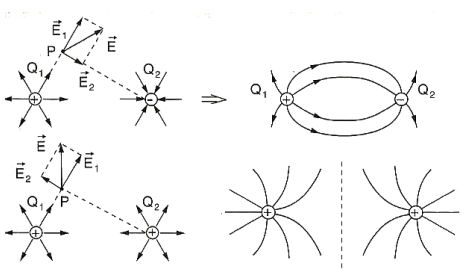
1 Elektrostatik

Name	Allg.	Punktladung	Homogen	Info
Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon_0 = 8.8542 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$			
Elementarladung/masse	$e = 1.602 \cdot 10^{-19} C \quad m_e = 9.109 * 10^{31} kg$			
Coulombsches Gesetz [1)]	$\vec{F} = \vec{E} \cdot Q$	$F = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r^2} \cdot Q_2$		$(F > 0 \rightarrow$ Abstossung)
Elektrische Feldstärke [2,7)]	$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$	$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ $E(r) = \frac{E_{R_1} \cdot {R_1}^2}{r^2}$	$E = \frac{U}{d}$	$[E] = \frac{V}{m}$
Arbeit	$W_{AB} = \int_a^b F(r)dr$	$= \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon}(\frac{1}{a} - \frac{1}{b})$	$= U_{AB} \cdot Q$ [3)]	$[W] = Ws = J; [p] = W$
Spannung innerh. E-Feld [4)]	$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}(s)d\vec{s}$	$= \varphi_A - \varphi_B$	$= \frac{W_{AB}}{Q} = \vec{E} \cdot \vec{l}_{AB}$	
Potential [5)]	$\varphi = \frac{W}{Q} = \sum_{i=1}^{n} \varphi_{Q_i}$ $= \frac{aufgew.Arbeit}{herangesch.Q}$	$\varphi = \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon r}$ $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \sum_{i=1}^{n} \frac{Q_i}{r_i}$		$[\varphi] = V = \frac{Ws}{As} = \frac{VAs}{As}$
Elektrische Flussdichte [6)]	$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$	$D = \frac{Q}{4\pi r^2}$	$D = \frac{\Psi}{A \cos\varphi}$	$[D] = \frac{C}{m^2} = \frac{As}{m^2}$
Elektrischer Fluss	$\Psi = \int_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$		$\Psi = D \cdot A \cdot \cos\varphi$	$[\Psi] = As, C$
Gauss'scher Satz (El-Statik)	$\Psi_{Huelle} = \sum Q_{eingeschlossen}$			
Kapazität	$C = \frac{Q}{U}$			$[C] = F = \frac{C}{V} = \frac{As}{V}$
Flächenladungsdichte	$\sigma = \frac{Q}{A} \rightarrow$ besteht an Grenzfläche zwischen Leiter & Isolator			$[\sigma] = \frac{C}{m^2}$
Ladung	$Q = I \cdot t = C \cdot U$			$[Q] = As = C$
Energiedichte	$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon \cdot E^2 = \frac{1}{2} D \cdot E = \frac{D^2}{2 \cdot \varepsilon}$			$[w] = \frac{J}{m^3}$
Stromstärke	$I = \frac{Q}{t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad i = \frac{dQ}{dt}$			$[I] = \frac{As}{s} = A$

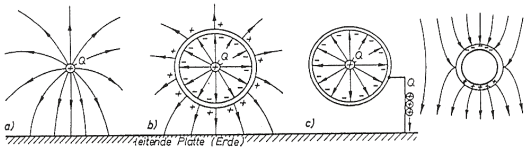
1.1 Anmerkungen zu den Formeln

1) Gilt nur für Punktladungen exakt; für geladene Körper nur wenn Körperabmessung $\ll$ Abstand
2) $Q > 0$: $\vec{E}$ gleiche Richtung wie $\vec{e}_r \leftrightarrow Q < 0$: $\vec{E}$ entgegengesetzte Richtung wie $\vec{e}_r$. Der Radius wird immer von der Kugelmitte aus genommen (d.h. an einer Kugeloberfläche besteht eine Feldstärke!)
3) Wird eine Ladung von A nach B verschoben, so hängt die aufzubringende bzw. abgeg. Energie *nicht vom Verschiebungsweg*, sondern nur von der Potentialdifferenz $\varphi_B - \varphi_A = U_{AB}$ab.
4) Weg AB so wählen, dass $\vec{E} \perp \vec{s}$ oder $\vec{E} \parallel \vec{s}$
5) Potential nimmt in Feldlinienrichtung ab.
6) Im Leiter existiert kein E-Feld $\Rightarrow D = 0! \rightarrow$ D ist materialunabhängig.
7) Superposition durch Vektoraddition



1.2 Leiter im Feld

- Innere des Leiters ist feld- (Influenz) und ladungsfrei (Faradayscher Käfig)
- Feldlinien stehen senkrecht zur Leiteroberfläche
- Oberfläche des Leiters ist äquipotential



