

Farbenlehre **Kuchling 386**

1 Optik

1.1 Diverses

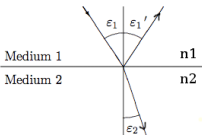
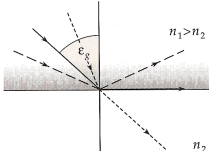
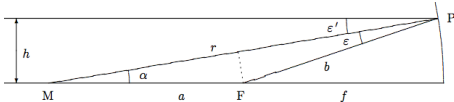
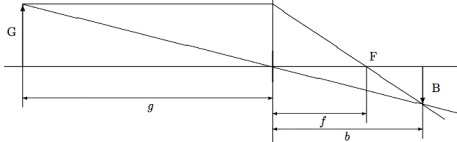
Konstanten

Vakuumgeschwindigkeit:

$$c = 299'792'458 \frac{m}{s} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$$

Energie Photon	$E_{phot} = h\nu$	E: Energie [J]
Lichtfrequenz	$\lambda = \frac{c}{\nu}$	h: Planck'sches Wirkungsquantum [Js]
		v: Frequenz [s ⁻¹]
		c: Lichtgeschwindigkeit [m/s]
		λ: Wellenlänge [m]
		$h = 6.63 \cdot 10^{-34} Js$

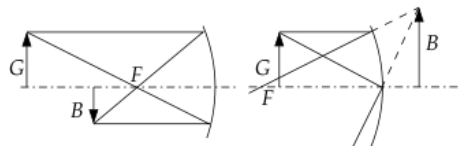
1.2 Geometrische Optik **Kuchling 360 Stöcker 309**

Brechungsgesetz Kuchling 365 Stöcker 320	$\frac{\sin \varepsilon_1}{\sin \varepsilon_2} = \frac{n_2}{n_1} \qquad n_1 \sin \varepsilon_1 = n_2 \sin \varepsilon_2 \qquad \varepsilon_1 = \varepsilon_1'$																	
Brechungsindex Kuchling 365 Stöcker 320	$n = \frac{c}{u}$ [c]=Vakumgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$ [u]=Lichtgeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$	<table><tr><th>Medium</th><th>n</th><th>Medium</th><th>n</th></tr><tr><td>Luft</td><td>1,000292</td><td>Kronglas (K13)</td><td>1,522</td></tr><tr><td>Wasser</td><td>1,333</td><td>Flintglas (K2)</td><td>1,620</td></tr><tr><td></td><td></td><td>Diamant</td><td>2,417</td></tr></table>	Medium	n	Medium	n	Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522	Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620			Diamant	2,417
Medium	n	Medium	n															
Luft	1,000292	Kronglas (K13)	1,522															
Wasser	1,333	Flintglas (K2)	1,620															
		Diamant	2,417															
Totalreflexion Kuchling 366 Stöcker 322	Für $n_1 > n_2$ $\varepsilon = \varepsilon_g \Rightarrow$ Grenzfall (ausgezogene Linie) $\varepsilon < \varepsilon_g \Rightarrow$ Brechung (gepunktete Linie) $\varepsilon > \varepsilon_g \Rightarrow$ Reflexion (gestrichelte Linie) $\varepsilon = \arcsin \frac{n_2}{n_1}$																	
Brennweite Kuchling 362 Stöcker 316	Spiegel: $f = \frac{r}{2}$ (für kleine h gilt $a = b \approx \frac{r}{2}$) Linse: → Linsenschleifergleichung																	
Brechkraft, Linsenschleifer-gleichung Kuchling 370	$D = \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2}{n_1} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ $\underbrace{D_{tot} = D_1 + D_2}_{\text{Abstand von Linsen} \ll f}$ $r_1, r_2 > 0$: Konvex $r_1, r_2 < 0$: Konkav $\frac{1}{r_1}; \frac{1}{r_2} = 0$: Plan Lesebrille = +D Brille = -D	f = Brennweite[m] D = Brechwert in Dioptrie [dpt] n_1 = B.index d. umgebenden Mediums n_2 = B.index der Linse r = Radius [m]																
Brillengleichung	$D_B = D'_{min} - D_{min} = \frac{1}{g'_{min}} - \frac{1}{g_{min}}$	D_B: Brechwert der Brille g'_{min}: Neue Entfernung zum Scharf sehen [m] g_{min}: alte Entfernung zum Scharf sehen [m]																
Abbildungs-gleichungen Kuchling 363 Stöcker 373	$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \alpha$$\alpha_{tot} = \alpha_1 \cdot \alpha_2$ G = Gegenstandshöhe g = Gegenstandsweite B = Bildhöhe b = Bildweite F = Brennpunkt f = Brennweite α = Vergrößerungsfaktor α < 1 = verkl., α > 1 = vergr. <u>Vorzeichenkonventionen</u> ○ Spiegel konkav / Linse konvex (sammelnd) ⇒ $f > 0$ ○ Spiegel konvex / Linse konkav (zerstreuend) ⇒ $f < 0$ ○ Bild virtuell ⇒ $b < 0$ & $B < 0$ ○ Gegenstand virtuell ⇒ $g < 0$ & $G < 0$	 Bei reelem Gegenstand: $B > 0$: invertiertes Bild $B < 0$: aufrecht, seitenrichtig																

Vorzeichenkonventionen für Linsenabbildung			f	+	für Sammellinsen.
			f	-	für Zerstreuungslinsen
g	+	Falls sich der Gegenstand vor der Linse befindet.	b	+	reelles Bild hinter der Linse.
g	-	Falls sich der Gegenstand hinter der Linse befindet.	b	-	Virtuelles Bild vor der Linse.
G	+	reeller Gegenstand	B	+	reelles Bild, seitenverkehrt
G	-	virtueller Gegenstand, seitenverkehrt.	B	-	virtuelles Bild, aufrecht und seitenrichtig.

1.3 Spiegel Kuchling 362 Stöcker 315

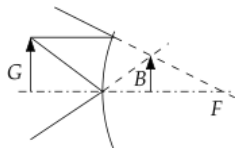
Sammel-/Konkavspiegel
(Hohlspiegel)
 $f > 0, g > 0$



Gegenstand ausserhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Streu-/Konvexspiegel
(Wölbspiegel)
 $f < 0, g > 0$



Gegenstand hat stets virtuelles, verkleinertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Planspiegel

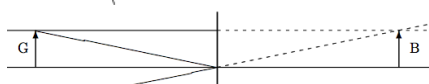
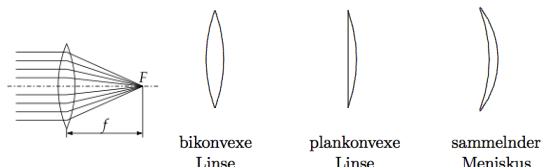


Bild ist virtuell und gleich gross wie Gegenstand, Bildweite ist gleich Gegenstandsweite. Brennpunkt liegt im Unendlichen. ($b < 0$)

1.4 Linsen Kuchling 369 Stöcker 331

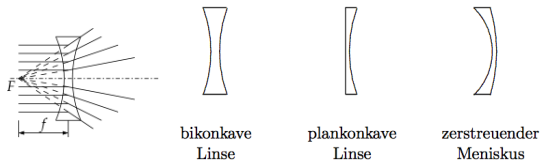
Sammel-/Konvexlinsen
 $f > 0, g > 0$



Gegenstand ausserhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ reelles, verkleinertes & verkehrtes Bild ($b > 0$)

Gegenstand innerhalb der Brennweite
 $\Rightarrow$ virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild ($b < 0$)

Konkav-/Zerstreuungslinsen
 $f < 0, g > 0$

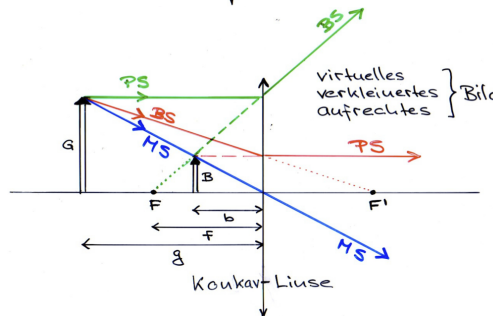
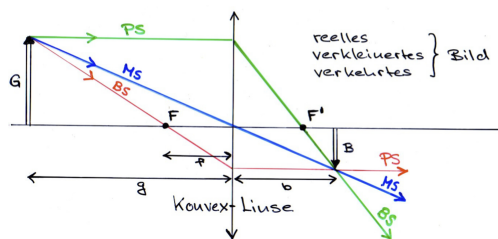
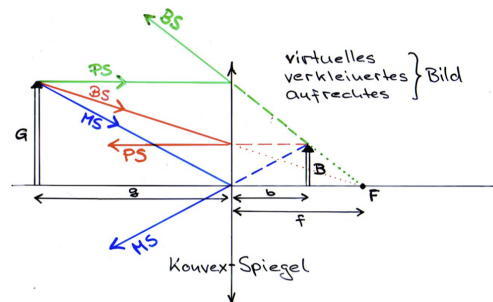
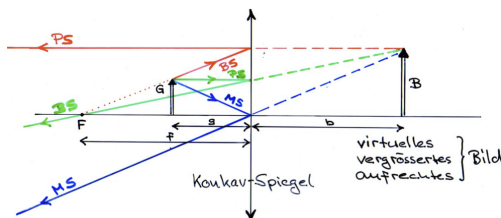


