

Fluiddynamik

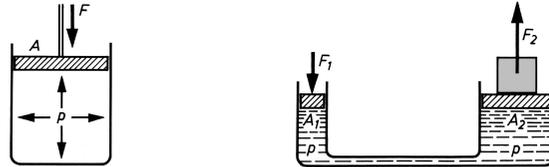
Ruhende Flüssigkeiten und Gase

g : Fallbeschleunigung = 9.80665 [m/s²]
 ρ_0 : Luft-Druck auf Meereshöhe = 10⁵ [Pa]
 ρ_0 : Luft-Dichte auf Meereshöhe = 1.2 [kg/m³]
 K : Kompressionsmodul [Pa] = 1/ κ

Druck

$$p = \frac{F}{A} \quad [\text{N/m}^2]$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$



Dichte

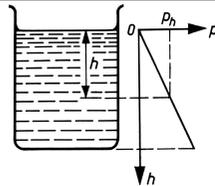
$$\rho = \frac{m}{V} \quad [\text{kg/m}^3]$$

Dichte Proportional zum Druck

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

Hydrostatischer Druck / Schweredruck

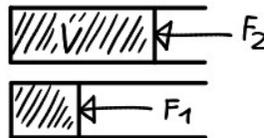
$$p = \rho g h \quad [\text{kg/m}^3]$$



Druckerhöhung

$$\Delta p = \frac{1}{K} \cdot \frac{-\Delta V}{V} = K \cdot \frac{-\Delta V}{V} \quad [\text{N/m}^2]$$

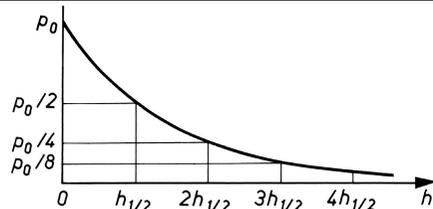
K = Kompressionsmodul [Pa] = 1/ κ
 $V \Delta V$ = Volumen, Volumendifferenz bei Kompression
 (Wert für K : Siehe Tabelle 4 S.619)



Schweredruck eines Gases (Barometrische Höhenformel)

$$p(h) := p_0 \cdot e^{\frac{-\rho_0 \cdot g \cdot h}{p_0}} \quad [\text{N/m}^2]$$

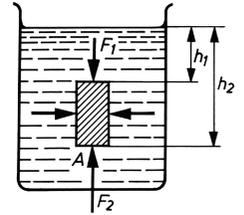
p_0 = Luft-Druck auf Meereshöhe = 10⁵ [Pa]
 ρ_0 = Luft-Dichte auf Meereshöhe = 1.2 [kg/m³]
 $h_{1/2}$ = 5.54 [km]



Auftriebskraft

$$F_A = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g \quad [\text{N}]$$

ρ_{Fl} = Dichte der verdrängten Flüssigkeit [kg/m³]
 V_K = Vom Körper verdrängtes Flüssigkeits-Volumen [m³]



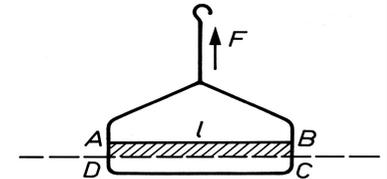
$$F_A = F_{G_{Fl}} = m_{Fl} \cdot g = \rho_{Fl} \cdot V_K \cdot g \quad [\text{N}]$$

F_A = Auftriebs-Kraft [N]
 F_G = Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit (N)
 m_{Fl} = Masse der verdrängten Flüssigkeit [kg]

Oberflächenspannung

$$\sigma := \frac{F}{l} \quad [\text{N/m}]$$

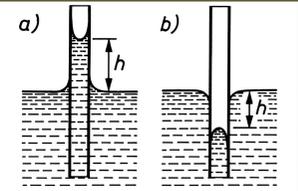
(Gilt auch für Kreise, z.B. eine Pipette l = Umfang)



Kapillarität

$$h = \frac{2 \cdot \sigma}{\rho \cdot g \cdot r} = \frac{\sigma}{\rho \cdot g \cdot d} \quad [\text{m}]$$

σ = Dichte der Flüssigkeit [N/m]
 r, d = Radius/ Durchmesser der Kapillare [m]



