

Elo1 Zusammenfassung

Joël Leirer – joel.leirer@ost.ch

Herbstsemester 2022

Lizenz

Dieses Werk ist lizenziert unter einer [Creative Commons](#) “Namensnennung – Nicht-kommerziell – Weitergabe unter gleichen Bedingungen 4.0 International” Lizenz.



Note

Erlaubte Unterlagen an Prüfung: 5x A4-Blätter Zusammenfassung
Weitere Hilfsmittel: Taschenrechner

Inhaltsverzeichnis

1	Arbeitspunktbestimmung	1
1.1	DC	1
1.2	AC	1
2	OpAmp	2
2.1	Schaltungen mit negativer Rückkopplung	2
2.1.1	Gesteuerte Quellen	3
2.1.2	Filterschaltungen	3
2.2	OpAmp als Komparator	3
2.3	Nicht ideale OpAmps	4
3	Digital-/Analogwandler (DAC)	4
4	Analog-Digital Wandler (ADC)	5
4.1	Fehler von ADC's	6
5	Halbleiter	6
5.1	Einführung	6
5.1.1	Dotierung	6
5.2	Dioden	6
5.3	Bipolar-Transistor	7
5.3.1	Grundsaltungen einstufiger Verstärker	7
5.4	Emitterschaltung	7
5.5	Basisschaltung	8
5.6	Kollektorschaltung (Emitterfolger)	8
5.7	Leistungsverstärker / Ausgangsstufen	9

1 Arbeitspunktbestimmung

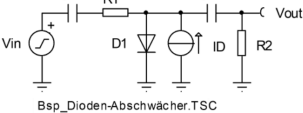
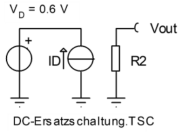
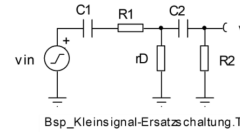
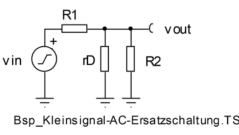
AC und DC Teile der Schaltung separat anschauen.

1.1 DC

- Grosssignalwiderstung ($\frac{U}{I}$)
- AC-Quellen "Abschalten", AC-Quellen mit DC Anteil durch DC-Quellen ersetzen
- Kondensatoren entfernen (Unterbruch)
- Spule Kurzschliessen

1.2 AC

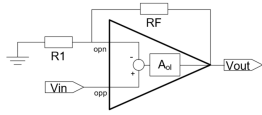
- Kleinsignalwiderstand (Impedanz, $\frac{dU}{dI}$)
- DC-Quellen "Abschalten"
- Nichtlineare Bauteile durch ihre Kleinsignal Ersatzschaltung ersetzen
- Kondensatoren $\rightarrow$ Widerstände $X_{jc} = \frac{1}{2\pi fC}$
- Sperrdrosseln ("grosse" Induktivitäten) entfernen (Unterbruch)

	DC-Ersatzschaltung	Kleinsignal-Ersatzschaltung mit L und C	Kleinsignal-Ersatzschaltung ohne L (*) und C (**)
Gleichspannungsquelle (V)	Übernehmen	Kurzschliessen (weil $r_{Quelle} = 0 \Omega$)	Kurzschliessen (weil $r_{Quelle} = 0 \Omega$)
Gleichstromquelle (I)	Übernehmen	Entfernen (weil $r_{Quelle} = \infty \Omega$)	Entfernen (weil $r_{Quelle} = \infty \Omega$)
Wechselspannungsquelle (v)	Kurzschliessen (weil $r_{Quelle} = 0 \Omega$)	Übernehmen	Übernehmen
Wechselstromquelle (i)	Entfernen (weil $r_{Quelle} = \infty \Omega$)	Übernehmen	Übernehmen
L (kommt im Beispiel nicht vor)	Kurzschliessen (weil $r_{DC} = 0 \Omega$)	Übernehmen	Entfernen wenn L „sehr gross“ (*)
C	Entfernen (weil $r_{AC} = \infty \Omega$)	Übernehmen	Kurzschliessen wenn C „sehr gross“ (**)
Nichtlineares Bauteil (im Beispiel die Diode D_1)	Ersetzen durch die DC-Ersatzschaltung des nichtlinearen Bauteils	Ersetzen durch die Kleinsignal-Ersatzschaltung des nichtlinearen Bauteils	Ersetzen durch die Kleinsignal-Ersatzschaltung des nichtlinearen Bauteils
Beispiel: Signalabschwächer mit Diode  Bsp_Dioden-Abschwächer.TSC	 DC-Ersatzschaltung.TSC Die DC-Ersatzschaltung der Diode ist eine Spannungsquelle von $V_D = 0.6 \text{ V}$	 Bsp_Kleinsignal-Ersatzschaltung.T	 Bsp_Kleinsignal-AC-Ersatzschaltung.TSC (*) L ist eine Sperrdrossel (**) C ist ein Koppel- oder Bypass-Kondensator