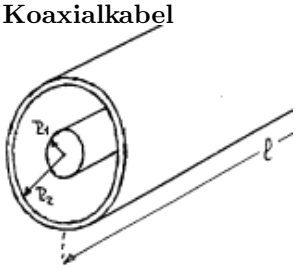
1.3 Kondensator, Kapazität

Kapazitätsberechnung $\Psi_{Huelle} = D \cdot A = Q \Rightarrow D(r) = \frac{Q}{A(r)} \Rightarrow E(r) = \frac{D(r)}{\epsilon} \Rightarrow U = \int E(r) \cdot dr \Rightarrow C = \frac{Q}{U}$

Q angenommen (Q_+ und Q_-) ⇒ D mit Satz von Gauss ⇒ Feldstärke = Flussdichte pro ϵ ⇒ Spannung über das Feld Aufintegrieren, ⇒ C = angenommene Ladung durch U

Plattenkondensator	$C = \frac{\varepsilon A}{d}$	Koaxialkabel (Zyl.) ($r_a > r_i$)	$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{r_a}{r_i}}$
Kugelkondensator ($R_2 > R_1$)	$C = 4\pi\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$	Doppelleitung	$C = \frac{\pi\varepsilon l}{\ln \frac{a-r}{r}} \approx \frac{\pi\varepsilon l}{\ln \frac{a}{r}} (l \gg a \gg r)$

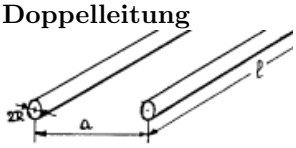
Koaxialkabel



$$D = \frac{Q}{A} = \frac{C \cdot U}{2 \cdot h \cdot \pi} \cdot \frac{1}{r}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} = \frac{C \cdot U}{2 \cdot \pi \cdot h \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \cdot \frac{1}{r}$$

Doppelleitung



Freileitung über Ebene
$C_{\text{Freil.}} = 2 \cdot C_{\text{Doppelleitung}}$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln \frac{a-r}{r}}$$

Spezielle elektrische Felder

Spezielle elektrische Felder $\sigma = \frac{Q}{A}$ = Flächenladungsdichte

Feldtyp	Q C	D C/m²	E V/m	φ V
Räumliches Zentralfeld	$\sigma_1 4\pi R_1^2$	$\sigma_1 \frac{R_1^2}{r^2}$ $\frac{Q}{4\pi r^2}$	$\frac{\sigma_1 R_1^2}{\varepsilon r^2}$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$	$\frac{\sigma_1 R_1^2}{\varepsilon r}$ $\frac{Q}{4\pi\varepsilon r}$
Zylindrisches Koaxialfeld	$\sigma_1 2\pi R_1 l$	$\sigma_1 \frac{R_1}{r}$ $\frac{Q}{2\pi r l}$	$\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon r}$ $\frac{Q}{2\pi\varepsilon r l}$	$\frac{\sigma_1 R_1}{\varepsilon} \ln \frac{R_0}{r}$ $\frac{Q}{2\pi\varepsilon l} \ln \frac{R_0}{r}$
Homogenes Feld	$\sigma_1 A$	σ_1 $\frac{Q}{A}$	$\frac{\sigma_1}{\varepsilon}$ $\frac{Q}{A\varepsilon}$	$\frac{\sigma_1}{\varepsilon}(R_0 - r)$ $\frac{Q}{A\varepsilon}(R_0 - r)$

$\sigma = \frac{Q}{A}$; R_0 = Abstand zum Bezugspunkt; r = Abstand zur Ladung

1.4 Schaltungen mit Kapazitäten

Kapazitäten werden in den Grundschaltungen genau **verkehrt gegenüber Widerständen** berechnet.

Parallelschaltung zweier C	$C_{tot} = C_1 + C_2$	Parallelschaltung mehrerer C	$C_{tot} = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \rightarrow$ alle gleiche U
Serieschaltung zweier C	$C_{tot} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	Serieschaltung mehrerer C	$\frac{1}{C_{tot}} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{Q_k} \rightarrow$ alle gleiche Q

1.5 Polarisation und Dielektrika

Man unterscheidet zwischen zwei verschiedenen Dielektrika:
- Die **dipolfreien** Moleküle **unpolarer Dielektrika** werden durch die Wirkung des elektrischen Feldes verzerrt. Man nennt dies eine **Verschiebungspolarisation**.
- Bei **polaren Dielektrika** (z.B. H_2O) haben die Moleküle ohne äussere Einwirkung bereits Dipolcharakter. Es entsteht nebst der Verschiebungspolarisation noch eine **Orientierungspolarisation**.

Isolator im E-Feld (E_p = Gegenfeld, E_0, D_0 = äusseres Feld

$$E_P \approx E_0 \quad E_P = pE_0 \quad \vec{E_{res}} = \vec{E_0} + \vec{E_p} \Rightarrow D_0 = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E_{res} \quad D \approx D_0, E \approx E_{res} \Rightarrow D = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot E$$

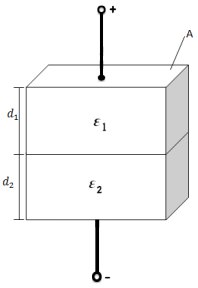
1.5.1 Querschichtung

$$D = \frac{Q}{A} \Rightarrow \text{konstant}$$

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_1} = \frac{U}{d_1 + \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \cdot d_2}; E_2 = \frac{D}{\epsilon_2}$$

$$U = E_1 d_1 + E_2 d_2 \Rightarrow D = \frac{U}{\frac{d_1}{\epsilon_1} + \frac{d_1}{\epsilon_2}}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$