Druck in Seifenblase

$$p = \frac{2 \cdot \sigma}{r} \quad [\text{N/m}^2]$$

r = Radius der Seifenblase

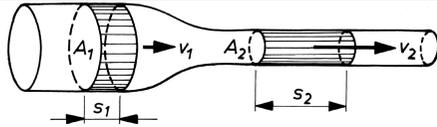


1atm = 101'325Pa
 1Torr = 1/760atm = $\rho_{Hg} g$
 1bar = ca. 750Torr

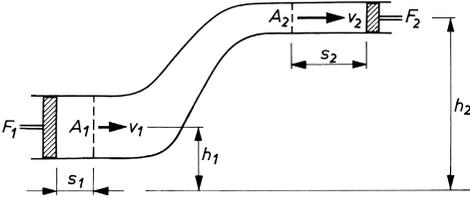
$K_{\text{Wasser}} = 4.6 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$
 $K_{\text{Alu}} = 1.4 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$
 $K_{\text{Stahl}} = 6.25 \cdot 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}$

Strömende Flüssigkeiten und Gase
 η : (dynamische) Zähigkeit/ Viskosität [Pa·s] (Tabelle 6, S.621)
 τ : Schubspannung [Pa]

Kontinuitätsgleichung
 $A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = V^\circ$ [m³/s²]

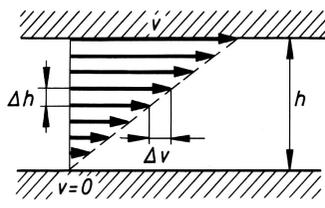


Bernoulli-Gleichung
 $p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1 + \frac{\rho \cdot v_1^2}{2} = p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 + \frac{\rho \cdot v_2^2}{2}$
 $p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{konstant}$



Horizontal:
 $p + \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \text{konstant}$

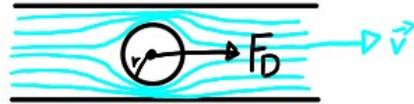
Newtonsches Reibungsgesetz
 vereinfacht:
 $\tau = \eta \cdot \frac{v}{h}$ [Pa]
 τ = Schubspannung
 η = (dynamische) Zähigkeit/ Viskosität [Pa·s]
 v = Fließgeschwindigkeit [m/s]
 h = Rohrdurchmesser [m]



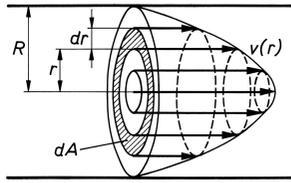
allgemein:
 $\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dh}$ [Pa]
 dv/dh = Geschwindigkeits-Gradient

Kinematische Zähigkeit
 $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ [m²/s]

Stokes'sche Reibung, Reibungskraft einer Kugel im Öl
 $F_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot R \cdot v$ [N]
 R = Rohrdurchmesser
 v = Geschwindigkeit

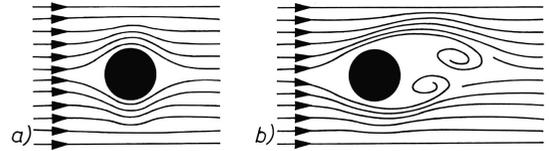


Geschwindigkeits-Verteilung im Rohrdurchmesser
 $v(r) := \frac{1}{4 \cdot \eta} \cdot \frac{\Delta p}{l} \cdot (R^2 - r^2)$ [m/s]
 R = Rohr-Aussendurchmesser
 r = Rohr-Innendurchmesser
 l = betrachtete Rohrlänge
 Δp = Druck-Differenz zwischen den beiden Rohrenden



Gesetz von Hagen-Poiseuille:
 $V^\circ = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot l} = \frac{dV}{dt}$ [m³/s] $\Delta p = 32 \cdot \eta \cdot l \cdot \frac{v}{d^2}$ [Pa]
 V° = Volumen-Strom [m³/s]

Reynolds-Zahl
 $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}$ [1]
 Laminar wenn $Re < Re_{krit.}$
 Turbulent wenn $Re > Re_{krit.}$
 Bei l = Rohrdurchmesser d : $Re_{krit.} = 2320$



$Re \sim \frac{\Delta p}{\tau} \sim \frac{\rho \cdot v \cdot l}{\eta}$

Prandtl'sche Grenzschicht
 $D = \sqrt{\frac{\eta \cdot l}{\rho \cdot v}}$ [m] Dicke der Schicht rund um Objekt in Strömung, in der das Strömungsfeld gestört ist. (in welcher Distanz ist Geschw. Null, ungestörtes Strömungsfeld)

Druckabfall im glatten Rohr
 $\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v$ [Pa]
 $Re < 2320$: $\lambda_{laminar} = \frac{64}{Re}$ $Re > 2320$: $\lambda_{turbulent} = \frac{0.316}{\sqrt[4]{Re}}$
 l = Rohrlänge
 d = Rohrdurchmesser
 v = Fließgeschwindigkeit

Strömungswiderstand / Druckwiderstand

$$F_D = c_W \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_s \quad [\text{N}]$$

c_W = Widerstandsbeiwert / Widerstandszahl [1] (Tabelle 7, S.622)