2 OpAmp

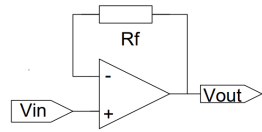
2.1 Schaltungen mit negativer Rückkopplung

Nicht Invertierender Verstärker



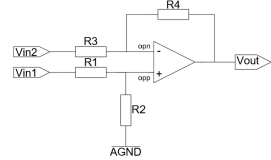
$$V_{out} = V_{in} \cdot \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right)$$

Buffer



$$V_{out} = V_{in}$$

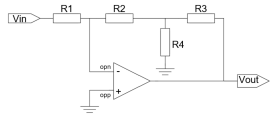
Differenzverstärker



$$V_{out} = \frac{R_3 + R_4}{R_3} \cdot \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot V_{AGND} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot V_{in1}\right) - \frac{R_4}{R_3} \cdot V_{in2}$$

wenn $\frac{R_4}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \rightarrow V_{out} = \frac{R_4}{R_3} \cdot (V_{in1} - V_{in2})$

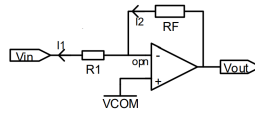
Invertierender Verstärker mit T-Glied in Rückkopplung



$$V_{out} = -V_{in} \cdot \frac{R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_4}}{R_1}$$

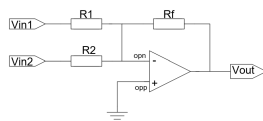
$$V_{out} = V_{in} \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Invertierender Verstärker



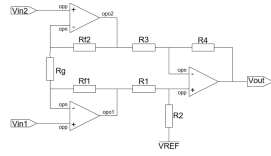
$$V_{out} = V_{RF} = -\frac{R_F}{R_1} \cdot V_{in}$$

Invertierender Addierer



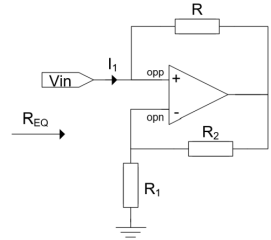
$$V_{out} = -R_F \cdot \left(\frac{V_{in1}}{R_1} + \frac{V_{in2}}{R_2}\right)$$

Instrumentenverstärker



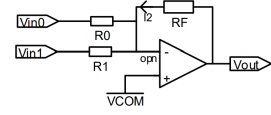
$$V_{out} = V_{ref} + \frac{R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{R_{f1} + R_{f2}}{R_G}\right) \cdot (V_{in2} - V_{in1})$$

Negativer Impedanz Konverter NIC



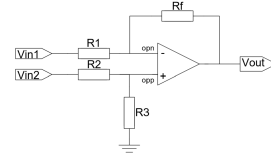
$$R_{EQ} = -R \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

Summierender Verstärker



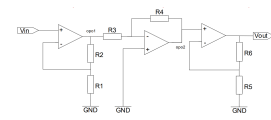
$$V_{out} = R_F \cdot I_2 = -R_F \cdot \left(\frac{V_{in1}}{R_1} + \frac{V_{in0}}{R_0}\right)$$

Gewichteter Subtrahierer



$$V_{out} = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \cdot \left(1 + \frac{R_F}{R_1}\right) \cdot V_{in2} - \frac{R_F}{R_1} \cdot V_{in1}$$