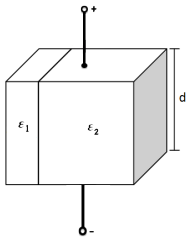
1.5.2 Längsschichtung

$$E = \frac{U}{d} \Rightarrow \text{konstant}$$

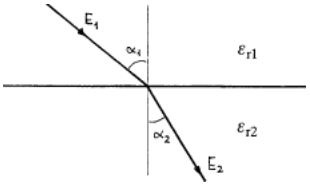
$$D_1 = E \cdot \epsilon_1; D_2 = E \cdot \epsilon_2$$

$$\epsilon_2 > \epsilon_1 \Rightarrow D_2 > D_1$$

$$\frac{D_2}{D_1} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$



1.5.3 Feldlinien an Grenzfl. ver. Dielektrika



$$\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\varepsilon_{r1}}{\varepsilon_{r2}}$$

1.5.4 Eigenschaften von Dielektrika

homogen: ε_r ist ortsunabhängig	inhomogen: ε_r ist ortsabhängig
linear: ε_r ist feldstärkeunabh.	nichtlinear: ε_r ist feldstärkeabh.
isotrop: ε_r ist richtungsunabh.	anisotrop: ε_r ist richtungsabh.

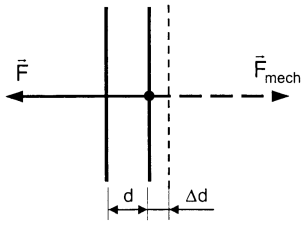
1.5.5 Relative Dielektrizitätskonstanten ε_r verschiedener Stoffe bei $20°C$

Azeton	21.5	Bernstein	2.8	Diamant	16.5	Glas	5 ... 7
Glimmer	5 ... 8	Gummi	2.7	Hartpapier	5 ... 6	Harzöl	2
Mineralöl	2.2	Pertinax	4.8	Petroleum	2.1	Polystyrol	2.6
Quarz	3.8 ... 5	Keram. Stoffe	10 ... 1000	Vakuum	1	Wasser	80.3

1.6 Energie und Kraft im elektrostatischen Feld

Im Kondensator gespeicherte Energie:

$$W = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2}_{U=konst} = \frac{1}{2}\cdot Q\cdot U = \underbrace{\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}}_{Q=konst}$$



Grundsätzlich versuchen sich die Feldlinien zu verkürzen → Die Kraft auf die Grenzflächen ist so gerichtet, dass sie die Kapazität zu vergrössern sucht.
Die Kraft berechnet sich mittels dem **Prinzip der virtuellen Verschiebung**.

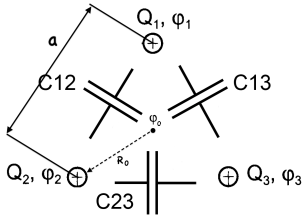
$$F = F_{mech} = \left|\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}d}\right| \quad \mathrm{d}W = \tfrac{1}{2}\varepsilon\cdot E^2\cdot A\cdot \mathrm{d}d \quad \Rightarrow \quad \boxed{F = \frac{1}{2}\varepsilon\cdot E^2\cdot A = \frac{1}{2}\varepsilon\cdot\frac{U^2}{d^2}\cdot A}$$

$$F = \frac{1}{2}\cdot U^2\cdot\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}d},\ \text{(für U = const.)} \quad \text{oder} \quad F = \frac{1}{2}\cdot Q^2\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}d}\left(\frac{1}{C}\right),\ \text{(für Q = const.)}$$

Jeweils Ableiten nach Variabler Grösse!
Formeln für F gelten auch, wenn C an Quelle angeschlossen ist, dafür muss jedoch $|F|$ genommen werden.

1.7 Teilkapazitäten, Mehrleitersysteme

Um die kapazitive Beziehung von mehrehren gegeneinander isolierten Leitern (sog. Mehrleitersystem) zu bestimmen kann man deren Teilkapazitäten berechnen. So lassen sich z.B. die Teilkapazitäten eines mehradrigen Kabels berechnen.



Zur Berechnung der Teilkapazitäten geht man wie folgt vor:

1. Ladungen Q_1, Q_2, Q_3 (mit $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$) als gegeben betrachten und $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ in Bezug zur Mitte berechnen.
   Bsp $\varphi_1 = \frac{1}{2\cdot\pi\cdot\epsilon\cdot l}(Q_1\cdot\ln\frac{R_0}{R} + Q_2\cdot\ln\frac{R_0}{a} + Q_3\cdot\ln\frac{R_0}{a})$
2. U_{12}, U_{23}, U_{13} aus $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ berechnen. Bsp $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = -U_{21}$
3. Q_1, Q_2, Q_3 explizit berechnen. Beachte $Q_3 = -Q_1 - Q_2$,usw.
   $\Rightarrow Q_1(U_{12}, U_{13}) = C_{12}\cdot U_{12} + C_{13}\cdot U_{13}$ usw. für $Q_2(U_{21}, U_{23}), Q_3(U_{31}, U_{32})$.