ρ = Luftdichte [kg/m³]

v = Strömungs-Geschwindigkeit [m/s]

A_s = Projizierte Fläche **senkrecht** zur Strömung [m²]

Körper	Widerstand	
	Druck	Reibung
	100%	0%
	90%	10%
	60%	40%
	10%	90%
	0%	100%

Induzierter Widerstand

$$F_W = c_W^o \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_p \quad [\text{N}]$$

c_W^o = Widerstandskoeffizient

v = Strömungs-Geschwindigkeit [m/s]

A_p = Projizierte Fläche **parallel** zur Strömung [m²]

Zirkulation

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

$v \cdot ds$ = Geschwindigkeits-Komponente längs Weg · Weg

Auftriebskraft nach Kutta-Joukowski

$$F_A = \rho \cdot v \cdot l \cdot \Gamma \quad [\text{N}]$$

ρ = Luftdichte [kg/m³]

v = Strömungs-Geschwindigkeit [m/s]

l = Länge quer zur Strömung

Γ = Zirkulation

Dynamischer Auftrieb

$$F_A = c_A \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot A_p \quad [\text{N}]$$

c_A = Auftriebskoeffizient

ρ = Luftdichte [kg/m³]

v = Strömungs-Geschwindigkeit [m/s]

A_p = Projizierte Fläche **parallel** zur Strömung [m²]

Gleitwinkel

$$\tan(\varphi) = \frac{F_W}{F_A} = \frac{c_W}{c_A} = \frac{v_V}{v_H}$$

F_W = Widerstandskraft

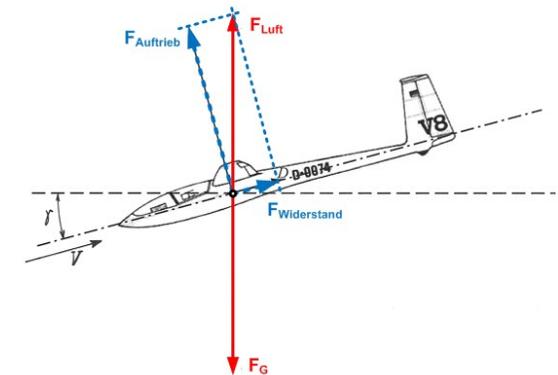
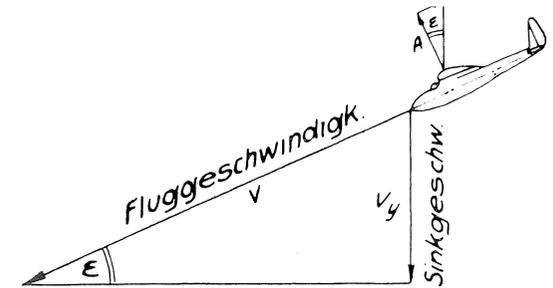
F_A = Auftriebskraft

c_W = Auftriebskoeffizient

c_A = Auftriebskoeffizient

v_V = Vertikal-Geschwindigkeit

v_H = Horizontal-Geschwindigkeit



Thermodynamik

T : Absolute Temperatur [°K] θ : Temperatur [°C]
 θ_0 : Absoluter Nullpunkt = -273.15 [°C] = 0 [°K]
 N_A : Avogadro-Zahl / Loschmidtsche Zahl = $6.022 \cdot 10^{23}$ [1/mol] n : Anzahl Mol [mol]
 R : Universelle Gaskonstante = 8.314 [J/mol·°K]
 k : Boltzmann-Konstante = $1.381 \cdot 10^{-23}$ [J/°K]
 V_m : Mol-Volumen = 22.4 [dm³] (Bei 0°C und 1000hPa)

Temperatur °K↔°C

$T = \theta + 273.15 = \theta + \theta_0$ [K]

Stoffmenge

$1 \text{ Mol} = N_A \text{ Moleküle}$ [mol]

N_A = Avogadro-Zahl / Loschmidtsche Zahl = $6.022 \cdot 10^{23}$ [1/mol]

Ausdehnung von Materialien

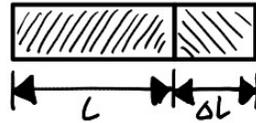
Längen-Ausdehnung

$\Delta l = \alpha \cdot l \cdot \Delta T$ [m]

ΔT = Temperatur-Differenz [K]

l = Original-Länge [m]

α = Längenausdehnungs-Koeffizient [1/°K] (Tabelle 10, S.625)



Flächen-Ausdehnung

$\Delta A = \beta \cdot A \cdot \Delta T$ [m²] mit $\beta = 2 \cdot \alpha$

ΔT = Temperatur-Differenz [K]

