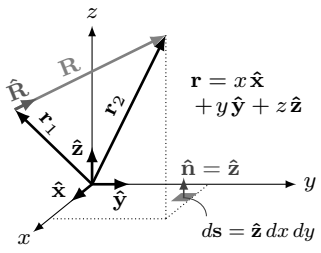
Formelblatt ELT 2 – Elektrostatik & Magnetostatik

Konstanten

Elektrische Feldkonstante *Permittivität von Vakuum*	$\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$	$[\varepsilon_0] = \dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}} = \dfrac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N\,m}^2}$
Magnetische Feldkonstante *Permeabilität von Vakuum*	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{H/m}$	$[\mu_0] = \dfrac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}} = \dfrac{\mathrm{V\,s}}{\mathrm{A\,m}} = \dfrac{\mathrm{T\,m}}{\mathrm{A}}$
Elementarladung (Ladung des Elektrons $q_e = -e$)	$e = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$	$[e] = \mathrm{A\,s} = \mathrm{C}$
Masse des Elektrons (Ruhemasse, $v \ll c_0$)	$m_e = 9.109 \times 10^{-31}\,\mathrm{kg}$	$[m_e] = \mathrm{kg}$

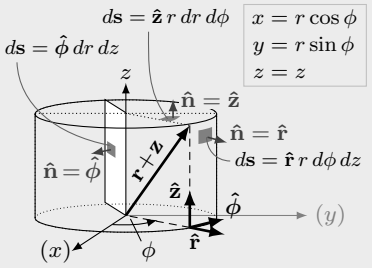
Geometrie

Kartesische Koordinaten



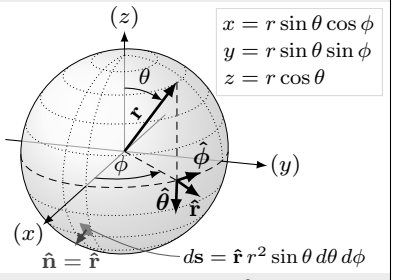
Volumenelement: $dv = dx\,dy\,dz$

Zylindrische Koordinaten



Volumenelement: $dv = r\,dr\,d\phi\,dz$

Sphärische Koordinaten



Volumenelement: $dv = r^2\sin\theta\,dr\,d\theta\,d\phi$

Allgemeines

Arbeit, Energie "Kraft mal Weg"	$\Delta W = \int_L \mathbf{F}\cdot d\mathbf{l} = W_1 - W_2$	$[\Delta W] = [W] = \mathrm{J} = \mathrm{W\,s}$ $[F] = \mathrm{N} = \mathrm{J/m} = \mathrm{kg\,m/s^2}$
Drehmoment "Kraft mal Dreharm"	$\mathbf{T} = \mathbf{r}\times\mathbf{F} = \mathbf{m}\times\mathbf{B}$	$[T] = \mathrm{N\,m}$, $[r] = \mathrm{m}$ $[m] = \mathrm{A\,m^2}$, $[B] = \mathrm{T}$
Zentripetalkraft (Kraft für Kreisbewegung)	$\mathbf{F} = \dfrac{mv^2}{r}(-\hat{\mathbf{r}}) = -m\omega^2\,\mathbf{r}$	$[m] = \mathrm{kg}$, $[r] = \mathrm{m}$ $[v] = \mathrm{m/s}$, $[\omega] = \mathrm{rad/s}$
Lorentzkraft Coulomb- & Ampère-Kraft	$\mathbf{F} = q\,(\mathbf{E} + \mathbf{v}\times\mathbf{B})$	$[E] = \mathrm{V/m}$, $[B] = \mathrm{V\,s/m^2}$ $[v] = \mathrm{m/s}$, $[q] = \mathrm{C}$