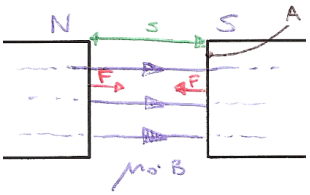
2 Das Magnetische Feld

2.1 Energie und Kraft im magnetischen Feld

Energiedichte: $\boxed{w_m = \int_0^B \vec{H}\cdot d\vec{B}}$ (Allgemein) $\boxed{w_m = \frac{1}{2}B\cdot H}$ (homog. Feld) $[w_m] = \frac{J}{m^3}$

Energie: $\boxed{W_m = \frac{1}{2}L\cdot I^2 = \frac{1}{2}N\cdot I\cdot\Phi \ \text{ or } \ W_m = \frac{1}{2}\int_{V_{Lu}}\vec{H}\cdot\vec{B}\cdot dV}$ (Allg.) $\boxed{W_m = w_m\cdot V = \frac{1}{2}B\cdot H\cdot V}$ (homog. Feld)

Die Kraft auf Grenzflächen ist stets so gerichtet, dass sie die Induktivität zu vergrössern sucht. Das heisst immer vom ferromagnetischen Material zur nichtferromagnetischen Umgebung (z.B. Luft). Prinzip der virtuellen Verschiebung:



Kraft auf einen Anker:

$$\boxed{F = \left|\frac{\mathrm{d}W_m}{\mathrm{d}s}\right| = \frac{1}{2}I^2\cdot\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}s} \qquad oder \qquad F = \frac{1}{2}B_L\cdot H_L\cdot A_L}$$

$$\boxed{F = \frac{1}{2}\frac{B_L^2}{\mu_0}A_L = \frac{1}{2}\mu_0\cdot H_L^2\cdot A_L = \frac{1}{2}\frac{\Phi^2}{\mu_0 A_L} = \frac{1}{2}\frac{\Phi\cdot B_L}{\mu_0}} \ (\text{für } \mu_{rFe} \gg 1)$$

2.2 Wichtigste Formeln

Magnetische Feldlinien verlaufen ausserhalb eines Magneten vom Nord- zum Südpol und sind immer geschlossen. Dabei zeigt die Kompassnadel immer in Richtung der Feldlinien.

Name	**Allg.**	**Homogen**	**Info**
Permeabilität	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} = 1.2566 \frac{\mu H}{m}$ $\quad \mu = \mu_0 \cdot \mu_r$		$\frac{\mu H}{m} = \frac{Vs}{An}$
3-Finger-Regel: (rechte Hand)	F = Daumen, v = Zeigefinger, B = Mittelfinger		$Q > 0$!!
Ampèresches Gesetz	$F_A = \underbrace{\frac{\mu}{4\pi} \frac{\cdot Q_1 \cdot v_1}{r^2}}_{B} \cdot Q_2 \cdot v_2$		
Lorentzkraft (bewegte Ladung)	$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$	$\lvert\vec{F}\rvert = Q \cdot v \cdot B \cdot \sin\alpha$	N
Kraft auf stromführenden Leiter	$\vec{F}_L = I(\vec{l} \times \vec{B})$	$\lvert\vec{F}_L\rvert = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\alpha$	
Magn. Flussdichte	$B = H \cdot \mu = \frac{F}{Q \cdot v}$, wobei $\vec{v} \perp \vec{B}$		$\frac{Vs}{m^2} = T$ (Tesla)
Magnetische Feldstärke	$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$	$H(s)$ aus $\Theta = \mathring{V}_m$	$\frac{A}{m}$
Magnetische Spannung	$V_m = \int \vec{H}(s) \cdot \vec{ds}$	$V_m = H \cdot s$	A
Magn. Umlaufspannung	$\mathring{V}_m = \oint \vec{H}(s) \cdot \vec{ds}$	$\mathring{V}_m = H \cdot \mathring{s}$	
Durchflutungssatz	$\boxed{\Theta = \mathring{V}_m} = \int_A \vec{J} \cdot \vec{dA} \vee \underbrace{\sum I_k}_{=NI} = \oint \vec{H}(s) \cdot \vec{ds}$		A
Magnetischer Fluss	$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA}$	$\Phi = B \cdot A \cdot \cos(\gamma)$	$Vs = Wb$ (Weber)
Maxwellsche-Gleichung	$\oint \vec{B} \cdot \vec{dA} = 0$ ($\sum \Phi$ durch Hülle $= 0$)		
"Ohmsches Gesetz des Magn."	$V_m = R_m \cdot \Phi \Leftrightarrow \Theta = R_m \cdot \Phi$ (ganzer Kreis)		A
Magn. Widerstand	$R_m = \frac{V_m}{\Phi} = \frac{\Theta}{\Phi}$	$R_m = \frac{l}{\mu A}$	$\frac{A}{Wb}$
Magn. Leitwert (auch G_m/A_L)	$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \frac{\Phi}{V_m} = \frac{\Phi}{\Theta}$	$\Lambda = \frac{\mu A}{l}$	$\frac{Vs}{A} = H$ (Henry)
Verketteter Fluss	$\Psi = \sum \Phi$ (meist $\boxed{\Psi = N \cdot \Phi}$)		$[\Psi] = [\Phi] = Vs = Wb$
Kopplung	**Allg.**	**Bei best. Kopplung**	
Induktivität	$L = \frac{\Psi}{I}$	ideal: $L = \Lambda N^2 = \frac{N^2}{R_m}$	$[L] = \frac{Vs}{A} = H$
innere Induktivität	$L_i = \frac{\mu \cdot l}{8 \cdot \pi}$		$[L] = \frac{Vs}{A} = H$
Gegeninduktivität	$M = M_{21} = M_{12}$	ideal: $M = \sqrt{L_1 L_2}$	vorder Index = Wirkung,
	$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$ $(= \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1})$	nicht ideal: $M < \sqrt{L_1 L_2}$	hinterer = Ursache
Kopplungsfaktor	$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$	ideal: $k = 1$	$[-]$
Streukoeffizient	$\sigma = 1 - k^2 = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$	ideal: $\sigma = 0$	$[-]$
Hall-Sonde	$U_H = \frac{I \cdot B}{e \cdot n_p \cdot h}$		V
Kreis-r in M-Feld abgelenkte Q	$r = \frac{m_Q \cdot v}{Q \cdot B}$		m, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} kg$
Füllfaktor	$F = \frac{A_{\text{Effektiv Fe}}}{A_{Tot}}$		$[-]$ $(F \leq 1)$
Luftspaltkenngrösse	$\alpha = \frac{l_{Fe} \cdot A_L}{l_L \cdot A_{Fe}} \approx \frac{l_{Fe}}{l_L}$ (für $A_L \approx A_{Fe}$)		$[-]$
effektive Permeabilität	$\mu_{r_{eff}} = \frac{\alpha \cdot \mu_{r_{Fe}}}{\alpha + \mu_{r_{Fe}}}$		$[-]$