A = Original-Fläche [m²]

β = Flächenausdehnung-Koeffizient [1/K]

Volumen-Ausdehnung

$\Delta V = \gamma \cdot V \cdot \Delta T$ [m³] mit $\gamma = 3 \cdot \alpha$

ΔT = Temperatur-Differenz [K]

V = Original-Volumen [m³]

γ = Volumenausdehnungs-Koeffizient [1/K]

Thermische Spannung

$\sigma = E \cdot \alpha \cdot \Delta T$ [N/m²]

ΔT = Temperatur-Differenz [K]

α = Längenausdehnungs-Koeffizient [1/K] (Tabelle 10, S.625)

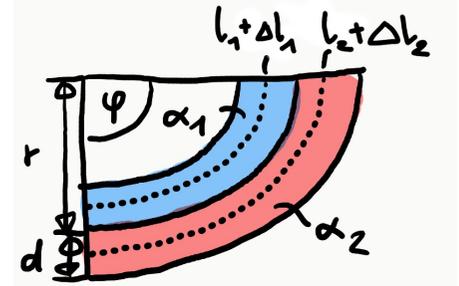
E = Elastizitäts-Modul [N/m²] (Tabelle 9, S.625)

Krümmung zweier verbundenen Stoffe

$$r = \frac{2 + (\alpha_2 + \alpha_1) \cdot \Delta T}{2 \cdot (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \Delta T} \cdot d$$

$$l_1 + \Delta l_1 = \left(r - \frac{d}{2}\right) \cdot \varphi$$

$$l_2 + \Delta l_2 = \left(r + \frac{d}{2}\right) \cdot \varphi$$



Ideales Gas

Kombination der Gesetze von Amontons und Gay-Lussac

$$\frac{p \cdot V}{T} = \text{konstant} \quad \text{oder} \quad \frac{p_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{p_2 \cdot V_2}{T_2} \quad \text{mit} \quad n \cdot R = N_A \cdot k = \text{konstant}$$

Universelle Gasgleichung für n Mol ideales Gasgleichung

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T = N \cdot k \cdot T$$

- p = Druck [Pa]
- V = Volumen [m³]
- n = Mol-Zahl [mol]
- R = Universelle Gaskonstante = 8.314 [J/mol·K]
- T = Absolute Temperatur [K]
- N = Anzahl Moleküle [1]
- k = Boltzmann-Konstante = 1.381 · 10⁻²³ [J/K]

Für 1 Mol gilt: $p \cdot V_m = R \cdot T = N_A \cdot k \cdot T$

Molzahl

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} \quad [\text{mol}]$$

- m = Masse [kg]
- M = Mol-Masse (Ordnungszahl im Periodensystem in Gramm) [kg/mol]

Dichte eines Gases

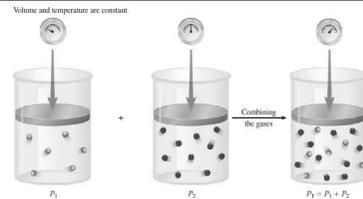
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{V_M} = \frac{p \cdot M}{R \cdot T} \quad [\text{kg/m}^3]$$

V_m = Mol-Volumen = 22.4 [dm³] (Bei 0°C und 1000hPa)

Gesetz von Dalton

$$\sum_{i=1}^n p_i = p \quad [\text{Pa}]$$

- p_i = Partialdruck
- p = Gesamtdruck



Volumen-Konzentration

$$q_i = \frac{n_i}{n} \quad [1]$$

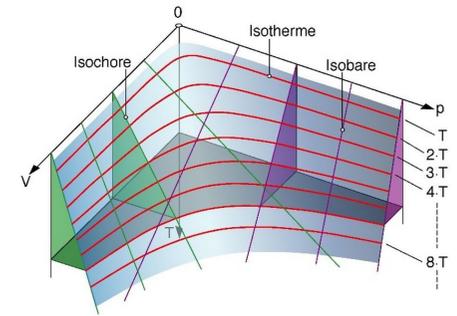
- n_i = Molzahl der i-ten Gas-Komponente
- n = Gesamt-Molzahl des Gemischs

Definition: $q_i = \frac{V_i}{V} \quad [1]$

- V_i = Volumen der i-ten Gas-Komponente [m³]
- V = Gesamt-Volumen des Gemischs [m³]

$$p_i = q_i \cdot p \quad [\text{Pa}]$$

- p_i = partialdruck der i-ten Gas-Komponente [Pa]
- q_i = Volumenkonzentration [1]
- p = Druck des Gemischs [Pa]



