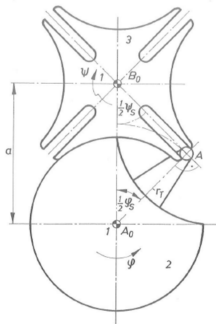
Doppelschwinge



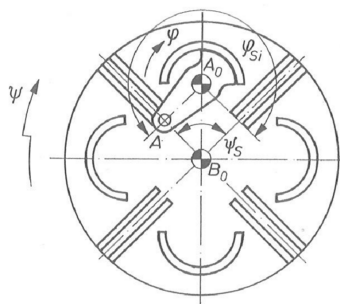
Kreuzschleifenkette



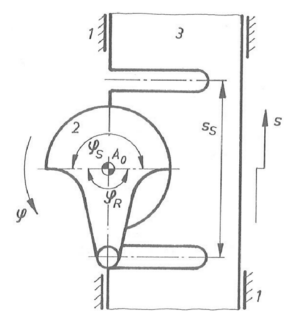
Aussen Malteserkreuzgetriebe



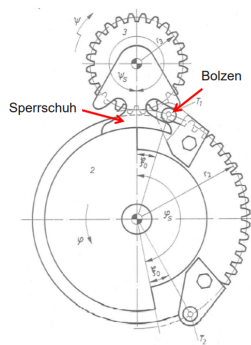
Innen Malteserkreuzgetriebe



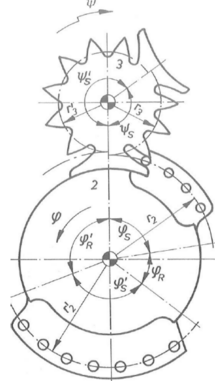
Malteserkreuzgetriebe Geradlinige



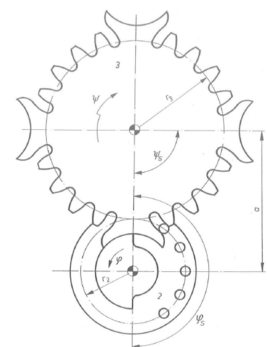
Sternradgetriebe



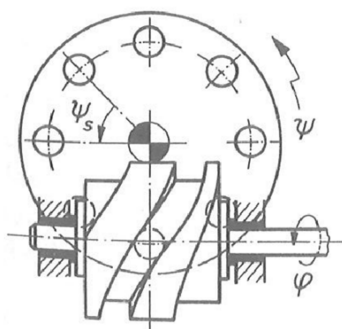
Unregelmässiges Sternradgetriebe



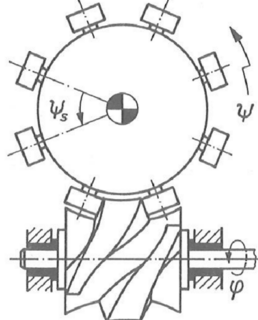
Regelmässiges Sternradgetriebe



Zylinder Kurvenschrittgetriebe



Globoid Kurvenschrittgetriebe



Räderkoppelschrittgetriebe