Gegenstand hat stets virtuelles, aufrechtes & verkleinertes Bild ($b < 0$)

1.5 Strahlengänge

PS $\rightarrow$ BS
BS $\rightarrow$ PS
MS $\rightarrow$ MS

BS = Brennpunkt-Strahl
PS = Parallel-Strahl
MS = Mittelpunkt-Strahl
G = Gegenstandshöhe
g = Gegenstandsweite
B = Bildhöhe
b = Bildweite
F = Brennpunkt
f = Brennweite



1.6 Optische Systeme

1.6.1 Lupe Kuchling 381 Stöcker 345

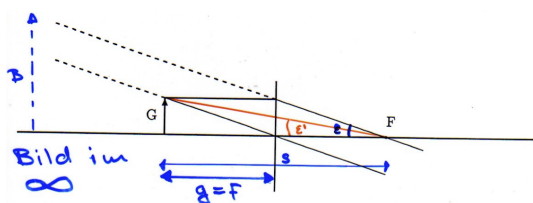


Bild ist im Unendlichen, wenn $g = f$
Erzeugt virtuelles, vergrössertes & aufrechtes Bild

V Vergrösserung

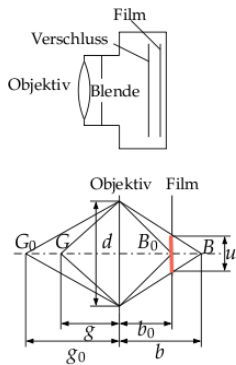
s deutliche Sehweite (Auge: 25cm)

ε Sehwinkel mit Lupe

$\varepsilon' = \varepsilon_0$ Sehwinkel ohne Lupe = $1/60^\circ$

$$V = \frac{s}{f} = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon_0)} \Rightarrow \frac{s}{f} > V_{\text{normal}}$$

1.6.2 Kamera Kuchling 378 Stöcker 343



Erzeugt reelles, verkleinertes & umgekehrtes Bild

g Schärfentiefe
 g_0 Mittlere Gegenstandsweite
 Z Blendenzahl (1, 1.4, 2, 2.8, 4, 5.6)
 E Belichtung
 u Unschärfekreisdurchmesser
 q Öffnungsverhältnis (Lichtstärke)
 d Blenden-Durchmesser
 f Brennweite (z.B. 35mm-Objektiv)

$$\frac{1}{g_{\min/\max}} = \frac{1}{g_0} \pm \frac{u}{q f^2} \quad \begin{array}{l} + \text{ für } g_{\min} \\ - \text{ für } g_{\max} \end{array}$$

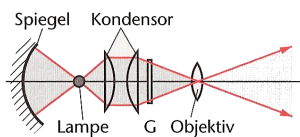
$$B = \frac{f}{g-f} G \quad \text{bzw. für } g \gg f \quad B = \frac{f}{g} G$$

$$Z = \frac{f}{d} = \frac{1}{q} \quad q = \frac{d}{f} = \frac{1}{Z} \quad H = \left(\frac{d}{f}\right)^2 = q^2$$

$$E \sim q^2 t$$

Kleine Blende ($Z = 16$, $q = 1 : 16$)
 $\Rightarrow$ grosse Tiefenschärfe
 Grosse Blende ($Z = 4$, $q = 1 : 4$)
 $\Rightarrow$ viel Licht, kleine Tiefenschärfe

1.6.3 Projektor Kuchling 377 H = Lichtstärke



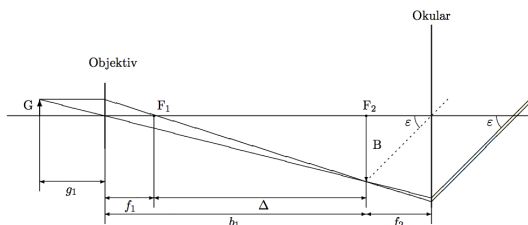
Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild
 $\beta = \frac{b}{g} = \frac{b}{f} - 1$ mit β Abbildungsstab

1.6.4 Mikroprojektor

Erzeugt reelles Bild auf Schirm mit

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

1.6.5 Mikroskop Kuchling 382 Stöcker 345



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild.

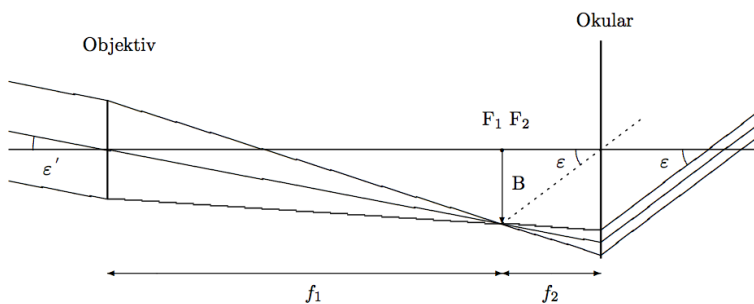
$$V_1 = \frac{\Delta}{f_1} \quad \text{Vergrößerung des Objektivs}$$

$$V_2 = \frac{s}{f_2} \quad \text{Vergrößerung des Okulars}$$

$$\Delta = \overline{F_1 F_2} = b_1 - f_1 \quad \text{Tubuslänge}$$

$$V = V_1 V_2 = \frac{f_1}{f_2} = \frac{\Delta}{f_1 f_2} = \frac{B}{G} \frac{s}{f_2}$$

1.6.6 Keplersches (Astronomisches) Fernrohr Kuchling 383 Stöcker 347



Erzeugt reelles, vergrössertes & umgekehrtes Bild. Dies ist ein Spezialfall des Mikroskops, wo die **Gegenstandsweite** auf **unendlich** ($g \rightarrow \infty$) eingestellt ist.

D Durchmesser Objektiv
 V Vergrößerung
 a Abstand Okular-Austrittspupille
 l Abstand Objektiv-Okular
 d Grösse Austrittspup.
 L Lichtstärke

$$V = \frac{\tan(\varepsilon)}{\tan(\varepsilon')} = \frac{B/f_2}{B/f_1} = \frac{f_1}{f_2} = \frac{D}{d} = \frac{f_1 + f_2}{a} \quad l = f_1 + f_2 \quad \frac{1}{f_1 + f_2} + \frac{1}{a} = \frac{1}{f_2} \quad a = \frac{l}{V} \quad d = \frac{D}{V} \quad L = d^2 = \left(\frac{D}{V}\right)^2$$

Bezeichnung auf Fernrohren, Ferngläser (z.B. 10x50) entspricht $V \times D$

1.6.7 Diverse Kuchling 384 Stöcker 347

Terrestr. Fernr. $V = \frac{f_1}{|f_2|}$ Länge: $l = f_1 - |f_2|$ (evt. mit Umkehrlinse (ZF), Prismen oder Streul. zur Umkehrung)
 Spiegelteleskope Reflexion $\leftrightarrow$ Brechung (weniger Lichtv.), k. Dispersion (k. chrom. Abberation), Verzug durch Masse

1.7 Abbildungsfehler

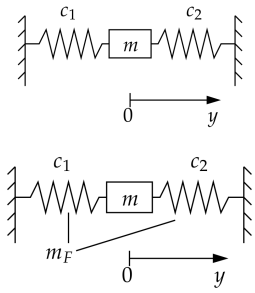
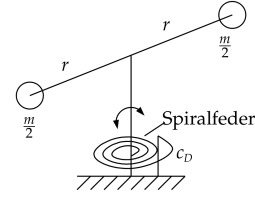
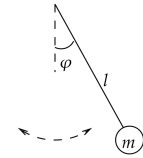
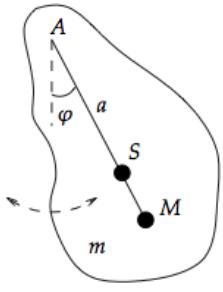
$$\text{Dispersion } n = 1 + \frac{A}{\lambda_0^2 - \lambda^2}$$

