3. Das elektrische Feld, Elektrostatik

3.1 Was ist ein Feld? Eigenschaften, Darstellung

Feld Zustand des Raumes, bei dem jedem Punkt innnerhalb eines bestimmten Gebietes eine physikalische Grösse – die Feldgrösse – zugeordnet ist.
Vom Ort im Raum abhängig -> „Ortsfunktion“ oder „Punktfunktion“

Skalarfeld Die Feldgrösse ist ein Skalar, d.h. eine ungerichtete Grösse. (Bsp: Temperatur)

Vektorfeld Ein Vektor legt Betrag und Richtung fest. (Bsp: Windgeschwindigkeit, Kraft)

3.2 Das Coulombsche Gesetz

Bezeichnung	Formel	Masseinheit
Das Coulombsche Gesetz (Nur für Punktladungen)	$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon r^2};\ \vec{F} = \vec{E} \cdot Q_2$	$[F] = N$ r - Abstand

3.3 Elektr. Feld: Feldstärke, Potential, Flussdichte

Bezeichnung	Formel	Masseinheit
Elektrische Feld	$\vec{E} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot \overrightarrow{e_r} = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^3} \cdot \vec{r}$	$[E] = \left[\frac{F}{Q}\right] = \frac{V}{m}$
	$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{4\pi\varepsilon r_1^2} \vec{e}_{ri}$	
Potential einer Punktladung	$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r};\ \varphi = \frac{W}{Q}$	$[\varphi] = \frac{Ws}{As} = V$
Äquipotentialfläche	Die elektrischen Feldlinien stehen senkrecht auf den Äquipotentialflächen. (bzw. Linien)	
Zusammenhang zwischen Spg., Pot. und Feldstärke	$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = E \cdot l_{AB}$	($\vec{E}$ und $\overrightarrow{AB}$ gleich gerichtet und E konstant)
Spannung	$U_{AB} = \int_{r_A}^{r_B} E(r) \cdot dr = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}\right)$	
Arbeit	$W = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\varepsilon} \int_{r_1}^{l} \frac{1}{r^2} dr = \int_{r_1}^{l} F(r) \cdot dr$	Q – Probeladung
	$l \to \infty: W = \frac{Q_1 \cdot Q}{4\pi\varepsilon r_1}$	
Leiter im elektrostatischen Feld	Das Innere eines Leiters im elektrostatischen Feld ist feldfrei und somit auch ladungsfrei. Die elektrischen Feldlinien stehen immer senkrecht zur Leiteroberfläche.	
Elektrische Flussdichte	$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$	$\left[\vec{D}\right] = [\varepsilon] \cdot \left[\vec{E}\right] = \frac{As}{m^2} = \frac{C}{m^2}$
	$\vec{D} = \frac{Q}{4\pi r^2} \cdot \overrightarrow{e_r}$	für das radiale Feld einer Punktladung Q
Elektrischer Fluss	$\Psi = D \cdot A = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$	$[\Psi] = [D] \cdot [A] = C = As$
Gauss’scher Satz der Elektrostatik	Der elektrische Fluss durch eine beliebige geschlossene Fläche (Hülle H) ist gleich der umhüllten Gesamtladung.	

3.4 Die elektrische Kapazität

Bezeichnung	Formel	Masseinheit
Kondensator, Kapazität	$C = \frac{Q}{U};\ C = \frac{\varepsilon A}{d}$	$[C] = \frac{C}{U} = 1\ Farad = 1F$

3.5 Polarisation und Dielektrika

Bezeichnung	Formel	Masseinheit
Dielektrika	$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$ $\frac{tg(\alpha_1)}{tg(\alpha_2)} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$	Berechnung elektrischer Feldlinien an Grenzflächen verschiedener Dielektrika

3.6 Energie und Kräfte im elektrostatischen Feld

Bezeichnung	Formel	Masseinheit
Energie im Kondensator	$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}QU$	$[W] = Ws = VAs = Nm = J$
Energiedichte	$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon \cdot E^2 = \frac{1}{2}D \cdot E$	$[w] = \frac{Ws}{m^3}$ Formel allgemein gültig!
Energieerhaltung	$\Delta W_{mech} = F_{mech} \cdot \Delta s = \Delta W_{Feld}$	
Kraft zwischen zwei Leitern	Prinzip der virtuellen Verschiebung $F = \frac{dW_{el}}{ds} = \frac{1}{2}\varepsilon \cdot E^2 \cdot A$ $F = \frac{1}{2}\varepsilon \cdot \frac{U^2}{s^2} \cdot A$	! Coulombsche Gesetz ist **nicht** gültig! $[F] = N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