Wenn Φ gesucht: H aus Geometrie $\Rightarrow B = H \cdot \mu \quad \Phi = \int_A \vec{B} \cdot \vec{dA}$ Wobei: dA auch auf der Flussröhre verschoben werden kann

2.3 Magn. Feldstärke

Biot-Savart: (Ströme dünner Leiter)
$\vec{H}$ (in Punkt P) $= \frac{I}{4\pi} \int \frac{\vec{dl} \times r(\vec{l})}{r^3(l)}$

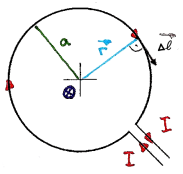
(bewegte Punktladung)
$\vec{H} = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^3} \cdot (\vec{v} \times \vec{r})$

Magnetfeld ausserhalb eines langen Leiters:
$H(r) = \frac{I}{2 \cdot \pi \cdot r}$

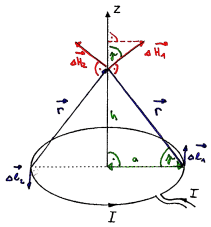
Magnetfeld innerhalb eines geraden, langen Leiters:
$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \frac{A_{eingeschlossen}}{A_{total}}$

Magnetfeld der Zylinderspule:
$H(r) = \frac{N \cdot I}{l} \qquad l \gg d$

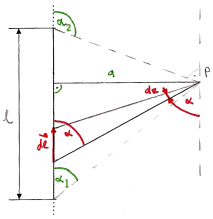
Magnetfeld einer Toroidspule:
$H_{innen}(r) = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} \qquad H_{aussen} = 0$



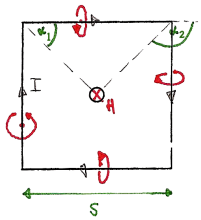
$H = \frac{I}{D} = \frac{I}{2a}$



$H = \frac{I}{2} \cdot \frac{a^2}{\sqrt{a^2+h^2}^3} = \frac{I}{2} \cdot \frac{cos(\gamma) \cdot a}{2r^2}$



$H = \frac{I}{4\pi a}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$

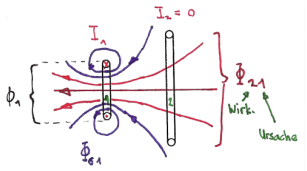


$H = \frac{I \cdot 2\sqrt{2}}{\pi \cdot s}$

2.4 Induktivität

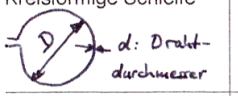
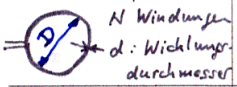
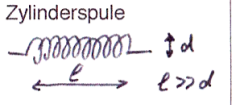
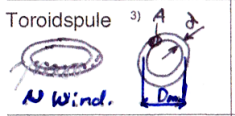
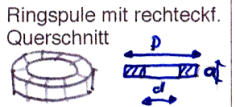
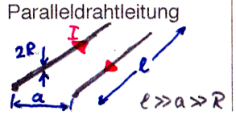
Induktivität hängt nicht vom Strom ab, sondern nur von der Geometrie der Leiteranordnung, der Permeabilität und der umgebenden Materie.