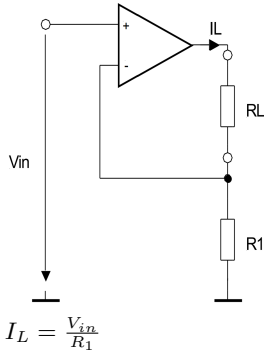
Mehrstufige Verstärker



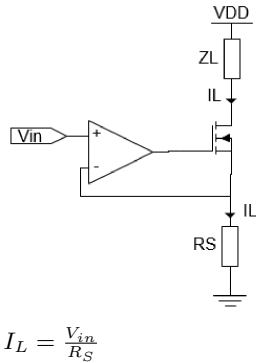
$$\text{Verstärkung total } A_{tot} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \dots$$

2.1.1 Gesteuerte Quellen

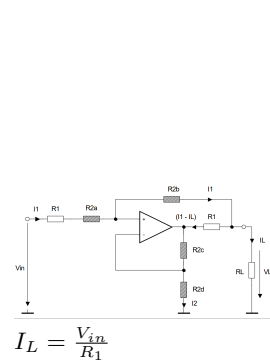
Spannungsgesteuerte Stromquelle V1



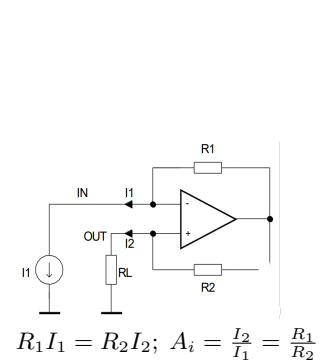
Spannungsgesteuerte Stromquelle V2



Spannungsgesteuerte Stromquelle für geerdete Last RL

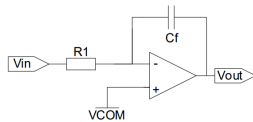


Stromgesteuerte Stromquelle

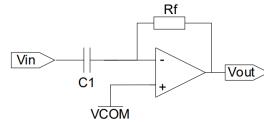


2.1.2 Filterschaltungen

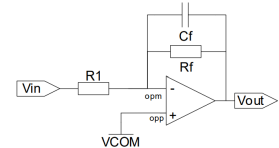
RC-Integrator



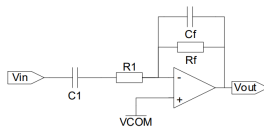
Differenzierer



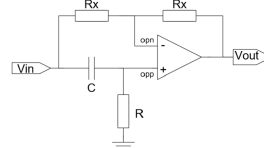
Tiefpass-Filter



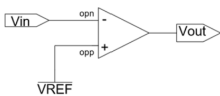
Bandpass-Filter



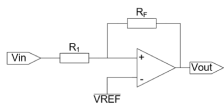
Allpass-Filter



2.2 OpAmp als Komparator



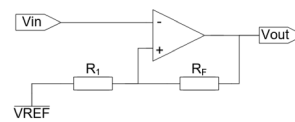
Schmitt-Trigger (nicht invertierend)



$$V_{T-} = V_{ref} + (V_{outmax} - V_{ref}) \frac{R_1}{R_1 + R_F}$$

$$V_H = V_{T+} - V_{T-} = (V_{outmax} - V_{outmin}) \frac{R_1}{R_F}$$

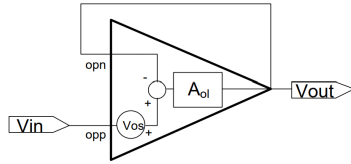
Schmitt Trigger (invertierend)



2.3 Nicht ideale OpAmps

Offset-Spannung & Begrenzte Verstärkung

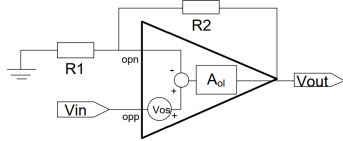
- **Buffer:**



$$V_{out} = A_{ol} \cdot [(V_{in} + V_{os}) - V_{out}]$$

$$[A_{ol} \gg 1 : V_{out} = V_{in} + V_{os}]$$

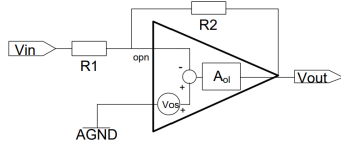
- **Verstärker:**



$$V_{out} = \frac{A_{ol}}{1 + A_{ol} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \cdot (V_{in} + V_{os})$$

$$[A_{ol} \gg 1 : V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot (V_{in} + V_{os})]$$