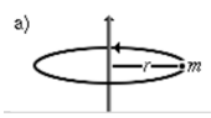
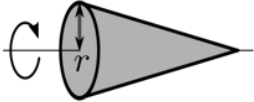
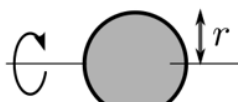
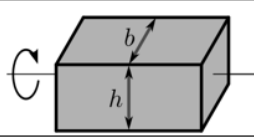
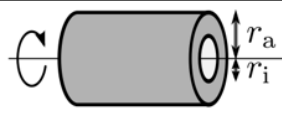
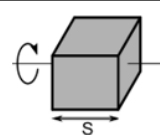
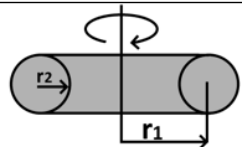
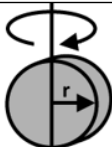
Sphärische Abberation
 Koma
 Astigmatismus, Bildfeldwölbung
 Verzeichnung
 Chromatische Abberation

Brennweite ist Funktion des Abstands zur optischen Achse beim schiefen Einfall ($\rightarrow$ Schweifförmiger Fehler)
 vertikal und horizontal $\rightarrow$ andere Brennweite (Auge)
 tonnen- oder kissenförmige Verzeichnung eines Quadrates ($\rightarrow$ Photogrammetrie)
 wegen Dispersion $\Rightarrow$ Brennweite ist Funktion von λ (Farbe)

2 Schwingungen **Kuchling 192 Stöcker 235**

2.1 Ungedämpfte Schwingungen

Harmonische Schwingung Kuchling 193 Stöcker 236	$y = A \sin(\omega t + \varphi) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ $\ddot{y} + \omega^2 y = 0 \quad v(t) = \dot{y} \quad a(t) = \ddot{y}$	$A = \text{Amplitude [1]}$ $\omega = \text{Kreisfrequenz } [\frac{1}{s}]$ $v(t) = \text{Geschwindigkeit } [\frac{m}{s}]$ $a(t) = \text{Beschleunigung } [\frac{m}{s^2}]$ $\varphi = \text{Weg [Rad]}$ $J = [kg \cdot m^2]$
Trägheitskraft/Moment	Trans.: $F_T(y) = m \cdot \ddot{y} \quad \text{Rot.: } M_T(\varphi) = J \cdot \ddot{\varphi}$	
Schwingungsenergie Kuchling 203 Stöcker 240	$E = E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \frac{c y^2}{2} + \frac{m v^2}{2} = \frac{c}{2} \cdot A^2$ $\frac{m \omega^2 A^2}{2} (\sin^2(\omega t + \varphi) + \cos^2(\omega t + \varphi)) = \frac{m \omega^2 A^2}{2}$	$E = \text{Energie [J]}$ $v = \dot{y} = \text{Geschwindigkeit } [\frac{m}{s}]$ $m = \text{Masse [kg]}$ $c = \text{Federkonstante } [\frac{N}{m}]$
Federpendel Kuchling 198 Stöcker 238	<u>ohne Federmasse:</u> $m \ddot{y} + c y = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{c_1 + c_2}{m_1 + m_2}}$ $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$ rücktr. Kraft: $F = -c y = m \ddot{y} = F_T$ <u>mit Federmasse:</u> $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m + \frac{m_F}{3}}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m + \frac{m_F}{3}}{c}}$	
Drehpendel Kuchling 199 Stöcker 245	$J \ddot{\varphi} + c_D \varphi = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{c_D}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{c_D}}$ rücktr. Drehm.: $M = -c_D \varphi = J \ddot{\varphi} \text{ (Bewegung)}$	 Spiralfeder $J = \text{Trägheitsmoment}$ $T = \text{Periodendauer [s]}$ $c_D = [\frac{N \cdot m}{rad}]$
Fadenpendel, Mathematisches Pendel Kuchling 200 Stöcker 240	$l \ddot{\varphi} + g \sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}(\varphi \ll 1)} l \ddot{\varphi} + g \varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad v = l \dot{\varphi} \quad a = l \ddot{\varphi}$	 $T = \text{Periodendauer [s]}$ $v = \text{Geschwindigkeit Masse } m [\frac{m}{s}]$ $a = \text{Beschleunigung Masse } m [\frac{m}{s^2}]$ $g = 9.81 [\frac{m}{s^2}]$
Physisches Pendel Kuchling 201 Stöcker 243 Massenträgheitsmomente Kuchling 131 Stöcker 103	$J_A \ddot{\varphi} + m g a \sin(\varphi) = 0 \xrightarrow{\text{lin.}} J_A \ddot{\varphi} + m g a \varphi = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{m g a}{J_A}} = \sqrt{\frac{g}{l^*}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J_A}{m g a}} = 2\pi \sqrt{\frac{l^*}{g}}$ $l^* = \frac{J_A}{m a} = \frac{J_M}{m x} = \frac{J_S}{m \cdot a} + a$ bei mehreren Elementen: $J_A = \sum J_{A_i} \quad m = \sum m_i$ $J_A = J_S + m a^2 \quad J_M = J_S + m x^2$ Perkussionszentrum Trifft ein Schlag den Schwingungsmittelpunkt M wirken keine Kräfte auf den Punkt A & umgekehrt Minimale Schwingungsdauer $l_{\text{min}}^* = 2 \sqrt{\frac{J_S}{m}}$ wenn $a = x = a_{\text{min}}$	 $l^* = \text{reduzierte Pendellänge}$ $l_A^* = l_M^*$ $J = \text{Trägheitsmoment}$ $g = 9.81 [\frac{m}{s^2}]$
Schwerpunkt berechnen Kuchling 66 Stöcker 84	$\vec{R} = \frac{\sum_i \vec{r}_i \Delta m_i}{m} \quad m = \sum_i \Delta m_i$	$\vec{R} = \text{Ortsvektor des Schwerpunkts}$ $\vec{r}_i = \text{Koordinate des } i\text{-ten Elements}$ $\Delta m_i = \text{Masse des } i\text{-ten Elements}$

Trägheitsmomente ($m = \text{Masse}$)			
Massepunkt $J = m \cdot r^2$		Kegel $J = \frac{3}{10} \cdot m \cdot r^2$	
Vollzylinder $J = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2$		Kugel $J = \frac{2}{5} \cdot m \cdot r^2$	
Hohlzylinder $J = m \cdot r^2$		Quader $J = \frac{m}{12} \cdot (h^2 + b^2)$	
Hohlzylinder $J = \frac{m}{2} \cdot (r_i^2 + r_a^2)$		Würfel $J = \frac{1}{6} \cdot m \cdot s^2$	
Dünner Stab $J = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$		Dünner Stab $J = \frac{1}{3} \cdot m \cdot l^2$	
Torus $J = m \cdot \left(r_1^2 + \frac{3}{4} r_2^2 \right)$		Vollzylinder quer $J = \frac{1}{4} \cdot m \cdot r^2$	

Satz von Steiner

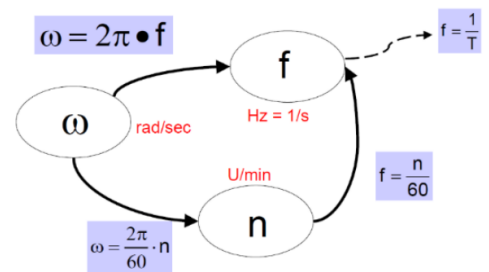
$$J_A = J + m \cdot a^2$$

$a = \text{Abstand von alten Massepunkt zum neuen Massepunkt [m]}$

$m = \text{Masse [kg]}$

$J = \text{Trägheitsmoment [kg} \cdot \text{m}^2]$

$J = \text{N} \cdot \text{m}$	$J = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$	Joule = Ws
Newton	Kinetische Energie	Lage Energie
$F = m \cdot a$	$W = \frac{m \cdot v^2}{2}$	$W = m \cdot g \cdot h$
Federkraft	Feder Energie	Drehmoment
$F = c \cdot \Delta s$	$W = c \cdot (\Delta s)^2$	$M = F \cdot s$
Reibungskraft	Reibungs Energie	Umfangs V
$F = m \cdot g \cdot \mu$	$W = m \cdot g \cdot \mu \cdot s$	$v = \omega \cdot r$
Bescheunigung	Geschwindigkeit	Weg
$a = \dot{v}$	$v = a \cdot t$	$s = \frac{1}{2} \cdot v \cdot t^2$
$F = [\text{N}]$ $m = [\text{kg}]$ $g = [9,81]$ $s = [\text{m}]$		$v = [\text{m/s}]$ $a = [\text{m/s}^2]$ $c = [\text{N/m}]$ $h = [\text{m}]$