Elektrostatik

Elektrische Feldstärke	$\mathbf{E} = \int_V \dfrac{\rho\,dv}{4\pi\varepsilon R^2}\,\hat{\mathbf{R}}$	$[E] = \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$
Elektrisches Potential (im Punkt P)	$\varphi_\mathrm{P} = -\int_{\mathrm{Ref}}^{\mathrm{P}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = \int_V \dfrac{\rho\,dv}{4\pi\varepsilon R}$	$[\varphi] = \mathrm{V}$
Elektrische Spannung *Potentialdifferenz*	$U_\mathrm{AB} = \int_\mathrm{A}^\mathrm{B} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{l} = \varphi_\mathrm{A} - \varphi_\mathrm{B}$	$[U] = \mathrm{V}$
Elektrische Flussdichte *Elektr. Materialgleichung*	$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E} \quad (\varepsilon_r = 1 + \chi_e)$	$[D] = \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{m^2}}$
Elektrischer Fluss	$\Psi_D = \int_A \mathbf{D}\cdot d\mathbf{s}$ $\qquad$ $\Psi_E = \int_A \varepsilon_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}$	$[\Psi] = \mathrm{C} = \mathrm{A\,s}$
Kapazität	$C = \dfrac{Q}{U}$	$[C] = \mathrm{F} = \dfrac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}}$
Gespeicherte Energie einer Kapazität	$W_e = \dfrac{1}{2}CU^2 = \dfrac{1}{2}\dfrac{Q^2}{C}$	$[W_e] = \mathrm{J} = \mathrm{W\,s}$
Energiedichte des elektrischen Felds	$w_e = \dfrac{dW_e}{dv} = \dfrac{1}{2}\mathbf{D}\cdot\mathbf{E} = \dfrac{1}{2}\varepsilon E^2$	$[w_e] = \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{m^3}}$
Gausssches Gesetz	$\mathring{\Psi}_D = \oint_{\text{Hülle}} \mathbf{D}\cdot d\mathbf{s} = Q_\text{frei}$ $\qquad$ $\mathring{\Psi}_E = \oint_{\text{Hülle}} \varepsilon_0\mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = Q$	
Grenzbedingungen ($\hat{\mathbf{n}}$ zeigt von 2 auf 1)	$\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{D}_1 = \hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{D}_2 + \rho_{s,\text{frei}}$ $\qquad$ $\hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{E}_2$	

Stationäre Strömung

Stromdichte *Bewegte Ladungsdichte*	$\mathbf{J} = \rho\mathbf{v} = \sigma\mathbf{E}$	$[J] = \frac{\mathsf{A}}{\mathsf{m}^2}$
Elektrische Leitfähigkeit *Konduktanz*	$\sigma = \rho\,\mu = nq\mu \qquad (n_e q_e \mu_e + n_p q_p \mu_p)$	$[\sigma] = \frac{\mathsf{S}}{\mathsf{m}}$
Elektrischer Strom *Elektrische Strömung*	$I = \int_A \mathbf{J}\cdot d\mathbf{s} = \left.\frac{dQ}{dt}\right\vert_{\text{durch } A} \qquad (I\mathbf{l} = q\mathbf{v})$	$[I] = \mathsf{A} = \frac{\mathsf{C}}{\mathsf{s}}$
Leitwert *(Kehrwert: Widerstand)*	$G = \frac{I}{U} \quad \Leftrightarrow \quad R = \frac{1}{G} = \frac{U}{I}$	$[G] = \mathsf{S} = \frac{1}{\Omega}$
Leistung am Widerstand/Leitwert	$P = UI = \frac{U^2}{R} = GU^2 = I^2R = \frac{I^2}{G}$	$[P] = \mathsf{W} = \frac{\mathsf{J}}{\mathsf{s}}$
Leistungsdichte des Strömungsfelds	$p = \frac{dP}{dv} = \mathbf{J}\cdot\mathbf{E} = \sigma E^2$	$[p] = \frac{\mathsf{W}}{\mathsf{m}^3}$
Gausssches Gesetz *Kirchhoffscher Knotensatz*	$\oint_{\text{Hülle}} \mathbf{J}\cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_n I_n = 0$	
Grenzbedingungen ($\hat{\mathbf{n}}$ zeigt von 2 auf 1)	$\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{J}_1 = \hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{J}_2 \left(+\frac{d\rho}{dt}\right) \qquad \hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{E}_1 = \hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{E}_2$	