- **Invertierender Verstärker:**



$$V_{out} = \frac{A_{ol}}{1 + A_{ol} \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \cdot [(V_{AGND} + V_{os}) - V_{in} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}]$$

$$[A_{ol} \gg 1 : V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot (V_{AGND} + V_{os}) - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_{in}]$$

- **Allgemein:**

$$V_{out} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot (V_{agnd} + R_{os}) - \frac{R_2}{R_1} \cdot V_{in}$$

$$V_{out-E-total} = A_{CL} + (|V_{os}| + \frac{|V_{CM}|}{CMRR} + \frac{|\Delta V_{Supply}|}{PSRR}) + |I_{OS}| \cdot R_F$$

- **Power Supply Rejection Ratio PSRR**

Unterdrückung der Beeinflussung durch schwankende Speisespannung

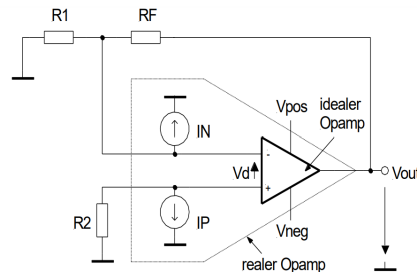
$$PSRR_{lin} = \frac{dV_{supply}}{dV_{os}}$$

- **Common Mode Rejection Ratio CMRR**

Unterdrückung der Beeinflussung durch schwankende Eingangsspannung

$$V_{CM} = V_{opp} = V_{opn} \rightarrow CMRR_{lin} = \frac{dV_{CM}}{dV_{os}}$$

Bias-Strom

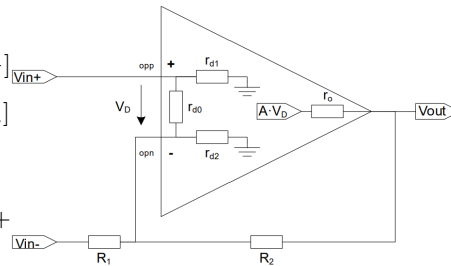


Rechnung mit Superposition:

$$V_{outE} = I_N R_F - R_2 I_P \left(\frac{R_F + R_1}{R_1} \right)$$

$$\text{Offset-Strom } V_{outE} = R_F \cdot (I_N - I_P) = R_F \cdot I_{OS}$$

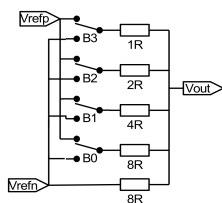
Einganswiderstände



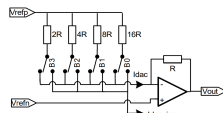
3 Digital-/Analogwandler (DAC)

Wägeverfahren

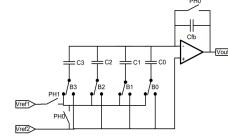
Spannung



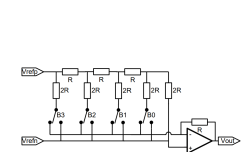
Strom



Kapazität



R-2R



$$V_{out} = (C_x) \cdot (V_{ref1} - V_{ref2}) \cdot V_{ref2}$$

$$Q_{CFB} = Q(C_x) = C_x \cdot (V_{ref1} - V_{ref2} + V_{ref2})$$

$$C_x = C_1 + C_2 \dots (\text{Alle aktiven Kapazitäten})$$

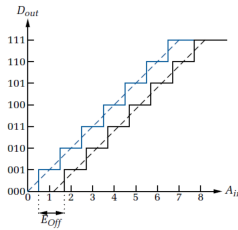
Jedes Bit leistet Beitrag:

1. Bit $\frac{1}{2}$, 2. Bit $\frac{1}{4}$

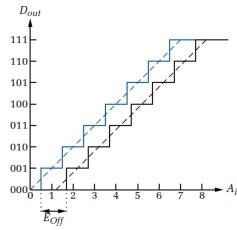
n. Bit $\frac{1}{2^n} \Rightarrow V_{out} = \frac{X}{2^n} \cdot V_{ref}$