2.2 Gedämpfte Schwingungen

Konstante Reibung Kuchling 205 Stöcker 249	$m\ddot{y} + cy + F_R = 0 \quad F_R = \mu F_N \quad \Delta A = 4 \frac{F_R}{c}$ Masse bleibt stehen, wenn $c \cdot A_n < F_R$	ΔA = Abnahme von A pro Periode [m] F_R = Reibkraft [N] c = Federkonstante [$\frac{N}{m}$] μ = Reibkoeffizient
Geschwindigkeitsprop. Dämpfung Kuchling 205 Stöcker 250	<u>$D < 1$: Schwingfall</u> $m\ddot{y} + b\dot{y} + cy = \ddot{y} + \underbrace{\frac{b}{m}}_{2\delta} \cdot \dot{y} + \underbrace{\frac{c}{m}}_{\omega_0^2} \cdot y = 0$ $F_d = -b\dot{y}$ Ansatz abklingende Schwingung: $y(t) = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_d t + \varphi_0)$ $\delta = \frac{b}{2m} = -\frac{\ln(0.5)}{t} \rightarrow 0.5 = 50 \% A \text{ nach } t$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}$ $\omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2} = \sqrt{\frac{c}{m} - \delta^2} = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2 \cdot D^2} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$ $D = \frac{\delta}{\omega_0} = \frac{\frac{\Lambda}{2\pi}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2}} \approx \frac{\Lambda}{2\pi} \text{ (für kleine } D)$ $\Lambda = \delta T = \frac{2\pi D}{\sqrt{1 - D^2}} = \ln \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} \quad \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+1}} = e^{\delta T}$ $\frac{A_{n+1}}{A_n} = \sqrt{\frac{A_{n+k}}{A_n}} \quad \frac{\hat{A}_n}{\hat{A}_{n+k}} = e^{k \cdot \delta \cdot T}$ $\frac{E_t}{E_{t+\Delta t}} = \frac{A_t^2}{A_{t+\Delta t}^2} \quad \frac{A_t}{A_{t+\Delta t}} = e^{\delta \Delta t} \quad \frac{E}{E_0} = \frac{A^2}{A_0^2}$ $y(k) = A \cdot e^{-k \cdot \Lambda}$ <u>$D > 1$: Kriechfall (keine Schwingung mehr)</u> $y(t) = b_1 e^{\lambda_1 t} + b_2 e^{\lambda_2 t}$ $\lambda_1 = -\omega_0(D + \sqrt{D^2 - 1}) \quad \lambda_2 = -\omega_0(D - \sqrt{D^2 - 1})$ <u>$D = 1$: Aperiodischer Grenzfall ($\delta = \omega_0$)</u> $y = (b_1 + b_2 t) e^{-\delta t} \quad \omega_0^2 = \frac{c}{m} = \frac{b^2}{4m^2} = \delta^2$	m = Mitschwingende Masse [kg] b = Dämpfungskonstante [$\frac{kg}{s}$] c = Federkonstante [$\frac{N}{m}$] F_d = Geschwindigkeits-proportionale Dämpfungskraft ω_0 = Eigen-Kreisfr. [$\frac{1}{s}$] ω_d = gedämpfte Kreisfr. [$\frac{1}{s}$] ω_r = Resonanzkreisfrequenz [$\frac{1}{s}$] T = Periodendauer [s] A = Amplitude [1] φ_0 = Phasenwinkel [rad] E = Energie [J] δ = Abklingkonstante [1/s] D = Dämpfungsgrad [1] Λ = logarithmisches Dekrement [1] k = Anzahl Perioden $\hat{A}_n = A_{max}$ zu Zeitpunkt t_n [1] $\hat{A}_{n+1} = A_{max}$ zu Zeitpunkt $t_n + T$ [1] $E_t = E$ zu Zeitpunkt t [J] $E_{t+\Delta t} = E$ zu Zeitpunkt $t + \Delta t$ [J] $A_t = A$ zu Zeitpunkt t [1] $A_{t+\Delta t} = A$ zu Zeitpunkt $t + \Delta t$ [1] t = Zeit [s] λ = Wellenlänge [m] b_1 & b_2 durch Anfangsbedingungen

2.3 Diverse Formeln

Translation	Rotation	Diverses
x = Weg	φ = Weg	$F = m \cdot a$
$v = \dot{x}$	$\omega = \dot{\varphi}$	$F = m \cdot \alpha \cdot r$
$a = \dot{v} = \ddot{x}$	$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$	$M = J \cdot \alpha = J \cdot \ddot{\varphi}$

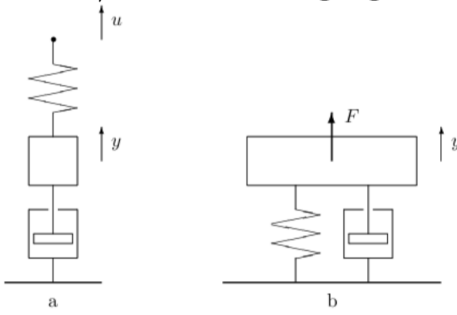
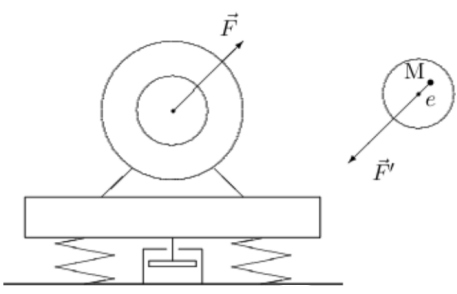
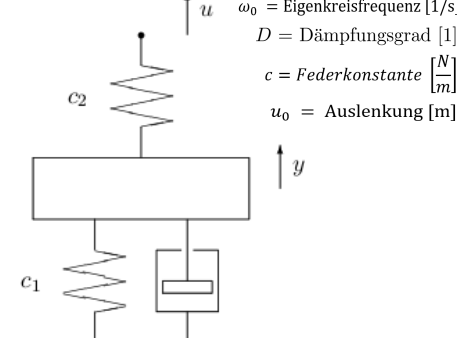
2.4 Federn in Serie und Parallel

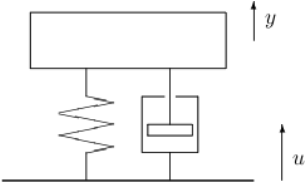
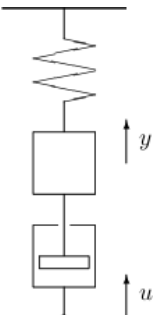
Parallel: $c = c_1 + c_2$

Serie: $\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \rightarrow c = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2}$

2.5 Fremderregte Schwingungen **Kuchling 213 Stöcker 254**

Die **Erregungsschwingung** ist jeweils das Störglied der DGL.

Allgemein	Dimensionslose Frequenz $\eta = \frac{\omega}{\omega_0}$ $\omega =$ Erregerkreisfrequenz Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\sum m}}$ Federn parallel: $\omega_0 = \sqrt{\frac{\sum c}{\sum m}}$
Kraft- / Federkraftherregung  $\omega_0 =$ Eigenkreisfrequenz [1/s] $D =$ Dämpfungsgrad [1] $u_0 =$ Auslenkung [m] $c =$ Federkonstante $\left[\frac{N}{m}\right]$	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = \underbrace{c u_0}_{F_0} \sin(\omega t)$ Amplitude [m] $A = \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω [rad] $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$ $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$ $\omega_r < \omega_d < \omega_0$ Resonanzamplitude [m] $A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}} = \frac{c \cdot u_0}{2m \sqrt{(\delta \omega_0)^2 - \delta^4}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}} = \frac{A(\omega)}{u_0}$ Vergrößerung bei Resonanz $V_r = \frac{1}{\sqrt{1 - \eta_r^4}}$ mit $\eta_r = \sqrt{1 - 2D^2}$ Überkritische Dämpfung, wenn $D > \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$ Auch bei Resonanz bleibt Amplitude stets unter statischer Auslenkung ($V \leq 1$)
Unwuchterregung  $D =$ Dämpfungsgrad [1] $\omega_0 =$ Eigenkreisfrequenz [1/s] m_R Rotormasse (bewegt) e Exzentrizität (Distanz Achse $\leftrightarrow$ SP) F_0 Kraft auf Fundament ohne Federung F_{B0} verringerte Kraft $c =$ Federkonstante $\left[\frac{N}{m}\right]$	$F(t) = F_0 \cdot \sin(\omega t)$ [N] $F_0 = m \cdot a_r = m \cdot \frac{v^2}{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 = m_R \cdot e \cdot \omega^2$ Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = m_R e \omega^2 \sin(\omega t)$ Amplitude [m] $A = \frac{m_R e \omega^2}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω [rad] $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$ $\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$ Resonanzamplitude [m] $A_r = \frac{m_R}{m} \frac{e}{2D \sqrt{1 - D^2}}$ Kraftamplitude ohne Fed. [N] $F_0 = m_R e \omega^2 \sin(\omega t)$ Kraftamplitude mit Fed. [N] $F_{B0} = \frac{m_R e \omega^2 \sqrt{1 + 4D^2 \eta^2}}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}} = F(\eta)$ Verhältnis $\frac{F_{B0}}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + 4D^2 \eta^2}{(1 - \eta^2)^2 + 4D^2 \eta^2}}$
Indirekte Federkraftherregung  $\omega_0 =$ Eigenkreisfrequenz [1/s] $D =$ Dämpfungsgrad [1] $c =$ Federkonstante $\left[\frac{N}{m}\right]$ $u_0 =$ Auslenkung [m]	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + cy = c_2 u_0 \sin(\omega t)$ Amplitude [m] $A = \frac{c_2}{c} \frac{c u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω [rad] $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right)$ Resonanzkreisfrequenz $\left[\frac{1}{s}\right]$ $\omega_r = \omega_0 \sqrt{1 - 2D^2}$ Resonanzamplitude [m] $A_r = \frac{u_0}{2D \sqrt{1 - D^2}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{c_2}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