Isochore = Volumen konstant
 Isotherm = Temperatur konstant
 Isobare = Druck konstant

Massen-Konzentration

$$\mu_i = \frac{M_i}{M} \cdot q_i \quad [?]$$

- M_i = Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente [kg/mol]
- M = Mol-Masse des Gemischs [kg/mol]
- q_i = Volumenkonzentration [1]

Definition: $\mu_i = \frac{m_i}{m} \quad [?]$

- m_i = Masse der i-ten Gas-Komponente [kg]
- m = Masse des Gemischs [kg]

Mol-Masse eines Gas-Gemischs

$$M = \sum_{i=1}^n (q_i \cdot M_i) \quad [\text{kg/mol}]$$

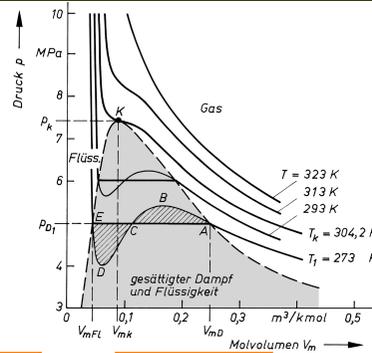
- q_i = Volumenkonzentration [1]
- M_i = Mol-Masse der i-ten Gas-Komponente [kg/mol]

Reales Gas

Van der Waals-Parameter

$$a = \frac{9}{8} \cdot R \cdot T_k \cdot V_{mk} \quad [\text{Pa} \cdot \text{m}^3/\text{mol}^2] \quad b = \frac{V_{mk}}{3} \quad [\text{m}^3/\text{mol}]$$

R = Universelle Gaskonstante = 8.314 [J/mol·°K]
 T_k = Kritische Temperatur [°K] (Tabelle 30, S.643)
 V_{mk} = Kritisches Mol-Volumen [m³/mol]
 p_k = Kritischer Druck [Pa] (Tabelle 30, S.643)



Kritische Größen: $V_{mk} = 3 \cdot b$ [m³/mol] $T_k = \frac{8 \cdot a}{27 \cdot R \cdot b}$ [°K] $p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}$ [Pa]

Van der Waals-Korrektur für 1 Mol Gas-Gemisch

$$p' \cdot V'_m = R \cdot T \quad [?] \quad \text{mit} \quad p' = p + \frac{a}{V'_m{}^2} \quad \text{und} \quad V'_m = V_m - b$$

R = Universelle Gaskonstante = 8.314 [J/mol·°K]
 p = Druck des Gases [Pa]
 V_m = Molares Volumen [m³/mol]
 a = Eigenvolumen [Pa·m³/mol²]
 b = Binnendruck [m³/mol]
 (Werte für a und b aus Buch: Tabelle 29, S.642)

Van der Waals-Gleichung

Für 1 Mol: $(p + \frac{a}{V_m^2}) \cdot (V_m - b) = R \cdot T$ [?] mit $V_m = \frac{V}{n}$

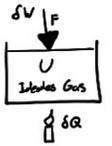
V_m = Molares Volumen [m³/mol]
 a = Eigenvolumen [Pa·m³/mol²]
 b = Binnendruck [m³/mol]

Für n Mol: $(p + \frac{n^2 \cdot a}{V^2}) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$ [?]

Änderung innere Energie

$$\Delta U = \Delta W + \Delta Q \quad [\text{J}]$$

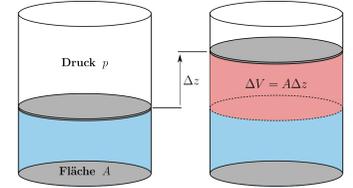
ΔU = Zu-/ Abnahme innere Energie U [J]
 ΔW = Zu-/ Abnahme Arbeit W [J]
 ΔQ = Zu-/ Abnahme Wärme Q [J]



Mechanische Arbeit von einem Gas

$$\Delta W = p \cdot \Delta V \quad [?]$$

Zugeführte Arbeit: < 0
 Abgeführte Arbeit: > 0



Schmelz-/ Erstarrungs-Wärme

$$Q_f = q_f \cdot m \quad [\text{J}]$$

q_f = spezifische Schmelzwärme [J/kg] (Tabelle 22, S.634)
 m = Masse [kg]

spez. Schmelzwärme Wasser = 334 [kJ/kg]

Verdampfungs-/ Kondensations-Wärme

$$Q_s = q_s \cdot m \quad [\text{J}]$$

q_s = spezifische Verdampfungswärme [J/kg] (Tabelle 23, S.637)
 m = Masse [kg]

spez. Verdampfungswärme Wasser = 2256 [kJ/kg]