4.1 Fehler von ADC's

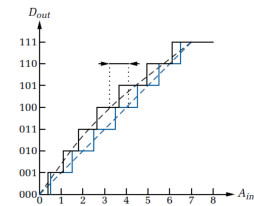
Offset



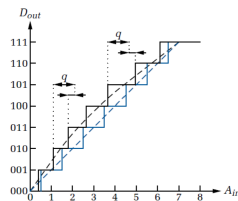
Verstärkung-Fehler



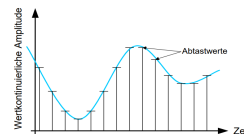
Integrale Nichtlinearität



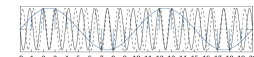
Differentielle Nichtlinearität



Quantisierung



Aliasing



5 Halbleiter

5.1 Einführung

Elektrische Leitfähigkeit und Widerstand

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = n \cdot q \cdot \mu$$

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = \frac{l}{\kappa \cdot A}$$

- κ : Spezifische Leitfähigkeit
- ρ : Spezifischer Widerstand
- n : Ladungsträgerdichte
- q : Elementarladung
- l : Leiterlänge
- A : Leiterquerschnittsfläche

Temperaturabhängigkeit

$$\rho = f(T)$$

annäherung 1. Ordnung:

$$\rho(T) = \rho(T_0) \cdot (1 + \alpha(T - T_0))$$

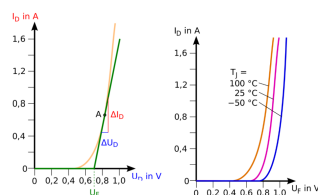
Tabelle im Anhang.

5.1.1 Dotierung

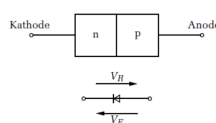
P-Dotiert: 3 Wertiges Element wird eingesetzt -> Löcher

N-Dotiert: 5 Wertiges Element wird eingesetzt -> Freie Elektronen

5.2 Dioden



- I_S : Sättigungsstrom
- n : Emissionskoeffizient
- I_D : Diodenstrom ($A_+ \rightarrow K_-$)
- V_T : Thermospannung bei Raumtemp. (25mV)
- k : Boltzmann Konstante
- q : Elementarladung
- g : Leitwert ($\frac{1}{R}$)



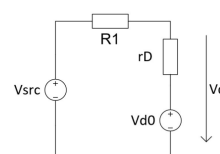
$$V_T = \frac{kT}{q}$$

$$g = \frac{dl}{dV} = \frac{1}{n \cdot V_T} \cdot I_s \cdot e^{\frac{V}{n \cdot V_T}} = \frac{I}{n \cdot V_T}$$

$$I_d = I_s (e^{\frac{V_D}{n \cdot V_T}} - 1)$$

$$\text{wenn } V_d > 200\text{mV: } I_d = I_s \cdot e^{\frac{V_d}{n \cdot V_t}}$$

DC-Ersatzschaltung (mit Vorwiderstand)



$$V_D = V_{D0} + (V_{src} - V_{D0}) \cdot \left(\frac{R_D}{R_D + R1} \right)$$

$$R_D = \frac{\Delta U_D}{\Delta I_D}$$

V_{D0} = Schnittpunkt Linearisierung (Siehe Bild links)

5.3 Bipolar-Transistor

$$I_E = I_C + I_B$$

$$I_C = B \cdot I_B \approx \beta \cdot i_B$$

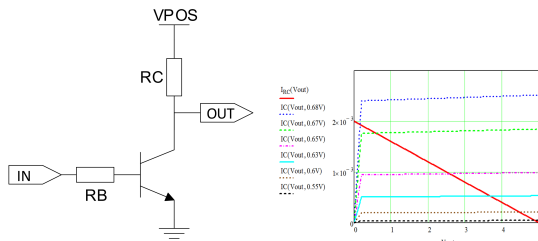
$$I_B = I_S \cdot (e^{\frac{V_{BE}}{n \cdot V_T}} - 1) \approx I_S e^{\frac{V_{BE}}{n \cdot V_T}}$$

$$r_{BE} = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} \approx \frac{n \cdot V_T}{I_{B0}}$$