Stützererregung  D = Dämpfungsgrad [1] ω_0 = Eigenkreisfrequenz [1/s] u_0 = Auslenkung [m]	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + c y = c u_0 \sin(\omega t) + b \omega u_0 \cos(\omega t)$ Amplitude [m] $A = \frac{\omega^2 u_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω [rad] $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \pi$ Resonanzkreisfrequenz$[\frac{1}{s}]$ $\omega_r = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 2D^2}}$ Resonanzamplitude[m] $A_r = \frac{u_0}{2D\sqrt{1 - D^2}}$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$
Dämpfererregung u_0 = Auslenkung [m] D = Dämpfungsgrad [1] ω_0 = Eigenkreisfrequenz [1/s] 	Differentialgleichung $m \ddot{y} + b \dot{y} + c y = b \omega u_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ Amplitude [m] $A = \frac{b \omega u_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$ Phase zw. ω_0 & ω [rad] $\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$ Resonanzkreisfrequenz$[\frac{1}{s}]$ $\omega_r = \omega_0 \rightarrow \text{max. bei } \eta = 1$ Resonanzamplitude[m] $A_r = u_0 \rightarrow V(1) = 1$ Vergrößerungsfunktion $V = \frac{2D\eta}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$

2.6 Elektrische Schwingkreise Kuchling 530 Stöcker 253

	Serienschwingkreis	Parallelschwingkreis
Diffgl:	$L\ddot{I} + R_S\dot{I} + \frac{1}{C}I = \omega U_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$	$C\ddot{U} + \frac{1}{R_P}\dot{U} + \frac{1}{L}U = \omega I_0 \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$
Amplitude:	$I_0 = \frac{\omega U_0}{L\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$	$U_0 = \frac{\omega I_0}{C\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2D \omega_0 \omega)^2}}$
Phase: [rad]	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$	$\varphi = \arctan\left(\frac{2D \omega_0 \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}\right) - \frac{\pi}{2}$
Resonanzfrequenz: $[\frac{1}{s}]$	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega_d = \omega_0 \sqrt{1 - D^2}$	$\omega_r = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Resonanzamplitude:	$I_{0r} = \frac{U_0}{R_S}$	$U_{0r} = I_0 \cdot R_P \quad \text{mit } R_P = \frac{\omega^2 L^2}{R_S}$
Vergrößerungsfunktion: D = Dämpfungsgrad [1] η = Dimesionlose Frequenz	$V(\eta) = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$ Max: $V_m = \frac{1}{2D\sqrt{1 - D^2}}$	$V(\eta) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta^2)^2 + (2D\eta)^2}}$ Max: $V_m = \frac{1}{2D\sqrt{1 - D^2}}$
Phasenverschiebung: [rad]	$\varphi_U = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2}\right) - \pi$	$\varphi_I = \arctan\left(\frac{2D\eta}{1 - \eta^2}\right)$
Dämpfungsgrad: [1]	$D = \frac{R_S}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$	$D = \frac{1}{2R_P} \sqrt{\frac{L}{C}}$

R = Widerstahn $[\Omega]$
 U = Volt [V]
 D = Dämpfungsgrad [1]
 I = Amphere [A]
 C = Kapazität [F]
 L = Induktivität [H]
 Q = Gütefaktor
 E = Elek. Feldstärke [V/m]

2.6.1 Güte

$$Q = 2\pi \frac{E(t)}{E(t) - E(t+T)} = \frac{1}{2D} = V_m = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \quad \text{wobei} \quad E = \frac{C U^2}{2} + \frac{L I^2}{2} = \frac{L I_0^2}{2} = \frac{L \omega_0^2 C^2 U_0^2}{2} = \frac{C U_0^2}{2}$$

3 Wellen / Akustik **Kuchling 229 Stöcker 265**

3.1 Definitionen räumlicher Elementarwellen

Wellengleichung: $\ddot{\xi} = u^2 \cdot \xi''(x)$ Ebene harmonische Welle: $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 \sin(\omega t - k\vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \xi_0 e^{-j(\omega t - k\vec{r})}$ Harmonische Kugelwelle: $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } \sin(\omega t - k \vec{r} + \varphi)$ $\xi(\vec{r}, t) = \frac{\xi_0}{ \vec{r} } e^{-j(\omega t - k \vec{r})}$	$\ddot{\xi}$ = Zweite Ableitung nach der Zeit ξ'' = Zweite Ableitung nach dem Ort $\xi(\vec{r}, t)$ = Auslenkung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t ξ_0 = Amplitude [1] k = Wellenzahl [$\frac{1}{m}$] $\vec{r}$ = Ortsvektor [m] ω = Kreisfrequenz [$\frac{1}{s}$] φ = Phasenverschiebung [rad] λ = Wellenlänge [m] u = Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$] f = Frequenz [Hz] T = Periodendauer [s]
---	---

3.2 Wichtige Beziehungen ρ = Dichte [$\frac{kg}{m^3}$] E = Emodul bei Stahl $21 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$ G = Schubmodul bei Stahl $81 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$

$k = \frac{\omega}{u} = \frac{2\pi}{\lambda}$	$u = \frac{\omega}{k} = \lambda \cdot f$	$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{u}{f}$	$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{u}{\lambda} = \frac{1}{T}$	$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$	$\varphi = \omega t - k \vec{r} $
Hook'sches Gesetz $\sigma = E \cdot \epsilon$ $\epsilon = \frac{\Delta l}{l}$						

3.3 Wellengeschwindigkeit **Kuchling 233 Stöcker 267**

Elastische Längs-/ Longitudinalwelle $u = \sqrt{\frac{E}{\varrho}}$ E = Emodul bei Stahl $21 \cdot 10^{10} \left[\frac{N}{m^2}\right]$ ϱ = Dichte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	Elastische Quer-/ Transversalwelle $u = \sqrt{\frac{G}{\varrho}}$ mit $G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$ G = Schubmodul bei Stahl $81 \cdot 10^9 \left[\frac{N}{m^2}\right]$ μ = Poisson-Zahl	Transversalwellen bei Saite oder Seil $u = \sqrt{\frac{F}{\varrho A}} = \sqrt{\frac{F}{\varrho} + \frac{\pi E A}{\varrho \lambda^2}}$ F: Spannkraft, E: Elastizitätsmodul	
Schwerewellen in tieferm Wasser $u = \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi}}$ $g = 9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$ $(\lambda \ll h)$	Schwerewellen in flachem Wasser $u = \sqrt{g h}$ $g = 9.81 \left[\frac{m}{s^2}\right]$ h = Höhe [m] $(\lambda \gg h)$ Tsunami	Kapillarwellen $u = \sqrt{\frac{2\pi \sigma}{\varrho \lambda}}$ σ = Oberflächenspannung $\left[\frac{N}{m}\right]$	
Schallwellen in Fluiden $u = \sqrt{\frac{1}{\varrho \kappa}}$ κ : Kompressibilität ϱ = Dichte $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	Schallwellen in Gasen $u = \sqrt{\frac{\varkappa p}{\varrho}} = \sqrt{\frac{\varkappa R T}{M}}$ M = Molmasse $\left[\frac{kg}{mol}\right]$ p = Druck $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $1 \text{ Bar} = 100000 \frac{N}{m^2}$ $\varkappa$: Adiabatenexponent	Elektromagnetische Wellen $u = \frac{c}{n}$ n = Brechungsindex c = Lichtgeschwindigkeit $3 \cdot 10^8 \left[\frac{m}{s}\right]$	
$M_{Luft} = 0.02883 \frac{kg}{mol}$	$R = 8.3145 \frac{J}{mol \cdot K}$	$\varkappa_{Luft} = 1.4$	T: $C^\circ + 273, 15K$