Spezielle elektrische Felder

$\sigma = \frac{Q}{A} = Flächenladungsdichte$

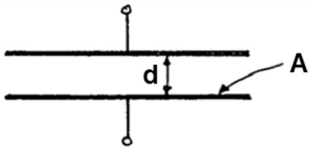
Feldtyp	$Q \rightarrow [C]$	$D \rightarrow [\frac{C}{m^2}]$	$E \rightarrow [\frac{V}{m}]$	$\varphi \rightarrow [V]$
Räumliches Zentralfeld	$\sigma_1 4\pi R_1^2$	$\sigma_1 \frac{R_1^2}{r^2}$ $\frac{Q}{4\pi r^2}$	$\frac{\sigma_1 \cdot R_1^2}{\varepsilon \cdot r^2}$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$	$\frac{\sigma_1 \cdot R_1^2}{\varepsilon \cdot r}$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$
Zylindrisches Koaxialfeld	$\sigma_1 2\pi R_1 l$	$\sigma_1 \frac{R_1}{r}$ $\frac{Q}{2\pi r l}$	$\frac{\sigma_1 \cdot R_1}{\varepsilon \cdot r}$ $\frac{Q}{2\pi\varepsilon r l}$	$\frac{\sigma_1 \cdot R_1}{\varepsilon} \cdot \ln\frac{R_0}{r}$ $\frac{Q}{2\pi\varepsilon r l} \cdot \ln\frac{R_0}{r}$
Homogenes Feld	$\sigma_1 A$	σ_1 $\frac{Q}{A}$	$\frac{\sigma_1}{\varepsilon}$ $\frac{Q}{A \cdot \varepsilon}$	$\frac{\sigma_1}{\varepsilon}(R_0 - r)$ $\frac{Q}{A \cdot \varepsilon}(R_0 - r)$

Elektrische Kapazität

$Q = C \cdot U$

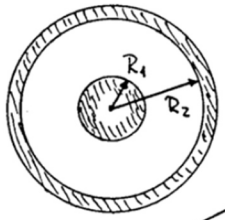
Plattenkondensator
(homogenes Feld)
A >> d_2

$C = \varepsilon \frac{A}{d}$



Konzentrische Kugelschalen
Kugelkondensator
(Räumliches Zentralfeld)

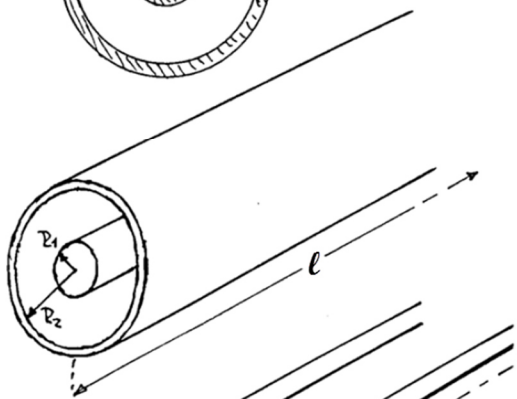
$C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$



Koaxialkabel
(Zylindrisches Koaxialfeld)
l >> R_1, R_2

$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

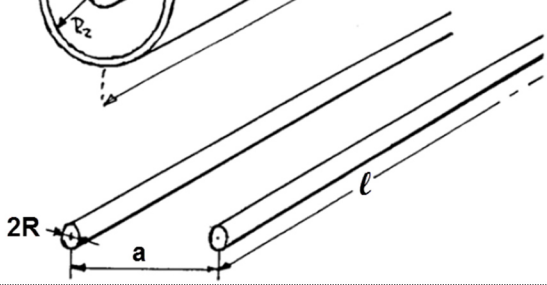
$C' = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$



Paralleldrahtleitung
l >> a
a >> R

$C = \frac{\pi\varepsilon l}{\ln\frac{a - r}{r}}$

$C' = \frac{\pi\varepsilon}{\ln\frac{a - r}{r}}$



$C' \rightarrow Kapazität\ pro\ Meter$