Magnetostatik

Magnetische Flussdichte *Gesetz von Biot-Savart*	$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{(\mathbf{J}\,dv)\times\hat{\mathbf{R}}}{R^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_C \frac{(I\,d\mathbf{l})\times\hat{\mathbf{R}}}{R^2}$	$[B] = \mathsf{T} = \frac{\mathsf{Wb}}{\mathsf{m}^2}$
Magnetische Feldstärke *Magnetische Hilfsgrösse*	$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$	$[H] = \frac{\mathsf{A}}{\mathsf{m}}$
Magn. Materialgleichung (magn. Permeabilität μ)	$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} = \mu_0\mu_r\mathbf{H} = \mu_0\,(\mathbf{H}+\mathbf{M}) \qquad (\mu_r = 1+\chi_m)$	
Magnet. Vektorpotential	$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{\mathbf{J}\,dv}{R} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_L \frac{I\,d\mathbf{l}}{R}$	$[A] = \mathsf{Wb/m}$ (nicht Fläche A!)
Magnetische Spannung und *Umlaufsspannung*	$V_m = \int_L \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = R_m\Phi\,, \quad \mathring{V}_m = \oint_C \mathbf{H}\cdot d\mathbf{l}$	$[V_m] = \mathsf{A}$
Magnet. Dipolmoment (einer Stromschleife)	$\mathbf{m} = \frac{1}{2}\int_V \mathbf{J}\times\mathbf{R}\,dv = \hat{\mathbf{n}}\,IA \quad (\hat{\mathbf{n}}\perp A)$	$[m] = \mathsf{A\,m^2}$
Magnetisierung (im linearen Bereich)	$\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H} = \frac{d}{dv}\left[\sum_n \mathbf{m}_n\right]_{\text{in } dv} = N_m\mathbf{m}$	$[M] = \frac{\mathsf{A}}{\mathsf{m}}$
Magnetischer Fluss und magn. Widerstand R_m	$\Phi = \int_A \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \oint_{C=\partial A} \mathbf{A}\cdot d\mathbf{l} = \frac{V_m}{R_m} = V_m\,\Lambda$	$[\Phi] = \mathsf{Wb} = \mathsf{T\,m^2}$
Induktivität *Selbst- & Gegeninduktivität*	$L = \frac{\Phi_1}{I_1} = L_a + L_i\,, \quad M = \frac{\Phi_2}{I_1} = k\sqrt{L_1 L_2}$	$[L] = [M] = \mathsf{H}$ (nicht Magnet. $\mathbf{M}$!)
Gespeicherte Energie einer Induktivität	$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\Phi^2}{L}$	$[W_m] = \mathsf{J} = \mathsf{W\,s}$
Energiedichte des magnetischen Felds	$w_m = \frac{dW_m}{dv} = \frac{1}{2}\mathbf{B}\cdot\mathbf{H} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$	$[w_m] = \frac{\mathsf{J}}{\mathsf{m}^3}$
Magnetkraft *Maxwellsche Zugkraftformel*	$\mathbf{F} = \frac{dW_m}{dl}\hat{\mathbf{l}} = \frac{B^2 A}{2\mu_0}\hat{\mathbf{n}} \qquad (\hat{\mathbf{n}}\perp A)$	$[F] = \mathsf{N}$
Ampèresche Gesetze *Durchflutungssatz* $\mathring{V}_m = \Theta$	$\frac{1}{\mu_0}\oint_{C=\partial A}\mathbf{B}\cdot d\mathbf{l} = \int_A \mathbf{J}\cdot d\mathbf{s}\,, \quad \oint_{C=\partial A}\mathbf{H}\cdot d\mathbf{l} = \int_A \mathbf{J}_{\text{frei}}\cdot d\mathbf{s} = \Theta$	
Gausssches Gesetz *Flusskontinuität*	$\oint_{\text{Hülle}} \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \sum_n \Phi_n = 0$	
Grenzbedingungen ($\hat{\mathbf{n}}$ zeigt von 2 auf 1)	$\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{B}_1 = \hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{B}_2$	$\hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{H}_1 = \hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{H}_2 + \mathbf{J}_{s,\text{frei}}$ $\hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{M}_1 = \hat{\mathbf{n}}\times\mathbf{M}_2 + \mathbf{J}_{s,m}$