3.4 Eigenschwingungen Allg. / Akustik **Kuchling 334 Stöcker 294**

u = Wellengeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$] n = meist 1 sonst Anzahl Oberwellen + 1	F = Spannkraft [N] $T: C^\circ + 273, 15K$	ρ = Dichte [$\frac{kg}{m^3}$] l = Länge [m]	f = Frequenz [Hz] T = Periodendauer [s]
--	---	---	--

Allgemein	Eigenfrequenz: $f_n = \frac{1}{T_n} = n \cdot \frac{u}{2 \cdot l}$	Wellenlänge[m] $\lambda_n = \frac{u}{f_n} = \frac{2 \cdot l}{n}$
Saiten	Grundfrequenz: $f_n = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n}$ σ = Spannung [N/m ²] n = 1 2 3
Pfeifen	Offen: $f_n = n \cdot \frac{1}{2l} u_{Gas} = n \cdot \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$ Gedeckt: $f_{(2n-1)} = \frac{2n-1}{4l} \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$	$\lambda_n = \frac{2l}{n}$ $\lambda_n = \frac{4l}{2n-1}$ $((2n-1) = 1, 3, 5, \dots)$
Membranen	$f_{mn} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{F}{\mu}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$	m, n : Anz. Oberwellen μ : Masse / Fläche; a, b : Länge/Breite F : Spannkraft / Länge

3.5 Doppler-Effekt Kuchling 342 Stöcker 277

Ruhende & bewegte Punktquelle

Bewegte Punktquelle

Bewegter Beobachter & bewegte Quelle

Bewegte Quelle, ruhender Beobachter

$$f_B = \frac{1}{1 \mp \frac{v_Q}{u}} f_Q \quad \begin{array}{l} - \text{ auf Hörer zu} \\ + \text{ von Hörer weg} \end{array}$$

$$f_B = \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{u} \cos(\vartheta_Q)} f_Q$$

Ruhende Quelle, bewegter Beobachter

$$f_B = \left(1 \pm \frac{v_B}{u}\right) f_Q \quad \begin{array}{l} + \text{ auf Quelle zu} \\ - \text{ von Quelle weg} \end{array}$$

$$f_B = \left(1 + \frac{v_B}{u} \cos(\vartheta_B)\right) f_Q$$

Allgemein

$$f_B = \frac{u + v_B \cos(\vartheta_B)}{u - v_Q \cos(\vartheta_Q)} f_Q$$

Optischer (transversaler) Dop.-Effekt

$$f_B = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta \cos \vartheta_{rel}} f_Q \quad \beta = \frac{v_{rel}}{c}$$

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_B - \vec{v}_Q$$

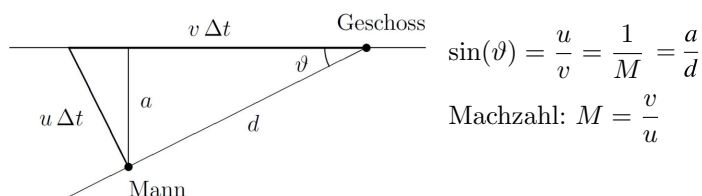
Schwebungsfrequenz

$$\Delta f = |f_{Empfangen} - f_{Gesendet}|$$

Bei Reflexion 2 Mal Formel brauchen

f_B gehörte Frequenz [Hz]
 f_Q gesendete Frequenz [Hz]
 v_B Geschwindigkeit Beobachter [$\frac{m}{s}$]
 v_Q Geschwindigkeit Quelle [$\frac{m}{s}$]
 u Schallgeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
 v_{rel} Relativgeschwindigkeit zw. Q und B [$\frac{m}{s}$]
 ϑ_{rel} Winkel zwischen $\vec{v}_{rel}$ und $\vec{BQ}$ [rad]
 c Lichtgeschwindigkeit $3 \cdot 10^8 [\frac{m}{s}]$

3.6 Machscher Kegel Kuchling 344 Stöcker 278



3.8 Optische Länge

Durchqueren Wellen Medien, muss mit optischen Längen gerechnet werden. s wird zu ns λ wird zu $\frac{\lambda}{n}$

3.9 Überlagerung / Interferenz Kuchling 233, 235 Stöcker 272, 354

3.9.1 Interferenzbedingungen

	Phase	Weg
Konstruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = m 2\pi$	$n \Delta x = m \lambda$
Destruktiv:	$k_0(n \cdot \Delta x) = (2m + 1)\pi$	$n \Delta x = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$

Phasensprung: Ein Phasensprung um π bzw. $\frac{\lambda}{2}$ findet bei **Reflexion** an einem härteren oder optisch dichterem Material (höheres n) statt.

3.10 Reflexion

Reflexion $R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2$ **Transmission** $T = \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$ $T = 1 - R$

Schall: $Z = \rho \cdot u$ $Z = \sqrt{\rho \cdot E}$ **elektromagnetisch:** $Z = \frac{377 \Omega \cdot c}{n}$

3.7 Lichtwellen

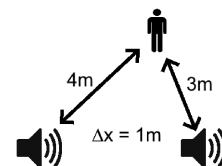
Lichtgeschwindigkeit: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \epsilon_0}}$

Intensität: $I = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \cdot E_0^2$ in $[W/m^2]$

ϵ_0 = elek. Feldkonstante $8.85 \cdot 10^{-12}$

μ_0 = Magnet-konstante $1.256 \cdot 10^{-10}$

E_0 = Max. Amplitude



Wenn Schall ($n \cdot \Delta x$) $\rightarrow \Delta x$ [m]

m = Normale Zahl [0,1,2,3]

$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ = Wellenzahl im Vakuum

λ_0 = Wellenlänge im Vakuum

n = Brechungsindex, Kuchling Tab 39, S.653

$n \cdot \Delta x$ = optische Gangdifferenz

ρ = Dichte Luft $1.2 [\frac{kg}{m^3}]$

u = Schallgeschwindigkeit 340 [m/s]