Wärmekapazität

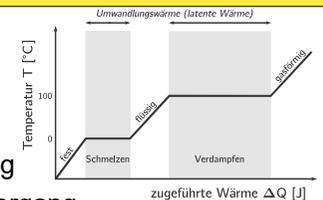
$$Q = c \cdot m \cdot \Delta T = n \cdot C_m \cdot \Delta T = C \cdot \Delta T \quad [\text{J}]$$

c = spezifische Wärmekapazität [J/kg·°K] (Tabelle 16, S.629)
 C_m = molare Wärmekapazität
 C = absolute Wärmekapazität
 n = Anzahl Mol

Wärme-Bilanz

$$\sum_{i=1}^n (\Delta Q_i + \Delta Q_{f_i} + \Delta Q_{s_i}) = 0$$

ΔQ_i = i -te Wärme-Menge aus Temperatur-Zu-/ Abnahme
 ΔQ_f = i -te Wärme-Menge aus Schmelz-/ Erstarrungs-Vorgang
 ΔQ_s = i -te Wärme-Menge Verdampfungs-/ Kondensations-Vorgang



11 Thermische Zustandsgleichungen

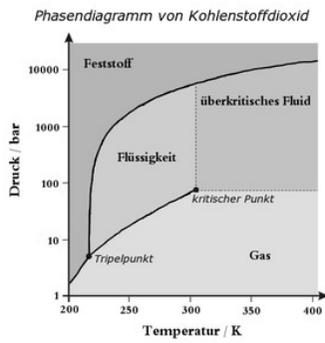
Clausius-Clapeyron, Aggregatzustände

Kondensieren & Verdampfen:
$$\frac{dp_s}{dT} = \frac{q_s}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_f}\right)} \quad [\text{Pa}/^\circ\text{K}]$$

Erstarren & Schmelzen:
$$\frac{dp_f}{dT} = \frac{q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_f} - \frac{1}{\rho_s}\right)} \quad [\text{Pa}/^\circ\text{K}]$$

Desublimieren & Sublimieren:
$$\frac{dp_{\text{sub}}}{dT} = \frac{q_s + q_f}{T \cdot \left(\frac{1}{\rho_g} - \frac{1}{\rho_s}\right)} \quad [\text{Pa}/^\circ\text{K}]$$

- q_s = spezifische Verdampfungswärme [J/kg]
- q_f = spezifische Schmelzwärme [J/kg]
- $q_s + q_f$ = Sublimationswärme [J/kg]
- p_s = Dampfdruck [Pa]
- p_f = Schmelzdruck [Pa]
- ρ_g = Dichte Gas [kg/m³]
- ρ_f = Dichte Flüssigkeit [kg/m³]
- ρ_s = Dichte Festkörper [kg/m³]



Formel von Magnus für Wasser

Dampfdruck p_s von Wasser als Funktion der Temperatur θ für $\theta \geq 0^\circ\text{C}$:

$$p_s(\theta) := p_{s0} \cdot 10^{\frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}} \quad [\text{Pa}]$$

Dampfdruck p_s von Wasser als Funktion der Temperatur θ für $\theta \leq 0^\circ\text{C}$:

$$p_s(\theta) := p_{s0} \cdot 10^{\frac{9.5 \cdot \theta}{\theta + 265.5}} \quad [\text{Pa}]$$

- θ = Temperatur in [°C]
- p_{s0} = Dampfdruck bei 0°C = 6.107 · 10² [Pa]

Umkehr-Formel von Magnus für Wasser

Temperatur θ als Funktion des Drucks p_s für $p_s \geq p_{s0}$:

$$\theta(p_s) := \frac{237 \cdot \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)}{7.5 - \log\left(\frac{p_s}{6.107}\right)} \quad [^\circ\text{C}]$$

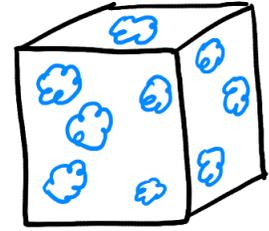
Temperatur θ als Funktion des Drucks p_s für $p_s \leq p_{s0}$:

$$\theta(p_s) := \frac{265.5 \cdot \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)}{9.5 - \log\left(\frac{p_s}{p_{s0}}\right)} \quad [^\circ\text{C}]$$

Luftfeuchtigkeit

Definition **absolute** Luftfeuchtigkeit: $f = \frac{m_w}{V} \quad [\text{kg}/\text{m}^3]$

- m_w = Masse Wasserdampf [kg]
- V = Volumen [m³]



Definition **relative** Luftfeuchtigkeit: $f_r = \frac{m_w}{m_s} \quad [1]$

m_s = Masse Wasserdampf bei Sättigung [kg]