2.5 Gegeninduktivität, magnetische Kopplung



Die Gegeninduktivität beschreibt die Wirkung einer Spule auf eine zweite, d.h. sie sind magnetisch gekoppelt.
Die magnetische Kopplung zweier Spulen hängt davon ab, ob und wie gross der Streufluss Φ_σ, d.h. der Fluss, der "verloren" und nicht durch die zweite Spule geht, ist. Je kleiner der Streufluss, desto idealer die Kopplung.
$M = \sqrt{L_1 L_2} \cdot k$ M = Reziprozität k = Kopplungsfaktor (= 1 falls ideal)

2.6 Zusammenstellung magnetischer Grössen für spezielle Leiteranordnungen

	Leitwert Λ	Durchfl. Θ	Fluss Φ [1]	Verk.-Fluss Ψ	Induktivität L [2]
Kreisförmige Schleife 	$\frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d}$	$\Theta = I$	$\frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d} \cdot I$	$\Psi = \Phi$	$L = \frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d}$
Kreisrahmenspule [4] 	$\frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d}$	$\Theta = N I$	$\frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d} \cdot N \cdot I$	$\Psi = N \cdot \Phi$	$L = \frac{\mu D}{2} \cdot \ln\frac{D}{d} \cdot N^2$
Zylinderspule 	$\frac{\mu A}{\ell} = \frac{\mu \pi d^2}{4\ell}$	$\Theta = N I$	$\frac{\mu \pi d^2}{4\ell} \cdot N \cdot I$	$\Psi = N \cdot \Phi$	$L = \frac{\mu \pi d^2}{4\ell} \cdot N^2$
Toroidspule [3] 	$\frac{\mu A}{\ell_m} = \frac{\mu d^2}{4 D_m}$	$\Theta = N I$	$\frac{\mu d^2}{4 D_m} \cdot N \cdot I$	$\Psi = N \cdot \Phi$	$L = \frac{\mu d^2}{4 D_m} \cdot N^2$
Ringspule mit rechteckf. Querschnitt 	$\frac{\mu a}{2\pi} \cdot \ln\frac{D}{d}$	$\Theta = N I$	$\frac{\mu a}{2\pi} \cdot \ln\frac{D}{d} \cdot N \cdot I$	$\Psi = N \cdot \Phi$	$L = \frac{\mu a}{2\pi} \cdot \ln\frac{D}{d} \cdot N^2$
Koaxialleitung 	$\frac{\mu \ell}{2\pi} \cdot \ln\frac{R_2}{R_1}$	$\Theta = I$	$\frac{\mu \ell}{2\pi} \cdot \ln\frac{R_2}{R_1} \cdot I$	$\Psi = \Phi$	$L = \frac{\mu \ell}{2\pi} \cdot \ln\frac{R_2}{R_1}$
Paralleldrahtleitung 	$\frac{\mu \ell}{\pi} \cdot \ln\frac{a-R}{R}$	$\Theta = I$	$\frac{\mu \ell}{\pi} \cdot \ln\frac{a-R}{R} \cdot I$	$\Psi = \Phi$	$L = \frac{\mu \ell}{\pi} \cdot \ln\frac{a-R}{R}$

Bemerkungen:
[1] ohne Fluss durch Leiter
[2] nur äussere Induktivität
[3] $A = \frac{\pi d^2}{4} \qquad l_m \approx \pi D_m$
[4] Wicklungs-⌀ d in radialer und axialer Richtung $d \ll D$

Allgemein gilt:
$\boxed{\Phi = \Lambda \cdot \Theta}$, $\Lambda = \frac{1}{R_m}$

$\boxed{L = \frac{\Psi}{I}}$

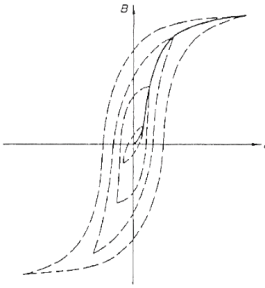
$L = \Lambda = \frac{1}{R_m}$, falls $N = 1$

$\boxed{L = \Lambda N^2 = \frac{N^2}{R_m}}$, falls die N-Windungen unter sich ideal gekoppelt sind.

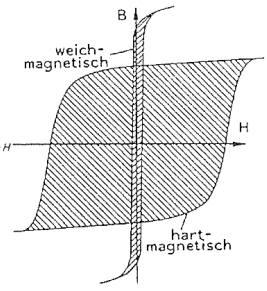
2.7 Magnetisierung

Stoff (Eigenschaft) *Kennzeichen*	Ohne äusseres Magnetfeld: Stoff magnetisch neutral, da...	Effekte beim Anlegen eines äusseren Magnetfeldes H
diamagnetisch *Felder bzw. Kreisströme der Elektronenbahnen eines Elementarteilchens kompensieren sich weitgehen*	jedes einzelne Elemtarteilchen neutral	Geringe Abschwächung des Feldes (Gegenfeld) infolge von Gegenkreisströmen: $\mu_r < 1$
paramagnetisch *Jedes Teilchen besitzt resultierenden Kreisstrom (resultierendes Feld)* *Teilchen = Elementarmagnet*	Richtung der Elementartteilchen (Elementarmagnete) regellos	Verstärkung des Feldes durch Ausrichten der Elementarmangete in Richtung von H $\mu_r > 1$
ferromagnetisch *Bezirke aus vielen Elementarmagneten mit gleicher Magnetisierungsrichtung* $\Rightarrow$ *grössere Teilmagnete*	Richtung der Bezirke regellos	- Ausrichten der Elementarmagnete - Vergrösserung der Bezirke mit gleicher Magnetisierungsrichtung wie H-Feld $\Rightarrow$ kräftige Verstärkung des Feldes $\mu_r >> 1$ aber von H abhängig