E = Emodul bei Stahl $21 \cdot 10^{10} [\frac{N}{m^2}]$

c = Lichtgeschwindigkeit $3 \cdot 10^8 [m/s]$

n = Brechungsindex

Z_1 = Wellenimpedanz ist

Z_2 = Wellenimpedanz geht

3.11 Schallmessung **Kuchling 348 Stöcker 287**

Welle [m]	$\xi = \xi_0 \sin(\omega t - kx)$	ξ_0 Schallausschlag	[ξ]: m
Schallschnelle $\left[\frac{m}{s}\right]$	$v = v_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow v = \dot{\xi} = \omega \xi_0 \cos(\omega t - kx) \rightarrow \frac{v_0}{\omega} = \xi_0$	$\ddot{\xi} \rightarrow \xi_0 = \frac{a}{\omega^2}$	
Schall(wechsel)druck: [N/m ²]	$\tilde{p} = \Delta p_0 \cos(\omega t - kx)$		
Druckamplitude [N/m ²]	$\Delta p_0 = Z \cdot v_0$	Schallimpedanz $\left[\frac{N \cdot s}{m^3}\right]$	$Z = \rho \cdot u$
Effektivwert [N/m ²]	$p_{\text{eff}} = \frac{\Delta p_0}{\sqrt{2}}$		
Schallintensität [W/m ²]	$I = \frac{1}{2} \rho v_0^2 u = \frac{1}{2} \rho \omega^2 \xi_0^2 u = \frac{\Delta p_0^2}{2 \cdot Z}$	ξ_0 Schallausschlag; ρ Dichte des Mediums	
Schallpegel [dB] :	$L_I = 10 \cdot \log \left(\frac{I}{I_0} \right)$	$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$	$L_I = L_p$ für $Z=400 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$ @ 20°C
Schalldruckpegel [dB]	$L_p = 20 \cdot \log \left(\frac{p_{\text{eff}}}{p_{\text{eff}_0}} \right) = 20 \cdot \log \left(\frac{\Delta p_0}{\sqrt{2} \cdot p_{\text{eff}_0}} \right)$	$p_{\text{eff}_0} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$	
Schallschnellenpege [dB]	$L_v = 20 \cdot \log \left(\frac{v_{\text{eff}}}{v_{\text{eff}_0}} \right)$	$v_{\text{eff}_0} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}$	
Schallleistungspegel [dB]	$L_P = 10 \cdot \log \left(\frac{P}{P_0} \right)$	$P_0 = 10^{-12} \text{ W}$	
Schallfluss $\left[\frac{m^3}{s}\right]$	$\vec{q} = \int_A \vec{v} \cdot dA$		
Wellengeschwindigkeit $\left[\frac{m}{s}\right]$	$u = \sqrt{\frac{1}{\rho \kappa}} = \underbrace{\sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}}_{\text{für Gase}} = \sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$	$M = \text{Molmasse} \left[\frac{kg}{mol}\right]$ $\rho = \text{Dichte} \left[\frac{kg}{m^3}\right]$ (Schallgeschwindigkeit) κ : Kompressibilität $R = 8.3145$ $T: C^\circ + 273,15 K$	
	$\Rightarrow \frac{\Delta V}{V} = -\kappa \cdot \Delta p$	$(p \cdot V = \text{const} @ T_{\text{const}} \text{ bzw. } p \cdot V^\gamma = \text{const})$	
Lautstärke:	$S = 2^{0.1 \cdot (L_S - 40)}$	$L_S = \text{Lautstärkepegel [phon]} = L_P @ 1 \text{ kHz, Hörschwelle } 4 \text{ phon}$	
Ebene Welle	(z.B. Parabolspiegel) $\rightarrow$ konstantes I, keine geom. Dämpfung nur Luftdämpfung		
	$L_2 = L_1 - K \cdot (r_2 - r_1)$	für $d \ll r \rightarrow I_2 = \frac{P}{4\pi(r+d)^2} \approx \frac{P}{4\pi r^2} = I_1$ $I = \text{konstant}$	
Kugelwellen (Punktquellen) :	$I = \frac{P}{4\pi r^2} \rightarrow \sim \frac{1}{r^2}$ und $\frac{I_2}{I_1} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$	$r = \text{radius [m]}$ $I = \text{Intensität [W/m}^2\text{]}$ $P = \text{Leistung [W]}$ $L_1 = \text{Lautstärke Anfang [dB]}$ $L_2 = \text{Lautstärke bei .. [dB]}$ $K = \text{Schalldämpfung [dB/m]}$	
	$L_2 = L_1 - \underbrace{20 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}_{\text{geom. Dämpfung}} - \underbrace{K \cdot (r_2 - r_1)}_{\text{Luftdämpfung}}$		
Zylinderwellen (Linienquellen) :	$I = \frac{P}{l \cdot 2\pi r} \rightarrow \sim \frac{1}{r} \Rightarrow L_2 = L_1 - 10 \cdot \log \left(\frac{r_2}{r_1} \right) - K \cdot (r_2 - r_1)$		
Schalldämmung:	$R = 10 \log \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$		
Phasensprung	um $\lambda/2, \pi$ bei Reflexion während Übergang von gasförmig $\rightarrow$ fest		
Infra-/Ultraschall	Infraschall $< 16 \text{ Hz} \dots 20 \text{ kHz}$ < Ultraschall $\dots 10 \text{ GHz}$ < Hyperschall		
	Es gilt für die Nachhallzeit: $V = \text{Raumvolumen,}$ $\alpha = \text{Absorptionsgrad}$ $A = \text{Fläche}$ $T_N = 0,16 \frac{V}{\sum \alpha_i A_i}$		

3.12 Wellenoptik

3.12.1 Prinzip von Huygens Kuchling 229

Jeder Punkt einer Welle ist Zentrum einer neuen Kugelwelle (sogenannte Huygens'sche Elementarwelle). Die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt ist die Einhüllende dieser Huygens'schen Elementarwellen.

3.12.2 Beugung am Doppelspalt

Minimum n-ter Ordnung

$$\sin(\varphi_n) \cdot s = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

Maximum n-ter Ordnung

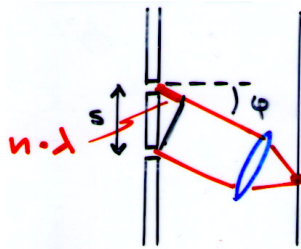
$$\sin(\varphi_n) \cdot s = n \cdot \lambda$$

λ = Wellenlänge des Lichts

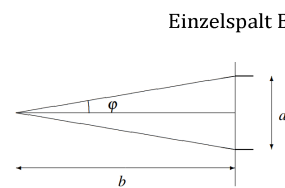
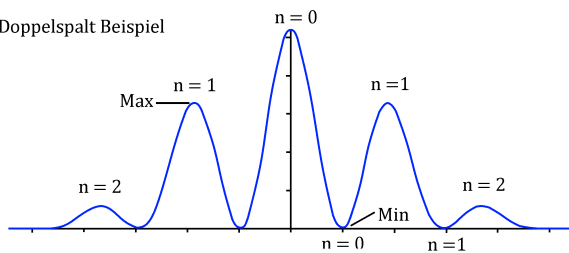
s = Spalt-Abstand

φ_n = Winkel n-ter Ordnung

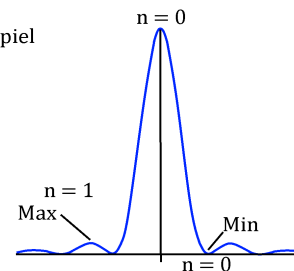
$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



Doppelspalt Beispiel



Einzelspalt Beispiel



$$d = \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda_0}{n \cdot 4}$$

Beugung am Loch

Minimum n-ter Ordnung

$$\sin(\varphi_n) = n \cdot 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

Maximum n-ter Ordnung

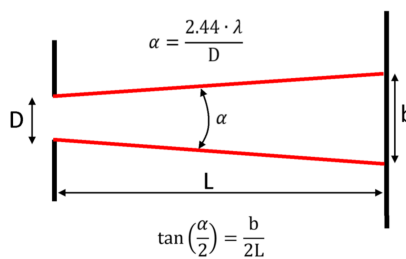
$$\sin(\varphi_n) = (2n + 1) \cdot 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

λ = Wellenlänge des Lichts

φ_n = Winkel n-ter Ordnung

D = Durchmesser Loch

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



Minimum n-ter Ordnung

$$(2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{2} = 2d \cdot \sin(\theta)$$

Maximum n-ter Ordnung

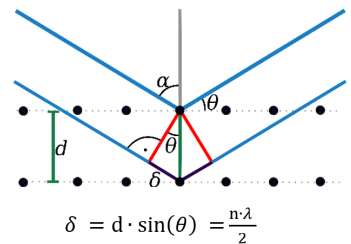
$$n \cdot \lambda = 2d \cdot \sin(\theta)$$

λ = Wellenlänge des Lichts

θ = Winkel

d = Dicke der Platte

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



3.12.5 Babinet-Theorem

3.12.4 Beugung am Gitter

Hauptmaximum n-ter Ordnung

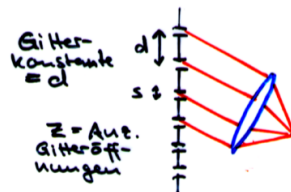
$$\sin(\varphi_n) \cdot d = n \cdot \lambda$$

λ = betrachtete Lichtwellenlänge

d = konstanter Spaltenabstand

φ_n = Maximumwinkel n-ter Ordnung

$n = 0, 1, 2, \dots$ = Ordnung



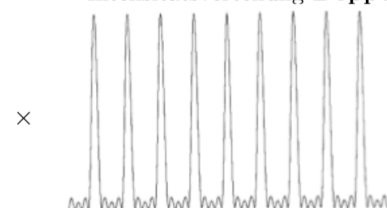
Bedingungen für optimales optisches Gitter

1. Möglichst kleine Gitterkonstante d
2. Möglichst grosse Gitter-Zahl z
3. Möglichst kleine Gitter-Breite s

Intensitäts-Verteilung **Gitter** $\approx$ Formfaktor
= Intensitätsverteilung **Einzelspalt**



$\times$ Interferenzfunktion
= Intensitätsverteilung **Doppelspalt**

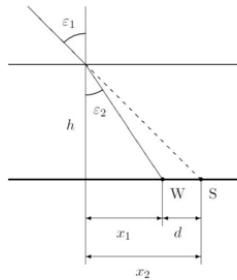
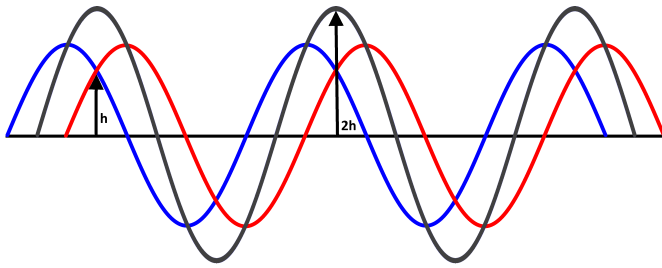


Dabei entsteht immer $z-2$ Neben-Maxima.