Relative Luftfeuchtigkeit: $f_r = \frac{P_D}{P_S} \quad [1]$

- p_D = Partialdruck Wasserdampf [Pa]
- p_s = Sättigungsdruck Wasserdampf [Pa]

Taupunkt-Temperatur

$$\theta_d(\theta, f_r) := \frac{237 \cdot \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}\right)}{7.5 - \left(\log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}\right)} \quad [^\circ\text{C}]$$

- θ_d = Taupunkt-Temperatur in [°C]
- θ = Aktuelle Temperatur in [°C]
- f_r = relative Luftfeuchtigkeit [1]

In 2 Schritten: 1. $x(\theta, f_r) := \log(f_r) + \frac{7.5 \cdot \theta}{\theta + 237}$ 2. $\theta_d(c) := \frac{237 \cdot x}{7.5 - x}$

Relative Innen-Feuchtigkeit

$$f_{ri} = \frac{p_s(\theta_a)}{p_s(\theta_i)} \cdot f_{ra} \quad [1]$$

- f_{ri} / f_{ra} = relative Innen-/ Aussen-Feuchtigkeit
- θ_i / θ_a = Innen-/ Aussen-Temperatur
- $p_s(\theta_x)$ = Dampfdruck bei Innen-/ Aussen-Temperatur



12 kinetische Gastheorie

Mittlere kinetische Energie eines Moleküls / Äquipartitionstheorem

$$\bar{E} = f \cdot \frac{k \cdot T}{2} \quad \square \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} f = 3, \text{ 1-atomiges Gas} \\ f = 5, \text{ 2-atomiges Gas} \\ f = 6, \text{ 3-atomiges Gas} \end{array}$$

f = Anzahl Freiheitsgrade [1]
 k = Boltzmann-Konstante = $1.381 \cdot 10^{-23}$ [J/K]
 T = Absolute Temperatur [K]

Mittlere quadratische Geschwindigkeit

$$u = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{m}}$$

m = Molekülmasse

Mittlere Geschwindigkeit

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{m}}$$

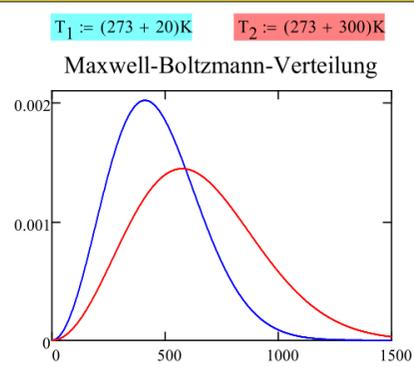
Wahrscheinlichste Geschwindigkeit

$$v_o = \sqrt{\frac{2 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}$$

Maxwell-Boltzmann-Verteilung

$$f(T, v) := \sqrt{\frac{2 \cdot m_o^3}{\pi \cdot k^3 \cdot T^3}} \cdot v^2 \cdot e^{-\frac{m_o \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}}$$

$m_o = M_L / N_A = 4.78246 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-18}$ [kg]
 $M_L = 0.0288$ [kg/mol]
 $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ [1/mol]
 k = Boltzmann-Konstante = $1.381 \cdot 10^{-23}$ [J/K]



13 Wärme

Temperatur-Strahlung

Abstrahl-Leistung eines schwarzen Körpers (Leistung pro Fläche)

$K = \sigma \cdot T^4$ [W]
 $\sigma = \text{Bolzmans-Konstante} = 5.671 \cdot 10^{-8}$ [W/(m²K⁴)]
 $T = \text{Absolute Temperatur}$ [K]

Wiensches Verschiebungsgesetz

$\lambda_{max} \cdot T = b$ [m]
 $b = 2.898 \cdot 10^{-3}$ [m·K]
 $\lambda_{max} = \text{Wellenlänge bei welcher sich das Intensitäts-Maximum befindet}$ [m]
 $T = \text{Absolute Temperatur}$ [K]

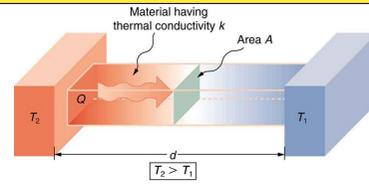
Energie eine Lichtquants (Photon)

$E = h \cdot f$ [J]
 $h = \text{Plank'sches Wirkungsquantum} = 6.626 \cdot 10^{-34}$ [J·s]
 $f = \text{Frequenz}$ [?]