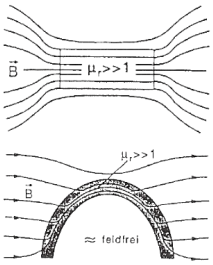
2.7.1 Ferromagnetische Stoffe



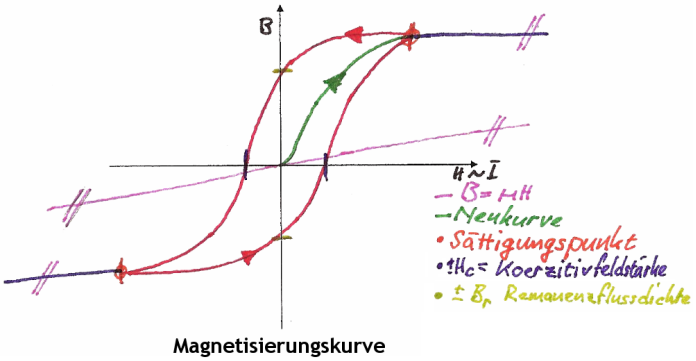
Kommutierungskurve



Hart- und weichmagn. Stoffe



Magnetbündelnde Wirkung von Ferromagnetika

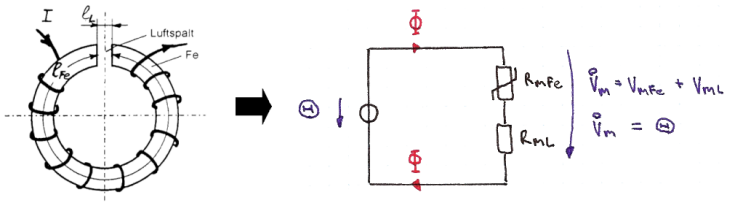


Magnetisierungskurve

2.7.2 Brechung magnetischer Felder

Gleich wie bei elektrostischen Felder: $\frac{\tan(\alpha_1)}{\tan(\alpha_2)} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}}$

2.8 Der magnetische Kreis

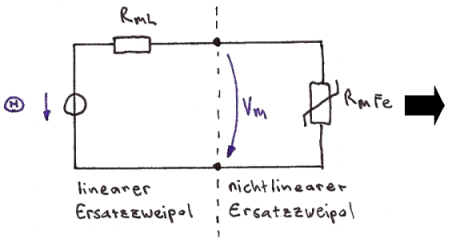


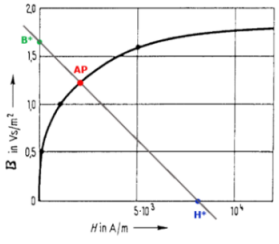
$\mathring{V}_m$: magn. Umlaufspannung
R_{mFe}: magn. Widerstand Eisenkern
R_{mL}: magn. Widerstand Luft
Φ: magn. Fluss
$B \leftrightarrow H$: aus magn. Kurve

$$\Theta = \mathring{V}_m = N \cdot I = \sum_{i=1}^{n} H_i \cdot l_i$$

Vorgehen vereinfacht:
1. $B = \frac{\Phi}{A}$
2. H aus Diagramm
3. $V_M = H \cdot l$
4. V_M's zusammenr.
5. $\Rightarrow \mathring{V}$
6. $I = \frac{\mathring{V}}{N}$

2.8.1 Von der Durchflutung Θ ausgehende Berechnung

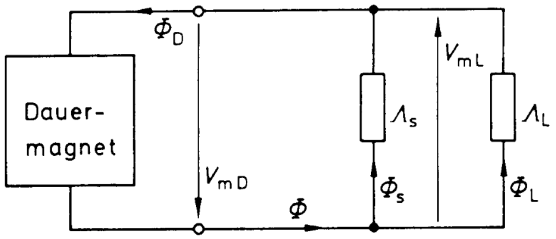




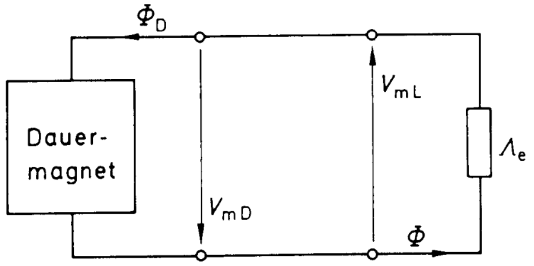
1. magn. Kreis in linearen und nichtlinearen Teil aufteilen
2. Leerlaufspannung $V_{mLeerlauf}$ und Kurzschlussfluss Φ_k bestimmen
3. H^* und B^* bestimmen
4. H^* und B^* einzeichnen und Arbeitspunkt AP bestimmen
5. H und B im AP herauslesen

$$V_{m\text{Leerlauf}} = \Theta \qquad \Phi_k = \frac{\Theta}{R_{mL}} = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A_L}{l_L} \qquad H^* = \frac{\Theta}{l_{Fe}}(B=0) \qquad B^* = \frac{\Phi_k}{A_{Fe}} = \frac{\Theta \cdot \mu_0 \cdot A_L}{l_L A_{Fe}} = \frac{\overbrace{\mu_0 \cdot \Theta}^{A_L = A_{Fe}}}{l_L}(H=0)$$