3.12.5 Babinet-Theorem

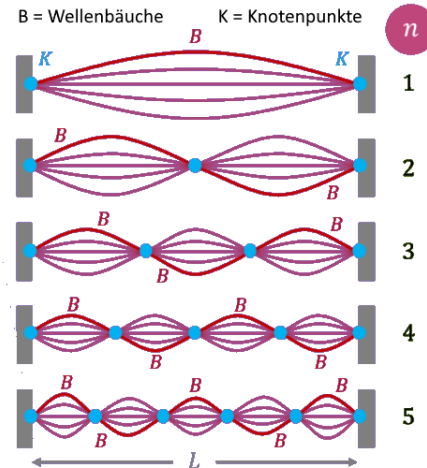
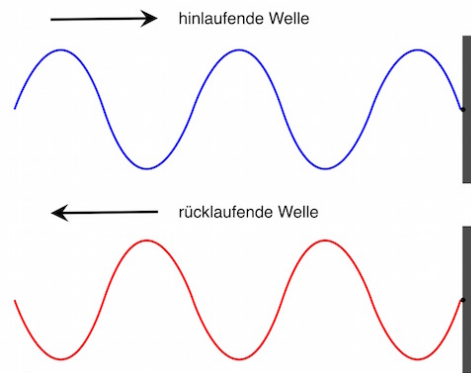
Komplementäre Strukturen (also Negativ und Positiv) liefern gleiche Beugungsbilder

Interferenz



W = wahrer Ort des Steins S = scheinbarer Ort des Steins

Phasensprung



Schwimmender Körper :

$$\ddot{x} + \frac{g \cdot A \cdot \rho}{M} \cdot x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g \cdot A \cdot \rho}{M}}$$

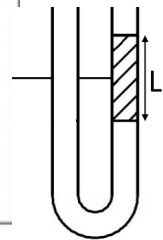
$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{M}{g \cdot A \cdot \rho}} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{h}{g}}$$

U-Rohr :

$$\ddot{x} + \frac{2 \cdot g}{L} \cdot x = 0$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot g}{L}} \quad (L \text{ ist Länge der Fl.säule})$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega_0} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{L}{2 \cdot g}} = \pi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot L}{g}}$$



Trigonometrie

Grad -> rad: $x [\text{rad}] = \frac{x [^\circ]}{360} \cdot 2\pi = \frac{x}{180} \cdot \pi$

rad -> Grad $x [^\circ] = \frac{x [\text{rad}]}{2\pi} \cdot 360 = \frac{180}{\pi} \cdot x$

Kreisbogenlänge b $b = r \cdot \alpha$ (α in rad!)

Kreissegmentfläche $A = \frac{r^2 \cdot \alpha}{2}$ (α in rad!)

$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$

$\sin^2 x = \frac{1}{2} (1 - \cos(2x))$

$\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$

$\cos^2 x = \frac{1}{2} (1 + \cos(2x))$

$\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\cot x$

$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \alpha}}$

$\cot\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\tan x$

Sinussatz $\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$

oder: $\frac{a}{b} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$ $\frac{a}{c} = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$ $\frac{b}{c} = \frac{\sin(\beta)}{\sin(\gamma)}$

Cosinussatz $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

4 Idiotenseite

4.1 SI-Vorsätze

Symbol	Name	Wert	Binär
da	Deka	10^1	
h	Hekto	10^2	
k	Kilo	10^3	$2^{10} = 1024$
M	Mega	10^6	2^{20}
G	Giga	10^9	2^{30}
T	Tera	10^{12}	2^{40}
P	Peta	10^{15}	2^{50}

Symbol	Name	Wert
d	Dezi	10^{-1}
c	Centi	10^{-2}
m	Milli	10^{-3}
y, μ	Mikro	10^{-6}
n	Nano	10^{-9}
p	Piko	10^{-12}
f	Femto	10^{-15}

4.2 Funktionswerte für Winkelfargumente

deg	rad	sin	cos	tan
0°	0	0	1	0
30°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

deg	rad	sin	cos
90°	$\frac{\pi}{2}$	1	0
120°	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
135°	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
150°	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

deg	rad	sin	cos
180°	π	0	-1
210°	$\frac{7\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
225°	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$
240°	$\frac{4\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$

deg	rad	sin	cos
270°	$\frac{3\pi}{2}$	-1	0
300°	$\frac{5\pi}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
315°	$\frac{7\pi}{4}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
330°	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$

4.3 Periodizität

$$\cos(a + k \cdot 2\pi) = \cos(a) \quad \sin(a + k \cdot 2\pi) = \sin(a) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ideale Gase

Zustandsgleichungen

$$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$$

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Dichte [kg/m³]

$$\rho = \frac{p \cdot M}{R \cdot T}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Änderungen

$$\frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Anzahl Moleküle

$$N = n \cdot N_A$$

Konstanten

$$R = k \cdot N_A$$

Druck Umrechnung

1 Pa	= 1 N/m²
1 hPa	= 100 Pa
1 bar	= 100'000 Pa
1 at	= 98'100 Pa
1 atm	= 101'325 Pa
1 Torr	= 133.3 Pa
Molmassen:	
Sauerstoff	0.032 kg/mol
Luft:	0.0288 kg/mol
Wasser:	0.018 kg/mol
Wasserstoff:	0.002016 kg/mol
Kohlenstoff:	0.012 kg/mol
Stickstoff:	0.028 kg/mol

Avogadro-Zahl (Moleküle/Mol)

$$N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}$$

Universelle Gaskonstante

$$R = 8.314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

Boltzmann-Konstante

$$k = 1.381 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

Arbeit in [J]

$$p \cdot \Delta V =$$

Molzahl [mol]

$$n = \frac{m}{M}$$

Mittlere Molekül [m/s]

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}$$

p = Druck

N = Anzahl Moleküle

n = Anzahl Mol

M = Molmasse

m = Masse

 ρ = Dichte

[N/m²]

[mol]

[kg/mol]

[kg]

[kg/m³]

Lichtfarben

Farbton:

Violett

Blau

Grün

Gelb

Orange

Rot

Wellenlänge in nm:

380 - 420

420 - 490

490 - 575

575 - 585

585 - 650

650 - 750

Schweredruck (hydrostatischer Druck)

$$p_h = \rho g h$$

Statischer Auftrieb

$$F_A = \rho V g = m_F g = F_{GF}$$

U-Boot

$$m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g + \rho_w \cdot \frac{4}{5} V \cdot g$$

Waage Gewichtsunterschied

ma = Anzeige von Waage



$$F_{A1} - m \cdot g = m_{a1} \cdot g$$

$$F_{A2} - m \cdot g = m_{a2} \cdot g$$

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$$

$$\text{oder } p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = \text{konstant}$$

$$\text{wenn horizontal (h}_1 = h_2\text{): } p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{konstant}$$

p = Statischer Druck; 2. Summand = dynamischer Druck;

3. Summand = Schweredruck

Stokes: Kugel in öl

$$F_R = 6\pi\eta R v_0 \quad F_R \sim v$$

Umströmung einer Kugel, R = Kugelradius

Hagen-Poiseuille-Gesetz

$$\dot{V} = \frac{\pi \Delta p R^4}{8\eta l}$$

gilt nur falls laminar! $\dot{V} \sim R^4$

$$\Delta p = \frac{8\eta l}{\pi R^4} \dot{V}$$

$$= \frac{32\eta l}{d^2} \cdot v$$

l = "betrachtete Rohrlänge"

 η = "dynamische Zähigkeit"

R = "Kugelradius"

d = "Rohr-Durchmesser"

4.5 Volumen

$$\text{Kugel} \quad \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\text{Zylinder} \quad \pi r^2 \cdot h$$

4.6 Oberflächen

$$\text{Kugel} \quad 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$\text{Zylinder} \quad (2 \cdot \pi \cdot r^2) + (2 \cdot \pi \cdot r \cdot h)$$

Tabelle 4.2 Elastische Konstanten von verschiedenen, technisch relevanten Materialien.

	E 10^{10} Pa	G 10^{10} Pa	μ	κ 10^{-12} 1/Pa
Wolfram	410	150	0.35	3.2
Stahl	200	80	0.28	5.9
Kupfer	125	47	0.34	7.1
Aluminium	70	27	0.34	13
Blei	20	7	0.44	23
Diamant	1000			
Beton	42			
Eis	10	4	0.33	100
Marmor	70	30	0.30	17
Polyamide	1.5 ... 3.5			
glasfaserverstärkt	10 ... 18			