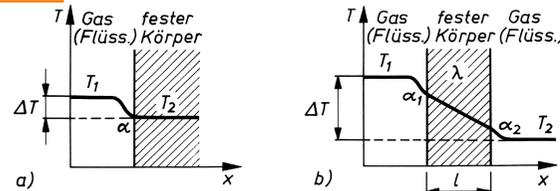
Wärmeleitung

Wärmestromdichte

$j = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx} \cdot T$ [W/m²]
 $\lambda = \text{Wärmeleitfähigkeit}$ [W/(m·K)] (Tabelle 31, S.644)
 $dT/dx = \text{Temperatur-Gradient}$ [K/m]



$j = k \cdot (T_i - T_a)$ [W/m²] mit $k = \frac{\lambda}{d}$ [W/(m²·K)]
 $k = \text{Wärmedurchgangszahl}$ [W/(m²·K)]
 $T_i, T_a = \text{Innen-/ Aussen-Temperatur}$ [K]
 (Werte für k in Tabelle 33, S.647)



Wärmeübergangskoeffizient α_i innen: $j = \alpha_i \cdot (T_i - T_{wi})$ mit $\alpha_i = 8$ [W/(m²·K)]
 Wärmeübergangskoeffizient α_a aussen: $j = \alpha_a \cdot (T_{wa} - T_a)$ mit $\alpha_a = 20$ [W/(m²·K)]
 $T_{wi} = \text{Innen-Oberflächen-Temperatur}$ [K]
 $T_{wa} = \text{Aussen-Oberflächen-Temperatur}$ [K]
 (Werte für α in Tabelle 32, S.646)

k bei **Wand** aus n Schichten: $\frac{1}{k_{tot}} = \frac{1}{\alpha_i} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i} + \frac{1}{\alpha_a}$ [W/(m²·K)]

$k_i = k\text{-Wert der verschiedenen Schichten}$
 k bei **Rohr** aus n Schichten: $\frac{1}{k_{tot}} = r_a \cdot \left[\frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{1}{r_i} + \sum_{x=1}^n \left(\frac{1}{\lambda_x} \cdot \ln \left(\frac{r_{xa}}{r_{xi}} \right) \right) + \frac{1}{\alpha_a} \cdot \frac{1}{r_a} \right]$ [W/(m²·K)]
 $r_a = \text{Rohr-Aussenradius}$ [m]
 $r_i = \text{Rohr-Innenradius}$ [m]

Totaler Wärmeverlust

$Q^{\circ}_{Total} = Q^{\circ}_W + Q^{\circ}_L$ [J]
 Wärmetransport durch Wärmeleitung: $Q^{\circ}_W = A \cdot j = A \cdot k \cdot \Delta T$
 Wärmetransport durch Luftaustausch: $Q^{\circ}_L = c_p \cdot \rho_L \cdot V^{\circ} \cdot \Delta T$
 $A = \text{Fläche des Objekts}$ [m²]
 $c_p = \text{Wärmekapazität der Luft bei konstantem Druck}$ [J/K]
 $\rho_L = \text{Dichte der Luft}$ [kg/m³]
 $V^{\circ} = \text{Volumenstrom}$ [m³/s]

Wärmeverlust eines Hauses

$Q^{\circ}_{Total} = \sum_{i=1}^n [(A_i \cdot k_i + c_p \cdot \rho_L \cdot V^{\circ}) \cdot \Delta T]$ [J]
 $A_i = \text{Fläche des i-ten Objekts}$
 $k_i = i\text{-te Wärmedurchgangszahl}$

Wärmetransport durch Strahlungs-Austausch

$j_{12} = c_{12} \cdot (T_1^4 - T_2^4)$ [W/m²] mit $c_{12} = \epsilon \cdot \sigma$
 $c_{12} = \text{Starlungsaustauschzahl}$
 $\epsilon = \text{Emissionsgrad}$ (Tabelle 34, S.648)

14 Phasen und Phasenübergänge

Adiabaten-Gleichung

$p \cdot V^{\kappa} = \text{konstant}$ $T \cdot V^{\kappa-1} = \text{konstant}$ $T^{\kappa} \cdot p^{1-\kappa} = \text{konstant}$
 $\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}$
 $C_{mp} = \text{molare Wärmekapazität bei konstantem Druck}$
 $C_{mV} = \text{molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen}$

Carnot-Wirkungsgrad

Für Wärmekraftmaschinen: $\eta_C = \frac{\Delta T}{T_{hoch}}$

ΔT = Temperatur-Differenz zwischen Warm- und Kalt-Reservoir [K]

T = Temperatur des Reservoirs [K]

Inverser Carnot-Wirkungsgrad

Für Wärmepumpe: $\eta_{iC} = \frac{T_{hoch}}{\Delta T}$

ΔT = Temperatur-Differenz zwischen Warm- und Kalt-Reservoir [K]

T = Temperatur des Reservoirs [K]