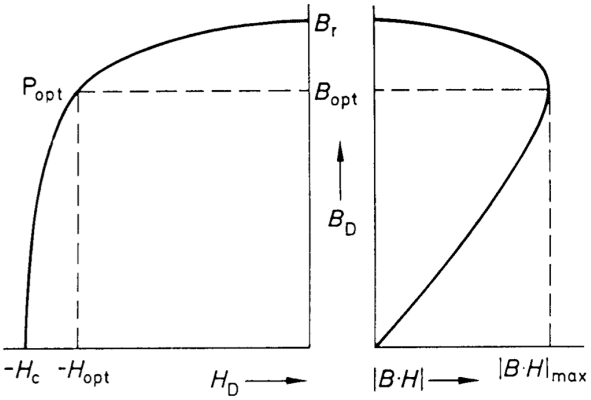
2.9 Der magnetische Kreis mit Permanentmagnet



215.3 Magnetische Ersatzschaltung eines magnetischen Kreises mit Dauermagnet



216.1 Magnetische Ersatzschaltung mit Ersatzleitwert für Luftspalt und Streuweg



217.1 Günstigster Punkt für den Betrieb eines Dauermagneten

$V_{mD} = -V_{mL}$

$\Phi = \Phi_D = \frac{1}{s} \cdot \Phi_L = \Lambda_e \cdot V_{mL}$

$\Lambda_e = \frac{1}{s} \cdot \frac{\Phi_L}{V_{mL}} = \frac{1}{s} \cdot \Lambda_L = \frac{\mu_0 \cdot A_L}{s \cdot l_L}$

$H_L \cdot l_L = -H_D \cdot l_D$

$B_L = \mu_0 \cdot H_L = -\frac{\mu_0 \cdot H_D \cdot l_D}{l_L}$

$B_L = \frac{s \cdot A_D \cdot B_D}{A_L}$

$\rightarrow \boxed{A_D = \frac{B_L \cdot A_L}{s \cdot B_D}}$

$\rightarrow \boxed{l_D = \frac{H_L \cdot l_L}{H_D}}$

Φ_D : Fluss des Dauermagneten

V_{mD} : Mag. Spannung Dauermagnet

V_{mL} : Mag. Spannung Luftspalt

Λ_s : Mag. Leitwert Streuung

Λ_L : Mag. Leitwert Luftspalt

Λ_e : Mag. Ersatzleitwert

s : Streufaktor

B_D : B_{opt}

H_D : H_{opt}

A_D : optimale Fläche des Dauermagneten

l_D : optimale Länge des Dauermagneten

Tabelle 217.1 Günstigster Punkt für den Betrieb von Dauermagnetwerkstoffen

Stoff	B_{opt} in T	H_{opt} in $\frac{kA}{m}$
AlNiCo 700	1,06	53
Bariumferrit	0,25	120
$SmCo_5$	0,5	300
$Nd_2Fe_{14}B$	0,6	450

Strömung

Ohm'sches Gesetz

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$
$$\vec{E} = \rho \vec{J}$$

J = Stromdichte

Stromfluss

$$I = \int_A \vec{J}\, d\vec{A}$$

Kirchhoff'sches Stromgesetz

$$\int \vec{J}\, d\vec{A} = 0 \quad \text{Hülle}$$

Spannung, Potentialdifferenz $A \rightarrow B$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\, d\vec{s}$$

Potentialfeld: Kirchhoff'sches Spannungsgesetzt

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = 0$$

Leitwert, Widerstand

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I}{U}$$

Räumliche Leistungs-dichte

$$p = E \cdot J = \sigma E^2 = \rho J^2$$

Elektrostatik

Stoff-Gleichung

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$$
$$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon} \vec{D}$$

D = elektrische Flussdichte

Elektrischer Fluss

$$\Psi_{el} = \int_A \vec{D}\, d\vec{A}$$

Quellen-Gleichung

$$\int \vec{D}\, d\vec{A} = \sum Q_{eingeschl.} \quad \text{Hülle}$$

Kapazität

$$C = \frac{\Psi_{el}}{U} = \frac{Q}{U}$$

Räumliche Energie-dichte

$$w = \frac{1}{2} D \cdot E = \frac{1}{2} \varepsilon E^2$$

	elektrischer Kreis	magnetischer Kreis
Fluss:	Strom I	magn. Fluss Φ
Spannung: [Homogen. Feld]	U [$= E \cdot e$]	V_m [$= H \cdot e$]
Widerstand: ($\sigma = 1/\rho$)	$R = \frac{\ell}{\sigma \cdot A}$	$R_m = \frac{\ell}{\mu \cdot A}$
Leitwert:	$G = 1 / R$	$\Lambda = 1/R_m = \frac{\mu \cdot A}{\ell}$
Ohmsches Gesetz:	$U = R \cdot I$	$V_m = R_m \cdot \Phi$
Maschensatz: (U_q = Quellenspannung)	$U_q = \sum_{k=1}^{n} U_k$	$\Theta = \hat{V}_m = \sum_{k=1}^{n} V_{m_k}$

Quellenspannung $U_q \hat{=}$ Durchflutung Θ

Knotensatz

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{n} \Phi_k = 0$$