- C = Collector, E = Emitter, B = Basis
- V_T : Thermospannung bei Raumtemp. (25mV)
- I_S : Sättigungsstrom
- n : Emissionskoeffizient
- B : Gleichstrom-Verstärkungsfaktor
- β : Wechselstrom-Verstärkungsfaktor
- Wird V_{BE} um etwa 20mV erhöht verdoppelt sich I_C

5.4 Emitterschaltung

- Für kleinere Toleranz: Emitterwiderstand einfügen



Grafische Herleitung Übertragungskennlinie

1. $V_{BE} = V_{in}$
2. Kein Ausgangsstrom
 $\rightarrow I_C = I_{RC} = \frac{V_{POS} - V_{out}}{R_C}$
3. Kennlinie von R_C einzeichnen
4. Schnittpunkte sind mögliche Arbeitspunkte

Berechnet

$$I_{RC} = \frac{V_{POS} - V_{out}}{R_C} = I_C = I_S \cdot \beta \cdot e^{\frac{V_{in}}{n \cdot V_T}}$$

$$V_{out} = V_{POS} - R_C \cdot I_S \cdot \beta \cdot e^{\frac{V_{in}}{n \cdot V_T}}$$

gilt für $V_{CE-sat} < V_{out} < V_{POS}$

Verstärkung

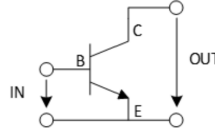
$$V_{out} = V_{POS} - R_C \cdot \beta \cdot I_S \cdot e^{\frac{V_{in}}{n \cdot V_T}}$$

Verstärkung = Ableitung $\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}}$

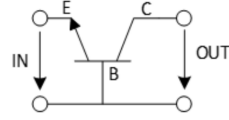
$$\frac{\partial V_{out}}{\partial V_{in}} = -R_C \cdot \beta \cdot I_S \cdot e^{\frac{V_{in}}{n \cdot V_T}} = \frac{-R_C \cdot I_C}{n \cdot V_T}$$

5.3.1 Grundsaltungen einstufiger Verstärker

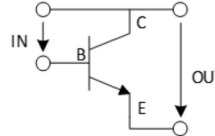
Emitterschaltung



Basisschaltung



Kollektorschaltung

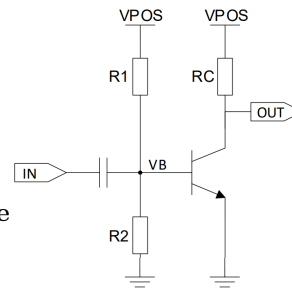


Verstärkungen:

$$E: \frac{I_C}{I_E}$$

$$B: \frac{I_C}{I_B}$$

$$K: \frac{I_E}{I_B}$$



$$I_{B0} = \frac{I_{C0}}{\beta}$$

ohne Bias-Strom (Strom durch R2)

$$V_{B0} = V_{POS} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

mit Bias-Strom

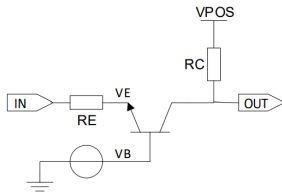
$$V_B = \frac{R_2 \cdot V_{POS} - I_{B0} \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Kleinsignal Verstärkung

$$A = -g_m \cdot R_C = -\frac{I_{C0}}{n \cdot V_T} \cdot R_C$$

5.5 Basisschaltung

- Basisspannung Konstant
- Verwendung zur Stromsummierung



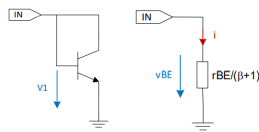
$$V_{out} = V_{POS} - R_C \cdot \left(\frac{V_E}{R_E} - \frac{\Delta V_{in}}{R_{in}} \right) = V_{out0} + \Delta V_{in} \frac{R_C}{R_{in}}$$

$$\Delta I_{in} = \frac{\Delta V_{in}}{R_{in}} = \text{Wechselspannungssignal}$$

$$\Delta V_{out} = \Delta I_C \cdot R_C = \Delta V_{in} \cdot \frac{R_C}{R_E}$$

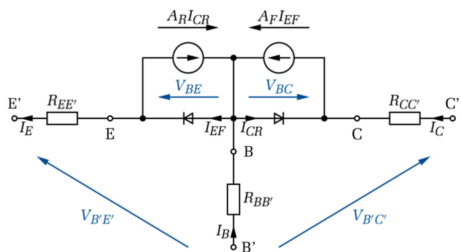
Modellierung von Transistoren

VBE = VCE



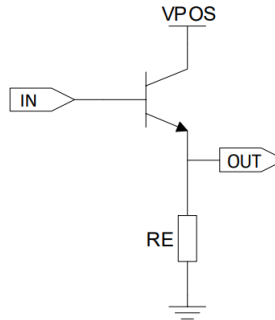
$$R_{BE} = \frac{n \cdot V_T}{I_{B0}}$$

Ebers-Moll-Modell



5.6 Kollektorschaltung (Emitterfolger)

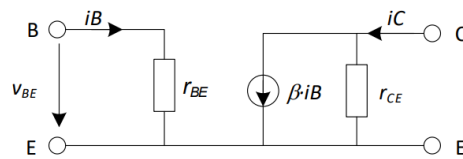
- Basis ist Eingang, Emitter ist Ausgang
- Doppelter Strom wenn ΔB_{BE} ca. 20mV
- Spannungsverstärkung 1



$$I_C = \beta \cdot I_S \cdot e^{\frac{V_{BE}}{n \cdot V_T}}$$

$$V_{out} = V_{in} - V_{BE} \approx V_{in} - 0.7V$$

Kleinsignal-Modelle

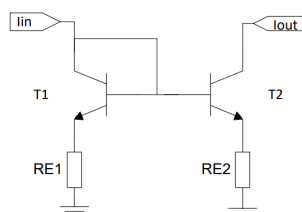


$$r_{BE} = \frac{n \cdot V_T}{I_{B0}}$$

$$\beta \cdot I_B = g_m \cdot V_{BE} = \frac{\beta \cdot V_{BE}}{R_{BE}} = \frac{I_C \cdot V_{BE}}{n \cdot V_T}$$

$$R_{CE} = \frac{V_A}{I_C}$$

Widlar Stromspiegel



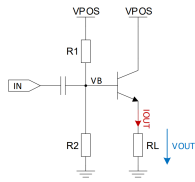
$$I_{out} = I_{in}$$

bzw.

$$I_{out} = I_{in} \cdot \frac{R_{E1}}{R_{E2}}$$

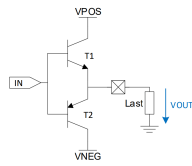
5.7 Leistungsverstärker / Ausgangsstufen

Class A



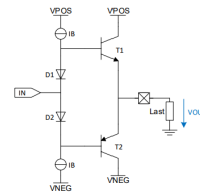
$$\eta_{max} = \frac{P_{AC,max}}{P_{DC}} = 0.25\%$$

Class B



$$\eta_{max} = \frac{P_{AC,max}}{P_{DC}} = \frac{\pi}{4} \approx 78.5\%$$

Class AB



η kann nicht allgemein bestimmt werden.

Tabellen

Betriebszustände Transistor:

U_{BE}	U_{BC}	Betriebszustände	Einsatzgebiete
> 0	< 0	aktiv normal	Verstärker
< 0	> 0	aktiv invers	-
< 0	< 0	gesperrt	Schalter, Zustand: AUS
> 0	> 0	übersteuert	Schalter, Zustand: EIN

Eigenschaften typischer Stoffe:

Material	ρ_{20} in $\frac{\Omega mm^2}{m}$	α_{20} in $\frac{1}{K}$
Silber	0.016	$3.8 \cdot 10^{-3}$
Kupfer	0.0178	$3.92 \cdot 10^{-3}$
Gold	0.023	$4 \cdot 10^{-3}$
Aluminium	0.028	$3.77 \cdot 10^{-3}$
Konstantan	0.43	$\pm 40 \cdot 10^{-6}$
Silizium	$6.25 \cdot 10^6$	$-1 \cdot 10^{-3}$
Germanium	$0.454 \cdot 10^6$	$-5 \cdot 10^{-3}$
Porzellan	$5 \cdot 10^{18}$	-

Konstanten:

Boltzmann Konstante	k	$1.381 \cdot 10^{-23} \text{Ws/K}$
Elementarladung	q	$1.602 \cdot 10^{-19} \text{As}$
Temperatur	$^{\circ}C$	273.15 K